

# Имитационное моделирование процессов курсового движения многоосных колесных машин

Ясюкович Э.И.

Кафедра АСУ, электротехнический факультет  
Белорусско-Российский университет, г. Могилев, Республика Беларусь  
e-mail: ed50@tut.by

**Аннотация** – Рассматривается разработанная методика имитационного моделирования курсового движения многоосных колесных машин, содержащая расчетные динамические схемы; математическую модель, алгоритм и программное обеспечение моделирования курсового движения и вертикальной динамики четырехосной колесной машины со всеми управляемыми колесами по опорным поверхностям со случайным микропрофилем.

**Ключевые слова:** многоосная колесная машина, математическая модель, имитационное моделирование, курсовая устойчивость, траектория движения, анимация.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Повышение эффективности использования многоосных колесных машин, обладающих высокими показателями маневренности, курсовой устойчивости и управляемости требует рационального выбора их технических характеристик, и в первую очередь, массогеометрических параметров [1, 2, 3].

В настоящей работе поставлена задача разработки методики имитационного моделирования курсового движения многоосных колесных машин, содержащей соответствующие математическое и программное обеспечение, на примере четырехосной машины со всеми управляемыми колесами.

## II. РАЗРАБОТКА РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

Для построения математической модели были разработаны две расчетные схемы четырехосной колесной машины: плоская схема курсового движения в координатах  $XOY$  и пространственная схема ее вертикальных и угловых продольно-поперечных колебаний в координатах  $XOYZ$ , рис. 1 и 2.

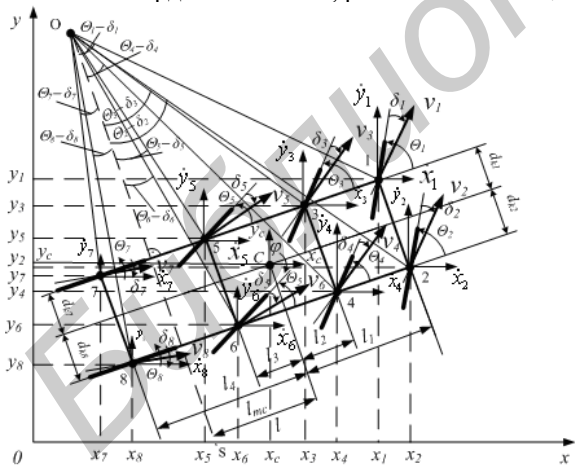


Рис. 1. Расчетная схема курсового движения четырехосной колесной машины

В качестве независимых координат были выбраны следующие:  $x_c, y_c, z_c$  – перемещения центра масс колесной машины по продольной  $OX$ , поперечной  $OY$  и вертикальной  $OZ$  осям;  $z_1, z_2, \dots, z_8$  – вертикальные перемещения центров ее неподрессоренных масс (колес);  $\varphi, \psi, \Phi$  – курсовой угол, углы бокового крена и тангажа остова колесной машины.

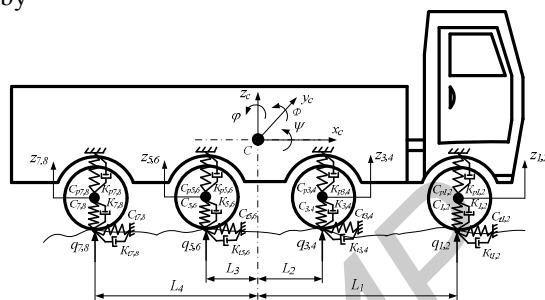


Рис. 2. Расчетная схема вертикальной динамики четырехосной колесной машины

На рис. 1 и 2 приняты следующие обозначения:

независимые координаты:  $x_c, y_c, z_c$  – перемещения центра масс колесной машины по продольной  $OX$ , поперечной  $OY$  и вертикальной  $OZ$  осям;  $z_1, z_2, \dots, z_8$  – перемещения центров ее неподрессоренных масс;  $\varphi, \psi, \Phi$  – курсовой угол, углы бокового крена и тангажа остова колесной машины;

массогеометрические параметры:  $l_1, l_2, l_3, l_4$  – расстояния от центра масс колесной машины до центров ее передней, второй, третьей и задней осей;  $\theta_1, \dots, \theta_8$  – углы поворота управляемых колес вокруг вертикальных осей;  $d_{k1}, \dots, d_{k8}$  – левая и правая половины ширины колеи передней, второй, третьей и задней осей;  $v_1, \dots, v_8$  – линейные продольные скорости перемещения центров колес;

упругие и диссипативные характеристики шин:  $C_1, \dots, C_8$  – коэффициенты нормальной жесткости шин;  $C_{11}, \dots, C_{18}$  – коэффициенты тангенциальной жесткости шин;  $C_{p1}, \dots, C_{p8}$  – коэффициенты жесткости элементов подвески;  $k_1, \dots, k_8$  – коэффициенты демпфирования шин;  $k_{t1}, \dots, k_{t8}$  – коэффициенты тангенциального демпфирования шин;  $k_{p1}, \dots, k_{p8}$  – коэффициенты демпфирования элементов подвески.

Для определения динамических характеристик боковых реакций опорной поверхности на колеса машины в расчетную схему курсового движения были введены углы бокового увода шин  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_8$ .

## III. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

На основе предложенных расчетных схем разработана математическая модель для имитационного моделирования курсового движения четырехосной колесной машины по опорным поверхностям со случайным микропрофилем [4]. Упомянутая модель содержит две подсистемы: курсового движения и вертикальной динамики. Математическая модель курсового движения содержит динамические уравнения и разработанные на основе теории увода Рокара уравнения кинематических связей. Уравнения вертикальной динамики составлены в форме уравнений Лагранжа второго рода. В результате получена математическая модель (1, 2), объединяющая 14 обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка и восемь уравнений кинематических связей колес машины с опорной поверхностью первого порядка.

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_c &= \left\{ -\sum_{i=1}^4 \{Y_i \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + (P_{ki} - P_n) \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i)\} - \sum_{i=5}^8 \{Y_i \sin(\varphi - \Theta_i + \delta_i) + (P_{ki} - P_n) \cos(\varphi - \Theta_i + \delta_i)\} \right\} / m; \\
\ddot{y}_c &= \left\{ \sum_{i=1}^4 \{Y_i \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + (P_{ki} - P_n) \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i)\} + \sum_{i=5}^8 \{Y_i \cos(\varphi - \Theta_i + \delta_i) + (P_{ki} - P_n) \sin(\varphi - \Theta_i + \delta_i)\} \right\} / m; \\
\ddot{\varphi} &= \left\{ \sum_{i=1}^4 \{Y_i [l_i \cos(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \sin(\Theta_i - \delta_i)] + (P_{ki} + P_n) [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)]\} + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=5}^8 \{Y_i [l_i \cos(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \sin(\Theta_i - \delta_i)] + (P_{ki} + P_n) [-l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)]\} + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=5}^8 \{Y_i [l_i \cos(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \sin(\Theta_i - \delta_i)] + (P_{ki} + P_n) [-l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)]\} + \right. \\
&\quad \left. + \sum_{i=5}^8 \{Y_i [l_i \cos(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \sin(\Theta_i - \delta_i)] + (P_{ki} + P_n) [-l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)]\} \right\} / J_z; \\
\ddot{z}_c &= \sum_{i=1}^8 P_{ni} / m; \quad \ddot{z}_i = (P_{ni} - P_m) / m, \quad i = 1..8; \\
\ddot{\psi} &= \left[ \sum_{i=1}^8 \mp P_i d_i - F_c h_c \right] / J_x; \quad \ddot{\Phi} = \sum_{i=1}^8 (P_{ni} l_i + P_{ni} l_i^2) / J_y;
\end{aligned} \quad (1)$$

где  $m$ ,  $m_i$  – массы автомобиля и его  $i$ -го колеса;  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$  – центральные моменты инерции остова автомобиля относительно продольной, поперечной и вертикальной осей.

$$\begin{aligned}
\delta_i \{ \ddot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \ddot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)] \} &= \ddot{x}_c \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) - \ddot{y}_c \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) - \\
&\quad - \dot{\varphi} [l_i \cos(\Theta_i - \delta_i) \pm d_i \sin(\Theta_i - \delta_i)] - \dot{\varphi}^2 [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \mp \\
&\quad \mp d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)] + (\dot{\varphi} + \dot{\Theta}_i) [\dot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \\
&\quad + \dot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)]] \quad i = 1, 2; \\
\delta_i \{ \ddot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \ddot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \mp \\
&\quad \mp d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)] \} &= \ddot{x}_c \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) - \ddot{y}_c \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \\
&\quad + \dot{\varphi} [l_i \cos(\Theta_i - \delta_i) \pm d_i \sin(\Theta_i - \delta_i)] - \dot{\varphi}^2 [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \mp \\
&\quad \mp d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)] + (\dot{\varphi} + \dot{\Theta}_i) [\dot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \\
&\quad + \dot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i - \delta_i) + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i - \delta_i) \mp d_i \cos(\Theta_i - \delta_i)]] \quad i = 3, 4; \\
\delta_i \{ \ddot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \ddot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i + \delta_i) \pm \\
&\quad \pm d_i \cos(\Theta_i + \delta_i)] \} &= \ddot{x}_c \sin(\varphi + \Theta_i + \delta_i) - \ddot{y}_c \cos(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \\
&\quad + \dot{\varphi} [l_i \cos(\Theta_i + \delta_i) \pm d_i \sin(\Theta_i + \delta_i)] - \dot{\varphi}^2 [l_i \sin(\Theta_i + \delta_i) \mp \\
&\quad \mp d_i \cos(\Theta_i + \delta_i)] + \dot{\varphi} [\dot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \dot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \\
&\quad + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i + \delta_i) \mp d_i \cos(\Theta_i + \delta_i)]] \quad i = 5, 6; \\
\delta_i \{ \ddot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \ddot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i + \delta_i) \pm \\
&\quad \pm d_i \cos(\Theta_i + \delta_i)] \} &= \ddot{x}_c \sin(\varphi + \Theta_i + \delta_i) - \ddot{y}_c \cos(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \\
&\quad + \dot{\varphi} [l_i \cos(\Theta_i + \delta_i) \pm d_i \sin(\Theta_i + \delta_i)] - \dot{\varphi}^2 [l_i \sin(\Theta_i + \delta_i) \mp \\
&\quad \mp d_i \cos(\Theta_i + \delta_i)] + \dot{\varphi} [\dot{x}_c \cos(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \dot{y}_c \sin(\varphi + \Theta_i + \delta_i) + \\
&\quad + \dot{\varphi} [l_i \sin(\Theta_i + \delta_i) \mp d_i \cos(\Theta_i + \delta_i)]] \quad i = 7, 8,
\end{aligned} \quad (2)$$

Боковые реакции  $Y_i$  опорной поверхности, действующие в пятнах контактов шин с опорной поверхностью и определяющие характер курсового движения колесной машины, вычислялись по формуле:

$$Y_i = k_{ui} \delta_i, \quad i = 1, 2...8,$$

где  $k_{ui}$  – коэффициент сопротивления боковому уводу шины  $i$ -го колеса.

Коэффициенты увода  $k_{ui}$  в реальных условиях криволинейного движения машины изменяются в зависимости от многих факторов:

$$k_{ui} = q_{Ni} q_{Ti} q_{\varphi i} q_{\gamma i} q_{\psi i} q_{zpi} k_{u0},$$

где  $q_{Ni}$ ,  $q_{Ti}$ ,  $q_{\varphi i}$ ,  $q_{\gamma i}$ ,  $q_{\psi i}$ ,  $q_{zpi}$  – коэффициенты коррекции, учитывающие перераспределение по колесам нормальных к опорной поверхности нагрузок; тангенциальные (тяговые и тормозные) нагрузки; сцепные свойства колес с опорной поверхностью; их наклон к поверхности дороги при крене автомобиля; давление воздуха в шинах; движение колес по грунтовой дороге, соответственно;  $k_{u0}$  – тангенс угла наклона кривой  $Y_i = k_{ui} \delta_i$  в начале координат.

Математическая модель курсового движения колесной машины разработана для случая отсутствия бокового скольжения ее колес при движении по криволинейной траектории, который требует, чтобы нормали к проекциям средних линий шин каждого

колеса на опорную поверхность пересекались в одной точке, рис. 1. Это условие определяется уравнениями:

$$\begin{aligned}
\Theta_i &= \arg \operatorname{tg} \left( \frac{l_{(i+1)/2} \operatorname{tg} \Theta_1}{l_1} \right), \\
\dot{\Theta}_i &= \frac{\pm l_1 l_{(i+1)/2} \dot{\Theta}_1}{l_1^2 \cos^2 \Theta_1 + l_{(i+1)/2}^2 \sin^2 \Theta_1}, \quad i = 3, 5, 7; \\
\Theta_i &= \arg \operatorname{tg} \left( \frac{l_{i/2} \operatorname{tg} \Theta_{i-1}}{l_{i/2} + d \operatorname{tg} \Theta_{i-1}} \right), \\
\dot{\Theta}_i &= \frac{l_{i/2}^2 \dot{\Theta}_{i-1}}{(l_{i/2} + d \operatorname{tg} \Theta_{i-1})^2 \cos^2 \Theta_{i-1} + l_{i/2}^2 \sin^2 \Theta_{i-1}}, \quad i = 2, 4, 6, 8.
\end{aligned}$$

Здесь  $\Theta_i$ ,  $\dot{\Theta}_i$  – угол поворота  $i$ -го управляемого колеса и скорость его изменения;  $l_i$ ,  $d$  – расстояние от центра масс машины до соответствующей оси и ширина колеи.

#### IV. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Алгоритм решения задачи предусматривает приведение задачи к системе из 36 дифференциальных уравнений первого порядка, моделирование микропрофиля дорожной поверхности, реализацию заданного закона угла поворота управляемых колес, численное интегрирование уравнений математической модели, анализ текущих значений параметров движения, а также формирование по результатам интегрирования файла численных значений параметров движения машины и их графических характеристик.

Закон угла поворота управляемых колес задавался таблицей, в первой строке которой прописываются моменты времени начала действия заданных во второй строке скоростей изменения углов поворота управляемых колес. В третьей строке таблицы задаются предельные углы поворота управляемых колес каждого маневра, а в четвертой – предельно допустимые скорости маневра. Таким образом, имеется возможность моделировать различные режимы движения колесной машины: прямолинейное, поворот на произвольный угол, движение по круговой траектории, смена полосы движения, обгон, разворот и др.

По результатам имитационного моделирования формируется и визуализируется анимационная сцена курсового движения колесной машины [5].

[1] Антонов, А. А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей / А. А. Антонов. – М.: Машиностроение, 1979. – 216 с.: ил.

[2] Динамика колесных машин: монография / И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2006. – 462 с.: ил.

Статьи в журналах:

[3] Гладов, Г. И. Расположение осей и маневренные свойства четырехосных АТС // Г. И. Гладов, П. И. Саркисов // Автомобильная промышленность. – 2010. - № 8. – С. 15–19.

[4] Ясюкович, Э. И. Имитационное моделирование курсового движения трехосного автомобиля со всеми управляемыми колесами / Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2009. – № 4 – С. 60 – 67.

[5] Ясюкович, Э. И. Разработка методики виртуальных испытаний курсовой устойчивости трехосных автомобилей / Вестн. Беларус.-Рос. ун-та. – 2010. – № 2, С. 59 – 69.