

# Моделирование пластинчатого теплообменника как объекта управления

Кобринец В.П.; Карпович Д.С.

Кафедра автоматизации производственных процессов и электротехники  
Белорусский государственный технологический университет

Минск, Республика Беларусь

e-mail: Kobrinets@rambler.ru

**Аннотация**—Проведен анализ пластинчатого теплообменника как объекта управления, выявлены основные возмущающие, регулирующие воздействия, регулируемая величина. Разработана математическая модель динамики процесса теплообмена и получены передаточные функции по основным каналам.

**Ключевые слова:** теплообменник, теплопередача, математическая модель, передаточная функция

## I. ВВЕДЕНИЕ

Процессы теплообмена – это сложные физико-химические системы, имеющие двойственную детерминированную – стохастическую природу, переменные в пространстве и во времени. В ходе протекания процесса в каждой точке и на границе раздела фаз происходит перенос импульса, энергии, массы. Весь процесс в целом протекает в аппарате с конкретными геометрическими характеристиками, с теплофизическими параметрами теплоносителей, оказывающими в свою очередь влияние на характер этого процесса.

Поэтому при автоматизации теплообменных аппаратов необходимо в первую очередь рассмотрение их как объектов управления с учетом технологических режимов работы и разработка динамической модели процесса теплообмена в данных аппаратах с учетом их специфики.

## II. АНАЛИЗ ПЛАСТИНЧАТОГО ТЕПЛООБМЕННИКА КАК ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Пластинчатый паро-жидкостной теплообменник, предназначенный для питания горячей водой реакторов по приготовлению желатиновой массы в условиях РУП «Минскинтеркапс», относится к теплообменникам, в которых один из теплоносителей меняет свое агрегатное состояние.

В теплообменниках, предназначенных для нагревания жидкости до заданной температуры за счет теплоты конденсации греющего пара, основной задачей регулирования является стабилизация температуры жидкости на выходе из теплообменника.

Определим факторы, влияющие на температуру жидкости. Для этого составим уравнение теплового баланса [1].

$$F_{\text{ж}} \dot{N}_{\text{ж}} (t_{\text{вх}} - t_{\text{вх}}) = F_{\text{п}} r_{\text{п}} D_{\text{п}} - g_{\text{пот}}, \quad (1)$$

где  $F_{\text{ж}}$  – расход жидкости на входе в теплообменник;  $C_{\text{ж}}$  – удельная теплоемкость жидкости;  $t_{\text{вх}}$  и  $t_{\text{вх}}$  – температура жидкости на входе и выходе в теплообменник;  $F_{\text{п}}$  – расход греющего пара;  $P_{\text{п}}$  – давление греющего пара в заводской магистрали;  $r_{\text{п}}$  – удельная теплота конденсации;  $g_{\text{пот}}$  – тепловые потери, зависящие от температуры окружающей среды.

По условиям работы теплообменника из всех переменных, входящих в уравнение (1) основными возмущающими воздействиями является: расход жидкости  $F_{\text{ж}}$ ; температура жидкости на входе в теплообменник  $t_{\text{вх}}$ ; давление греющего пара  $P_{\text{п}}$  тепловые потери  $g_{\text{пот}}$ ; коэффициент теплопередачи  $K_{\text{т}}$  изменяющийся со временем из-за образования осадков в пластинах теплообменника. Возмущающие воздействия  $F_{\text{ж}}$ ,  $t_{\text{вх}}$  и  $P_{\text{п}}$  можно отнести к контролируемым, а из регулирующих воздействий можно выбрать расходы греющего пара  $F_{\text{п}}$  и конденсата  $F_{\text{к}}$ .

К регулируемым параметрам (выходным координатам) можно отнести температуру жидкости на выходе теплообменника.

Из уравнения (1) выразим температуру жидкости на выходе теплообменника

$$t_{\text{вх}} = t_{\text{вх}} + \frac{F_{\text{п}}}{F_{\text{ж}}} \cdot \frac{r_{\text{п}}}{C_{\text{ж}}} - \frac{g_{\text{пот}}}{F_{\text{ж}} \cdot C_{\text{ж}}}. \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что температура жидкости на выходе теплообменника  $t_{\text{вх}}$  связана линейной зависимостью с  $t_{\text{вх}}$ , расходом греющего пара  $F_{\text{п}}$ , удельной теплотой конденсации  $r_{\text{п}}$  и тепловыми потерями  $g_{\text{пот}}$  и обратно пропорциональна расходу жидкости  $F_{\text{ж}}$ .

## III. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПЛАСТИНЧАТОГО ТЕПЛООБМЕННИКА

Пластинчатый теплообменник предназначен для передача тепла от греющей среды (пара) (давление  $P_{\text{пар}} = 0,05 - 0,07$  МПа, температура  $t_{\text{пар}} = 114$  °С), к холодному теплоносителю (оборотная вода, температура  $t_{\text{в}} = 20$  °С). Его параметры: поверхность теплообмена  $5,2$  м<sup>2</sup>; коэффициент теплопередачи  $1000$  Вт/м<sup>2</sup>·°С; масса пластин  $200$  кг; объем теплообменника  $0,15$  м<sup>3</sup>; коэффициент теплоотдачи стали  $460$  Дж/кг·°С.

Параметры теплоносителей: коэффициент теплоотдачи воды  $4180$  Дж/кг·°С; теплота фазового перехода пара  $2200$  кДж/кг; давление пара  $0,05 - 0,07$  МПа; температура пара  $114$  °С; температура воды на входе  $20$  °С; температура воды на выходе  $90$  °С; расход холодного теплоносителя  $0,8$  кг/с.

Составим математическое описание объекта. При выводе уравнения динамики теплообменника принимаем следующие допущения: теплообменник обладает сосредоточенными параметрами, т.е. температура жидкости в теплообменнике  $T_{\text{ж}}$  постоянна во всех точках объема; температура теплопередающих стенок  $T_{\text{ст}}$  одинакова во всех точках; их термическое сопротивление пренебрежимо мало; коэффициент теплоот-

дачи  $\alpha$ , Вт/м<sup>2</sup>·°С между жидкостью и поверхностью металлических стенок, а также удельные теплоемкости жидкости  $C_{ж}$  и материала стенок  $C_{ст}$  постоянны во времени; насыщенный водяной пар при прохождении через теплообменник полностью конденсируется, отдает тепло фазового перехода и выводится в виде конденсата при той же температуре; тепло, выделяющееся при конденсации пара, расходуется на изменение температуры теплопередающих стенок и нагревание жидкого продукта [2].

С учетом сделанных допущений уравнение теплового баланса для теплопередающих стенок теплообменника за время  $dt$ :

$$F_1 r dt = W_{н0} C_{н0} dT_{н0} + \alpha A (T_{н0} - T_{ж0}) dt, \quad (3)$$

где  $r$  – теплота фазового перехода, Дж/кг;  $W_{ст}$  – масса теплопередающих стенок, кг;  $A$  – суммарная поверхность стенок, м<sup>2</sup>. Тепло, поступившее в теплообменник с жидкостью и полученное ею через металлические стенки от горячего теплоносителя за время  $dt$ , расходуется на увеличение температуры жидкости  $dT_{ж}$ , находящейся в аппарате и уходящей из него за тот же отрезок времени. Тогда уравнение теплового баланса для жидкости:

$$W_{ж0} C_{ж0} T'_{ж0} dt + \alpha A (T_{н0} - T_{ж0}) dt = W_{ж0} C_{ж0} dT_{ж0} + W_{ж0} C_{ж0} T_{ж0} dt, \quad (4)$$

где  $W_{ж0}$  – масса жидкости в теплообменнике, кг. Перепишем уравнения (3) и (4) в следующем виде:

$$W_{н0} C_{н0} \frac{dT_{н0}}{dt} + \alpha A T_{н0} = F_1 r dt + \alpha A T_{ж0}, \quad (5)$$

$$W_{ж0} C_{ж0} \frac{dT_{ж0}}{dt} + (F_{ж0} \tilde{N}_{ж0} + \alpha A) T_{ж0} = F_{ж0} \tilde{N}_{ж0} \dot{O}'_{ж0} + \alpha A \dot{O}'_{н0}. \quad (6)$$

Запишем уравнения (5) и (6) в безразмерном виде. Для этого в уравнениях (5) и (6) заменяем переменные их конечными приращениями, отнесенными к базисным значениям переменных ( $T_{ж0}$ ,  $T_{ст0}$ ,  $F_{п0}$ ,  $F_{ж0}$ ).

$$\begin{aligned} \dot{o} &= \frac{\Delta \dot{O}_{ж0}}{\dot{O}_{ж0}}; \quad \dot{o}_{н0} = \frac{\Delta \dot{O}_{н0}}{\dot{O}_{н0}}; \quad \tilde{\delta} = \frac{\Delta F_1}{F_{10}}; \\ \tilde{o}_1 &= \frac{\Delta F_{ж0}}{F_{ж0}}; \quad \tilde{y} = \frac{\Delta \dot{O}'_{ж0}}{\dot{O}'_{ж0}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя выражения (7) в (5) и (6) получим

$$W_{н0} C_{н0} T'_{н0} \frac{dy_{н0}}{dt} + \alpha A T_{н0} y_{н0} = F_{10} r x + \alpha A T_{ж0} y; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} W_{ж0} C_{ж0} T_{ж0} \frac{dy_{ж0}}{dt} + (F_{ж0} C_{ж0} + \alpha A) T_{ж0} y_{ж0} = \\ = -F_{ж0} C_{ж0} (T_{ж0} - T'_{ж0}) x_1 + \\ + F_{ж0} C_{ж0} T'_{ж0} z + \alpha A T_{н0} y_{н0} \end{aligned} \quad (9)$$

или

$$T^* \frac{dy_{н0}}{dt} + y_{н0} = k_2 x + k_3 y, \quad (10)$$

$$T^{**} \frac{dy_{ж0}}{dt} + y_{ж0} = -k_1 x_1 + k_2 z + k_4 y_{н0}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} T^* &= \frac{W_{н0} C_{н0}}{\alpha A}; \quad T^{**} = \frac{W_{ж0} C_{ж0}}{F_{ж0} C_{ж0} + \alpha A}; \\ k_1 &= \frac{F_{ж0} C_{ж0} (T_{ж0} - T'_{ж0})}{F_{ж0} C_{ж0} + \alpha A}; \quad k_2 = \frac{F_{ж0} C_{ж0} T'_{ж0}}{(F_{ж0} C_{ж0} + \alpha A) T_{ж0}}; \end{aligned}$$

$$k_3 = \frac{F_{10} r}{\alpha A T_{н0}}; \quad k_4 = \frac{\alpha A T_{н0}}{(F_{ж0} C_{ж0} + \alpha A) T_{ж0}}; \quad k_5 = \frac{T_{ж0}}{T_{н0}}.$$

Причем коэффициенты  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  и  $k_5$  меньше единицы. Чтобы исключить из уравнения (11) и (10) переменную  $y_{ст}$ , продифференцируем второе из них по времени и выразим производную  $dy_{ст}/dt$ , а также переменную  $y_{ст}$  из уравнения (11). Полученные выражения для  $y_{ст}$  и  $dy_{ст}/dt$  подставим в уравнение (10). Разделив все слагаемые полученного уравнения на коэффициент при  $y$ , равный  $F_{ж0} C_{ж0} T_{ж0} / \alpha A T_{ст0}$ , и принимая во внимание равенство:

$$F_1 r = F_{ж0} C_{ж0} (T_{ж0} - T'_{ж0}) = \alpha A (T_{н0} - T_{ж0})$$

получим искомое уравнение динамики теплообменника

$$\begin{aligned} T_1^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_2 \frac{dy}{dt} + y = kx - k(T_2 \frac{dx_1}{dt} + x_1) + \\ + (1-k)(T_3 \frac{dz}{dt} + z), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} T_1^2 &= \frac{W_{н0} C_{н0} W_{ж0}}{\alpha A F_{ж0}}; \quad T_2 = \frac{W_{н0} C_{н0}}{F_{ж0} C_{ж0}} + \frac{W_{ж0}}{F_{ж0}}; \\ T_3 &= \frac{W_{н0} C_{н0}}{\alpha A}; \quad k = \frac{T_{ж0} - T'_{ж0}}{T_{ж0}}. \end{aligned}$$

Рассматриваемый теплообменник является устойчивым объектом 2-го порядка. Уравнение (12) подтверждает, что увеличение расхода пара,  $x$  и температуры жидкости на входе  $z$  приведет к повышению ее температуры на выходе  $y$ , а возрастание расхода жидкости  $x_1$  – к понижению величины  $y$ . Передаточные функции теплообменника могут быть найдены по его уравнению динамики (12). Передаточная функция теплообменника по каналу «расход пара – температура оборотной воды на выходе из теплообменника» имеет следующий вид:

$$W_x(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}. \quad (13)$$

Передаточная функция теплообменника по каналу «температура оборотной воды на входе в теплообменник – температура оборотной воды на выходе из теплообменника» имеет следующий вид:

$$W_z(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{(1-k)(T_3 p + 1)}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}. \quad (14)$$

Подставив рассчитанные значения  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  и  $k$  в формулы (13) и (14) получим:

$$W_x(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{0,77}{19490 p^2 + 353 p + 1}, \quad (15)$$

$$W_z(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{-23,1 p - 0,22}{19490 p^2 + 353 p + 1}. \quad (16)$$

- [1] Каминский, В. А. Моделирование теплообмена в аппаратах с перекрестными потоками / В. А. Каминский, Р. М. Никулин // Теоретические основы химических технологий. 2006. Т. 40, № 1. С. 51-54.
- [2] Полоцкий, Л. М. Автоматизация химических производств. Теория, расчет и проектирование систем автоматизации / В. В. Полоцкий, Г. И. Лапшенков. – Москва: Химия, 1982. – 295 с.