МАШИНА ВЫВОДА ДЛЯ МОДАЛЬНОЙ ЛОГИКИ ЛУКАСЕВИЧА НА ОСНОВЕ ТРЕХЗНАЧНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Чжоу Цзюань
Кафедра информационных технологий автоматизированных систем
Научный руководитель: Герман О. В., к. т. н., доцент
e-mail: zhoujuan_minck@yahoo.com

***Аннотация* — В докладе показывается построение машины вывода для модальной логики. Построение такой машины вывода позволяет модальную систему заменить эквивалентной двоичной системой.**

Ключевые слова: модальная логика,машина вывода,нечеткие формулы, трехзначное исчисление Лукасевича

Модальная логика является важной частью современной математической логики. Количество различных модальных логик расширилось с учетом различных допущений, но вообще, для всех модальных логик характерно использование модальности возможности и необходимости для построения предположительных рассуждений и именно, здесь можно получить наибольшую адекватную интерпретацию содержания данных модальных логик.

Необходимость построения собственной машины вывода для модальной логики

Формулы модальной логики позволяют включать в рассуждение неопределенность, а также модальность необходимости, что отличает её, например, от логики Лукасевича. Классическая модальная логика является более широкой системой, чем трехзначная логика Лукасевича. Пусть в логике Лукасевича

$$\mu(x) = 0{,}5,$$
$$\mu(y) = 0{,}5,$$
$$\mu(x \vee y) = \max(\mu(x), \mu(y)) = 0{,}5,$$

где $\mu(\alpha)$ - значение неопределенности формулы α.

Если интерпретировать формулу

$$\mu(x) = 0{,}5 \equiv \Diamond x,$$

то

$$\Diamond(x \vee y) = \Diamond x \vee \Diamond y.$$

Однако,

$$\mu(x \wedge y) = \min(\mu(x), \mu(y)) = 0{,}5,$$

но

$$\Diamond(x \wedge y) \neq \Diamond x \wedge \Diamond y,$$
$$\Diamond(x \wedge y) = \neg\Box\neg(x \wedge y) = \neg\Box(\neg x \vee \neg y) \to \mu(\neg x \vee \neg y) = 0,$$

но

$$\mu(\neg x \vee \neg y) = \max(1-\mu(x), 1-\mu(y)) = \max(0{,}5; 0{,}5) = 0{,}5.$$

Поэтому логика Лукасевича не сводится к модальной логике и наоборот. Сказанное означает, что для модальной логики нужно строить собственную машину вывода.

A. Связь между модальной логикой и логикой Лукасевича

В логике Лукасевича значения формулы x: $val(x) = \left\{0, \frac{1}{2}, 1\right\}$, где 0 - невозможно, ½ - неопределенно, 1 – необходимо.

Формулы $\Box x \leftrightarrow val(x) = 1,\ \Diamond x \leftrightarrow val(x) \geq 1/2,$ поскольку $\neg\Diamond x \equiv \Box\neg x \leftrightarrow val(x) = 0$. Учитывая, что $val(\Diamond x) \cup val(\neg\Diamond x) \subseteq \{0, \frac{1}{2}, 1\}$. Таким образом, можно выполнить расчеты, преобразовав модальную формулу в формулу Лукасевича. Например,

$$\Diamond x \vee y, \quad (1)$$
$$\neg x \vee \Box\neg y. \quad (2)$$

С помощью $\Diamond x \equiv \mu(x) \geq 1/2,\ y \equiv \mu(y) = 1,$ и $\Box\neg y \equiv \mu(\neg y) = 1$ формулы (1) и (2) можно записать следующим образом:

$$\mu(x) \geq 1/2 \vee \mu(y) = 1, \quad (3)$$
$$\mu(\neg x) = 1 \vee \mu(\neg y) = 1, \quad (4)$$

Заменяем формулы $x \equiv (x_1, x_2), \neg x = (\neg x_2, \neg x_1),$ $y \equiv (y_1, y_2), \neg y \equiv (\neg y_2, \neg y_1),$ тогда формулы (3) и (4) примут такой вид:

$$\mu(x) \geq 1/2 \equiv (1{,}0) \vee (1{,}1) \equiv x_1,$$
$$\mu(y) = 1 \equiv y_1 \cdot y_2,$$
$$\mu(x) \geq 1/2 \vee \mu(y) = 1 \equiv x_1 \vee y_1 \cdot y_2,$$
$$\mu(\neg x) = 1 \vee \mu(\neg y) = 1 \equiv \neg x_2 \cdot \neg x_1 \vee \neg y_2 \cdot \neg y_1.$$

То есть получилась эквивалентная двоичная система. Следовательно, с помощью логики Лукасевича можно модальную систему заменить эквивалентной двоичной системой [1].

Применение модальной логики

Модальную логику можно применять для построения выводов в экспертных медицинских системах, при принятии решений в системе с несколькими экспертами, при описании взаимодействующих процессов (операционных систем), в системе обработки, в системе лингвистического анализа и т.д.

[1] Герман, О. В. Экспертные системы / О. В. Герман. – Минск, 2008. – 91с.