ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ВЫДЕЛЕНИЯ ПОДСИСТЕМ «СВЯЗАННЫХ» БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Бибило П. Н.
Объединённый институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси
Минск, Республика Беларусь
E-mail: bibilo@newman.bas-net.by

Исследуется алгоритм выделения связанных подсистем из системы булевых функций. «Связанность» функций заключается в наличии одинаковых частей в областях определения функций системы. Проведенные эксперименты показывают эффективность применения такого алгоритма при логической оптимизации системы булевых функций, которая осуществляется на основе разложения Шеннона с учетом возможности использования инверсий подфункций. Применение предложенного алгоритма позволяет во многих случаях увеличить быстродействие и уменьшить площадь комбинационных схем из библиотечных КМОП элементов.

Введение

Формулируется понятие связанности булевых функций (с учетом возможности инверсирования функций) и экспериментально исследуется программа, реализующая алгоритм [1] выделения связанных подсистем функций. Выделение связанных функций является одним из приемов логической оптимизации многоуровневых представлений систем функций. Выделение связанных функций позволяет объединить в одну подсистему те функции, которые целесообразно минимизировать на основе совместного BDDI-представления выделенной подсистемы функций. Проведенные эксперименты по выделению связанных подсистем функций показали, что данную процедуру целесообразно выполнять перед BDDI-оптимизацией [2], являющейся в настоящее время одним из эффективных методов логической минимизации при синтезе логических схем из библиотечных элементов.

I. Основные определения и формы задания систем булевых функций

Пусть задана система булевых функций $f(x) = \left(f^1(x), ..., f^m(x)\right)$, через x обозначен вектор $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ аргументов $x_1, x_2, ..., x_n$. Характеристическим множеством $M_f^1 i$ компонентной функции $f^i(x)$ системы $f(x)$ называется множество наборов булева пространства, на которых функция $f^i(x)$ принимает единичное значение. Через $M_f^0 i$ обозначим множество наборов нулевых значений функции $f^i(x)$. Далее под связанностью булевых функций будет пониматься совпадение подобластей в областях определения функций. Обозначим через $|A|$ мощность множества A. Система функций $f(x)$ называется S_p-связанной, если $p_{\max}^n \geq p$, где

$$p_{\max}^n = |\bigcap_i^m M_f^1 i| + |\bigcap_i^m M_f^0 i|.$$

Число $p_{\max}^n$ назовем весом связанности системы функций. Для одной булевой функции, зависящей от n переменных, вес связанности — это число, равное сумме мощностей множеств $M_f^1 i$, $M_f^0 i$, иначе говоря, это число 2^n элементов булева пространства, построенного над переменными булева вектора $x = (x_1, x_2, ...x_n)$. Элементами этого пространства являются n-компонентные наборы (векторы) $x^\star$ нулей и единиц. Мерой (долей) связанности $p^n\left(f^1, ..., f^m\right)$ системы функций $f(x)$ назовем отношение

$$p^n\left(f^1, \dots, f^m\right) = \frac{p_{\max}^n}{2^n},$$

которое может быть задано в процентах. Очевидно, что мера связанности ограничена:

$$0 \leq p^n\left(f^1, \dots, f^m\right) \leq 1.$$

Введем в рассмотрение m-компонентный булев вектор $\alpha = \left(\alpha^1, \alpha^2, ..., \alpha^m\right)$, называемый вектором поляризации для компонентных функций $f^i(x)$. Обозначим $\alpha^i = 1$, если рассматривается функция f^i, и $\alpha^i = 0$, если берется инверсия $\overline{f^i}$ функции f^i . Система $f^i(x)$ функций называется S_p^α -связанной, если найдется хотя бы один вектор $\alpha = \left(\alpha^1, \alpha^2, ..., \alpha^m\right)$ поляризации, для которого соответствующая данному вектору система функций является S_p-связанной. Понятие S_p^α-связанности соответствует связанности функций с точностью до инверсии компонентных функций системы.

II. Результаты эксперимента

Экспериментально исследовался модифицированный алгоритм выделения подсистем S_p^α-связанных функций, описанный в [1] и использующий задание систем функций таблицами истинности. Модификация состоит в том, что функции, не вошедшие ни в одну из подсистем связанных функций, не формируют отдельные подсистемы, а образуют одну отдельную «остаточную» подсистему. Исходная си-

Таблица 1 – Площади схем

Имя схемы	Синтез по BDDI исходной системы	Алгоритм выделения подсистем связанных функций. Мера связанности, %				
		10%	20%	30%	50%	70%
B2	192655	192331	192331	192331	192331	229120
B9	26081	26081	27281	28720	26901	26081
B12	18358	18213	18213	18911	16874	15881
BR1	23843	25752	25752	25752	25752	25752
BR2	21371	21371	21317	21317	21371	21371
IN0	94620	94620	94620	91836	96618	93521
INTB	272555	330208	284234	245408	310839	271445
M2	45114	45114	45114	45114	45114	49149
M3	52580	52580	52580	52580	52580	58378
M181	19469	18933	18347	18933	17276	16768
P82	19988	19736	19736	19418	20914	19402
ROOT	26109	23676	24976	28413	26059	23977
T3	17276	17276	17276	16288	17119	16729
TIAL	255988	215488	259152	222865	312726	290651
Z5XP1	18442	17159	18001	17147	18436	18442

стема и выделенные подсистемы связанных функций минимизировались в классе BDDI-представлений с помощью программы [2]. Исходные данные и методика синтеза схем в синтезаторе LeonardoSpectrum описаны в [1]. В табл. 1 представлены результаты эксперимента. Суммарная площадь всех элементов каждой из схем задавалась в условных единицах.

Заключение

Предложенный алгоритм в десяти случаях из пятнадцати позволил улучшить схемную реализацию по площади, и в тринадцати – по задержке (быстродействию). Его применение целесообразно при реализации исходных описаний, заданных таблицами истинности систем булевых функций. Как показано в [1], для систем функций с большим числом переменных (несколько десятков), целесообразно использовать оценки меры связности выделяемых подсистем, используя BDD-представление исходной системы функций.

Список литературы

1. Бибило, П. Н. Разбиение системы булевых функций на подсистемы «связанных» функций / П. Н. Бибило // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2019. – № 2. – С. 14–29.
2. Бибило, П. Н. Использование полиномов Жегалкина при минимизации многоуровневых представлений систем булевых функций на основе разложения Шеннона / П. Н. Бибило, Ю. Ю. Ланкевич // Программная инженерия. – 2017. – № 3. – С. 369–384.