

# ОПИСАНИЕ УРАВНЕНИЕМ НЕРНСТА-ПЛАНКА КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь

Пискун Г.А., Кистень О.А.

Алексеев В.Ф. – канд. техн. наук, доцент

Исследовано изменение концентрации электронов в газовой среде при возникновении и развитии электростатического разряда (ЭСР). Установлено, что наиболее оптимальным математическим выражением для описания данного физического процесса является уравнение Нернста-Планка. Разработана компьютерная модель подтверждающая верность проведения исследований.

Интерес к исследованию уравнения Нернста-Планка с прикладной точки зрения обусловлен его применимостью к описанию явлений переноса в различных средах. В частности, с помощью данного уравнения можно описать процесс переноса электронов при ЭСР.

Уравнение Нернста-Планка для электронов можно представить следующей формулой.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \Delta(-D \cdot \nabla c - Z \cdot u_m \cdot F \cdot c \cdot \nabla V) = R - \bar{u} \cdot \nabla c,$$

где  $D$  – коэффициент диффузии электронов;  $R$  – скорость реакции;  $u_m$  – подвижность электронов;  $Z$  – заряд электрона;  $c$  – концентрация электронов;  $V$  – потенциал электрического поля.

Рассмотрим каждую составляющую вышеприведенного уравнения более подробно.

**Подвижность электронов.** *Подвижностью* называют коэффициент пропорциональности между величинами скорости дрейфа заряженной частицы и напряженностью электрического поля [1].

$$v_d = u_m \cdot E,$$

где  $v_d$  – скорость дрейфа;  $E$  – напряженность электрического поля.

$$u_m = \frac{e}{m \cdot \nu_m},$$

где  $e$  – электрический заряд электрона;  $m$  – масса электрона;  $\nu_m$  – эффективная частота столкновений.

Поскольку средняя энергия электронов зависит от поля, зависимость  $v_d$  от  $E$  не является строго линейной, и подвижность электронов  $u_m$  зависит от поля. Но при теоретическом рассмотрении различных разрядных процессов, как правило, можно использовать удобной для этой цели линейной связью, где подвижность постоянная величина ( $u_m = \text{const}$ ). Для численной оценки подвижности подбирается ее разумное значение [1, с. 41, табл. 3.1].

**Коэффициент диффузии электронов.** *Коэффициент диффузии* представляет собой количество вещества, проходящего в единицу времени через участок единичной площади при градиенте концентрации, равном единице. Связь между подвижностью частиц и коэффициентом диффузии описывается соотношением Эйнштейна [1], которое выполняется в условиях термодинамического равновесия.

$$D = \frac{k \cdot T}{e} \cdot u_m,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ );  $T$  – температура электронов.

**Скорость реакции.** *Скорость реакции* – это изменение количества одного из реагирующих веществ за единицу времени в единице реакционного пространства. При моделировании скорость реакции задавалась следующей формулой.

$$R = \alpha \cdot u_m \cdot E \cdot c_2 - \beta \cdot c \cdot c_2,$$

где  $\alpha$  – первый таунсендовский коэффициент ионизации;  $\beta$  – коэффициент объемной рекомбинации;  $c_2$  – концентрация положительных ионов;  $E$  – напряженность электрического поля.

$$\alpha = p \cdot A \cdot e^{\frac{p \cdot B}{E}},$$

В выражении определяющем первый таунсендовский коэффициент ионизации  $p \cdot A$  и  $p \cdot B$  константы, эмпирически найденные для каждого газа. Их значения для наиболее интересных для практики газов, представлены в монографии [2]. Коэффициент объемной рекомбинации  $\beta$  находим из [1, с. 77].

**Напряжение электрического поля.** *Напряжение электрического поля* находится из уравнения электростатики для поля (уравнения Пуассона).

$$-\nabla \varepsilon_0 \varepsilon \nabla V = \rho,$$

где  $\varepsilon$  – диэлектрическая проницаемость;  $\rho$  – плотность пространственного разряда;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость в вакууме ( $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-14}$ ).

Для решаемой задачи была выбрана система электродов в неоднородном поле сфера-прямая. Радиус сферы согласно [3] равен 4 мм, а расстояние между электродами 0,4 мм. Начальное напряжение на катоде равно 15 кВ и неизменно во времени, вблизи катода задано начальное облако электронов с концентрацией  $10^{16}$  моль/м<sup>3</sup>, в остальном пространстве начальная концентрация электронов и ионов равна нулю. Значения параметров задачи уравнения Нернста-Планка для электронов представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значения параметров уравнения Нернста-Планка для электронов

Параметр	Символ	Значение
Подвижность электронов	$u_m$	$4,3 \cdot 10^{-2}$ м/В·с
Коэффициент диффузии	$D$	$0,35$ м <sup>2</sup> /с
Первый таунсендовский коэффициент ионизации	$\alpha$	$9,1 \cdot 10^5 \cdot \exp(-1,37 \cdot 10^4 / \text{normE\_es})$
Коэффициент объемной рекомбинации	$\beta$	$10^{-13}$
Заряд электрона	$Z$	-1
Электрический потенциал	$V$	$V$

В результате моделирования было получено распределение концентрации электронов в различные моменты времени, что представлено на рисунке 1.

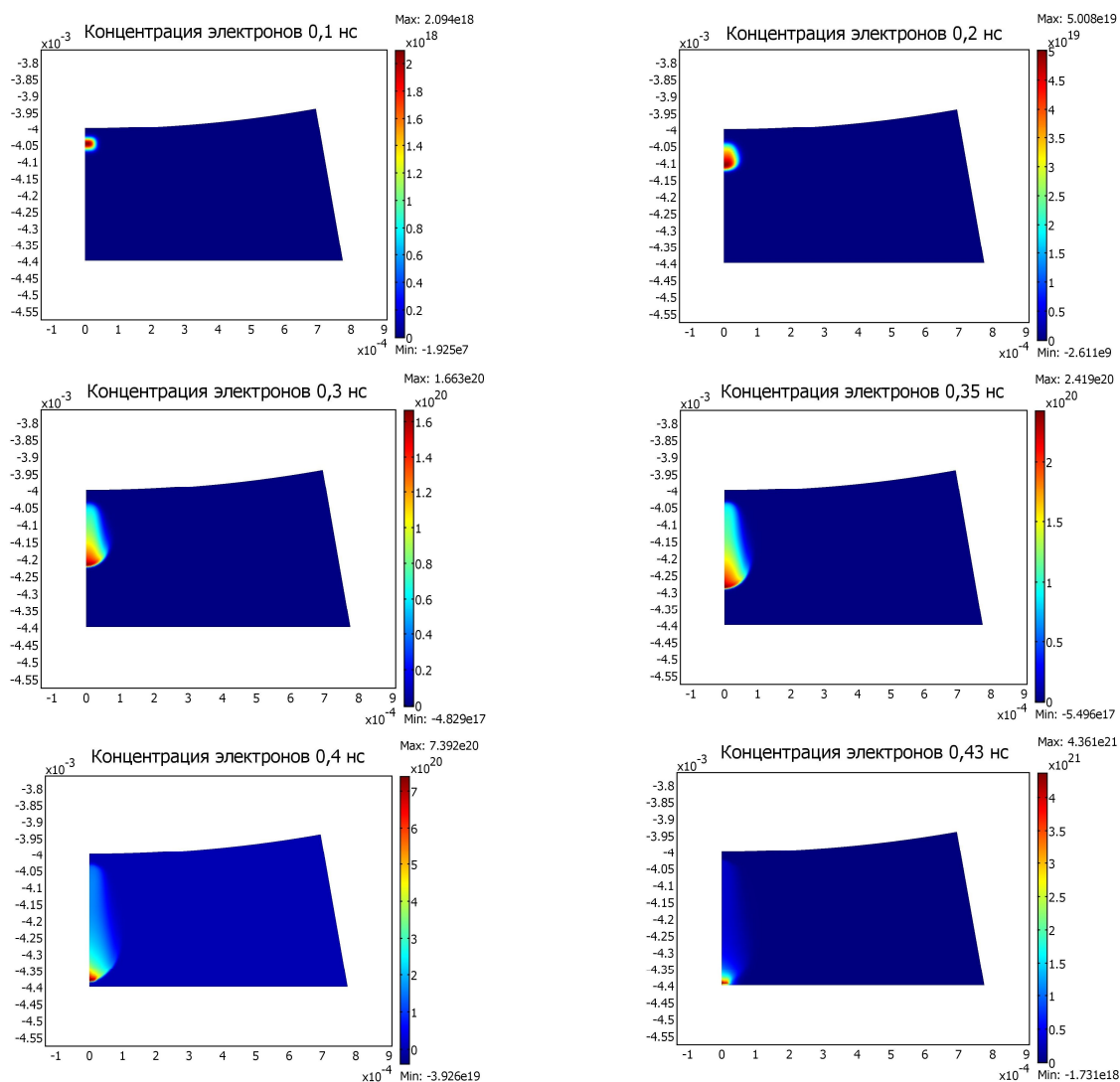


Рисунок 1 – Распределение концентрации электронов в различные моменты времени

Из рисунка 1 видно, что облако электронов, заданное начальными условиями, движется от катода к аноду, и в момент времени 0,43 нс достигает его. Количество электронов в нем постепенно нарастает под действием ударной ионизации, а радиус облака увеличивается за счет диффузии [4].

Список использованных источников:

1. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. – М.: Наука, 1992. – 536 с.
2. Князев Б.А. Низкотемпературная плазма и газовый разряд: Учебное пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2003. – 290 с.
3. СТБ МЭК 61000-4-2-2006. Электромагнитная совместимость. Часть 4-2. Методы испытаний и измерений. Испытания на устойчивость к электростатическим разрядам. – Минск: Госстандарт Республики Беларусь, 2006.
4. Пискун Г.А., Кистень О.А. Математическое описание развития электростатического разряда в газовой среде в программном пакете COMSOL MULTIPHYSICS. // Материалы 4-ой Международной научно-технической конференции «Приборостроение-2011». – Мн.: «БНТУ», 2011 – 507 с.