

# КРИТЕРИЙ КЕЛЛИ

Васильев А.С., Комов А.В.

Кафедра вычислительных методов и программирования

Научный руководитель: Гуринович А.Б., доцент, кандидат физико-математических наук

e-mail: Lexarik@mail.ru

**Аннотация** — Критерий Келли - финансовая стратегия, разработанная в 1956 году, основанная на методах математической статистики, теории вероятностей и теории игр. Среди всех существующих, данная стратегия является единственной, имеющей математическую основу, что сделало ее очень популярной среди игроков фондовых бирж.

Данную стратегию считают улучшенным вариантом стратегии процента от банка. В стратегии Келли процент от банка зависит от того, насколько правильно была определена вероятность спортивного события. Данный критерий применяется в различных областях и известен также под такими названиями как «критерий роста капитала», «стратегия оптимального роста», «максимизация логарифмической полезности» и т.д.

Центральная проблема для игроков – найти и заключить пари с положительным ожидаемым выигрышем. Но игрокам также необходимо знать, как управлять их деньгами, т.е. сколько ставить. На фондовых рынках (включая рынок ценных бумаг) проблема подобна этой, но более сложна. Игрок, который теперь является инвестором, ищет «большую прибыль при управляемом уровне риска». В обоих этих случаях, мы исследуем использование критерия Келли, который максимизирует ожидаемую величину логарифма дохода

Наша цель – максимизация нашего дохода после  $n$  бросков монеты.

$$E(X_n) = X_0 + \sum_{k=1}^n E(B_k T_k) = \\ = X_0 + \sum_{k=1}^n (p - q)E(B_k)$$

где  $E(X_n)$  – максимальный доход, спустя  $n$  попыток;

$X_0$  – начальный капитал;

$z$  – вероятность выигрыша,  $P \geq 1/2$

$Q = 1 - P$  – вероятность проигрыша;

$B_k$  – наша ставка на  $k$ -ой попытке

$T_k$  – переменная, принимающая значение равное 1, если  $k$ -ая попытка выигрышная, и равная -1, если  $k$ -ая попытка проиграна.

Так как игра имеет положительное ожидание, то есть  $p > 0$ , в этой ситуации равных выплат, для того, чтобы максимизировать  $E(X_n)$ , мы должны были бы максимизировать  $E(B_k)$  для каждой попытки. Таким образом, чтобы максимизировать ожидаемый рост мы должны ставить все наши ресурсы в каждой попытке.

Аналогично, если наша стратегия состоит в том, чтобы минимизировать вероятность возможного краха (а "крах" происходит, если  $X_n = 0$  на  $k$ -ой попытке) то мы делаем минимальную ставку на каждой попытке, но это, к сожалению, также минимизирует и ожидаемый рост. Таким образом, "робкая" система ставок также непривлекательна

Расчет оптимального размера ставки

Главной задачей данной стратегии является определение в процентах размеров ставок от суммы средств, которой вы располагаете.

$$\frac{K \cdot V - 1}{K - 1} = C, \text{ где}$$

$C$  - размер следующей ставки;

$K$  - коэффициент букмекера;

$V$  - ваша оценка события.

«Критерий Келли» по сути – универсальная стратегия, однако, в связи с тем, что определить точный исход события могут далеко не все игроки, она не нашла широкого применения в реальных ставках.

Критерий Келли используется не только в ставках на исход спортивных событий, но и на бирже. При использовании данного метода у игрока возникают следующие проблемы:

- При завышенной оценке исхода игрок потеряет больше денег, а при недооценке исхода он не сможет получить ту прибыль на которую рассчитывал.

- Используя этот метод, игрок должен ставить на события переоцененные букмекером. Например, если он оценил исход как 50 %, то коэффициент букмекера должен быть выше 2.

Оптимальный рост: Непрерывная аппроксимация времени, ожидаемого для достижения цели.

Стратегия оптимального роста асимптотически минимизирует ожидаемое время достижения цели.

$t^*(c)/m(c) \cong 1$ ,  $t^*(c)$  - ожидаемое время при использовании стратегии Келли.  $m(C)$  – наибольшее значение нижней границы для ожидаемого времени достижения  $C$

Непрерывное приближение к ожидаемому числу попыток для достижения цели  $C > 1$  будет равным

$$n(c, f) = \ln C / g(f), \text{ где}$$

$f$  - любая стратегия фиксированной доли.

Вывод: Мы описали финансовую стратегию под названием «Критерий Келли». Продемонстрировали суть стратегии на примере. Выяснили, где и как можно использовать данный критерий.

[1] Критерий Келли в блек-джеке, спортивных тотализаторах и на фондовой бирже Эдвард О.Торп 1997.

[2] Беляев Ю.К. и Носко В.П. «Основные понятия и задачи математической статистики.» - М.: Изд-во МГУ, ЧеРо, 2006.