

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ MAPLE В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Гончарова А.В., Быстрова М.С.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Теслюк В.Н. – канд. физ.-мат. наук

В данной работе представлены результаты изучения средств и пакетов программы системы компьютерной алгебры Maple и их использования для визуализации решений математических задач. Задачи, для которых созданы процедуры решения: построение однополостного гиперболоида с винтовой линией и вычисление её кривизны и кручения, построения графика поверхности, заданной параметрически, построение различных объёмных тел.

На сегодняшний день есть несколько популярных компьютерных инструментов, которые широко используются в математическом образовании, позволяют студентам достичь высокого уровня логико-аналитического мышления, визуально представляют сложную математическую информацию и рассматривают доказательства с помощью графических выражений.

В качестве иллюстрации мы выбрали математическую систему Maple.

Приведем наиболее яркие примеры решения задач дифференциальной геометрии с помощью данного пакета.

Одной из задач, наглядность которой является важной частью для понимания процесса решения, является задача исследования кривых. В качестве примера ниже представлен процесс вычисления кривизны и кручения винтовой линии на однополостном гиперболоиде с визуализацией и графическим представлением конечных формул. Для решения задачи рассмотрим однополостной гиперболоид вращения $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ с помощью уравнений $x = \cosh(t) \cos(\theta)$, $y = \cosh(t) \sin(\theta)$, $z = t$ в Maple и построим винтовую линию с помощью уравнений $x = \cosh(t) \cos(t)$, $y = \cosh(t) \sin(t)$, $z = t$ в Maple. Это будет следующим образом:

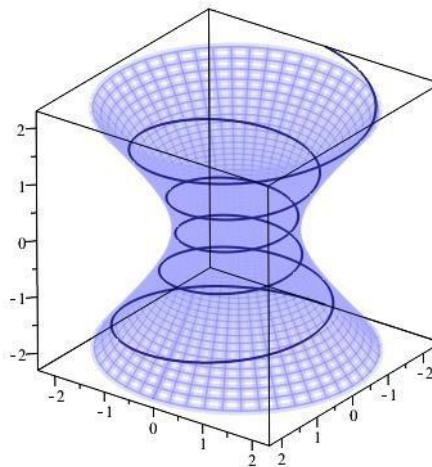


Рисунок 1 – Спираль на гиперболоиде вращения

Теперь, вычислив кривизну и кручение этой линии с помощью средств Maple, дадим формулам графическое представление:

Другим не менее наглядным примером удобства Maple будет построение графика поверхности, заданной параметрически. На рисунке 3 представлен вид поверхности, заданной параметрами $x = 2 * \cos(t) + \cos(2*t)$, $y = 2 * \sin(t) + \sin(2*t)$, $z = t$.

Рисунок 3.

Если учащиеся еще могут запомнить канонические уравнения поверхностей, их внешний вид,

то изобразить тело, ограниченное известными поверхностями, могут далеко не все. С этой задачей легко справиться с помощью программы Maple. На рисунке 4 представлено тело из сборника задач Кузнецова Л.А. [1], объем которого можно вычислить при помощи программного пакета Maple.

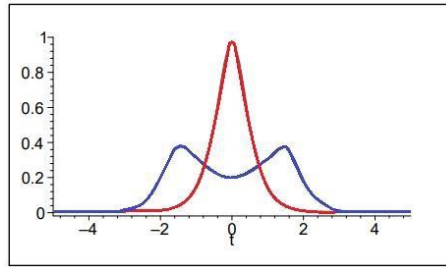


Рисунок 2 – Графики кривизны и кручения винтовой линии

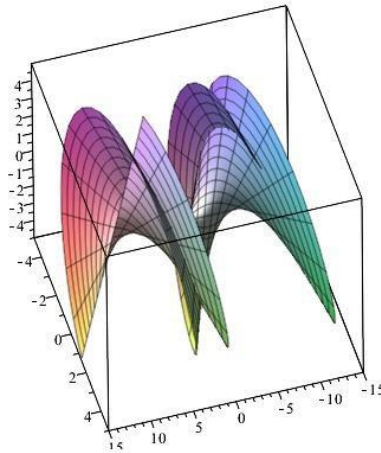


Рисунок 3 – График поверхности, заданной параметрически

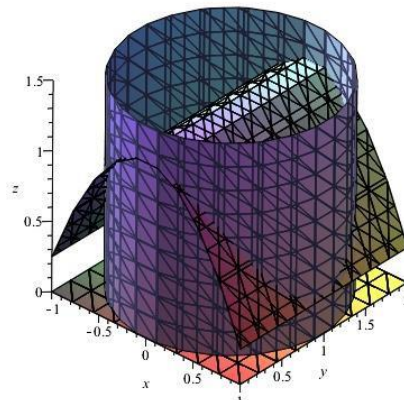


Рисунок 4 – Пример объёмного тела

Ниже представлены ещё несколько интересных примеров тел, реализованных с помощью функций Maple:

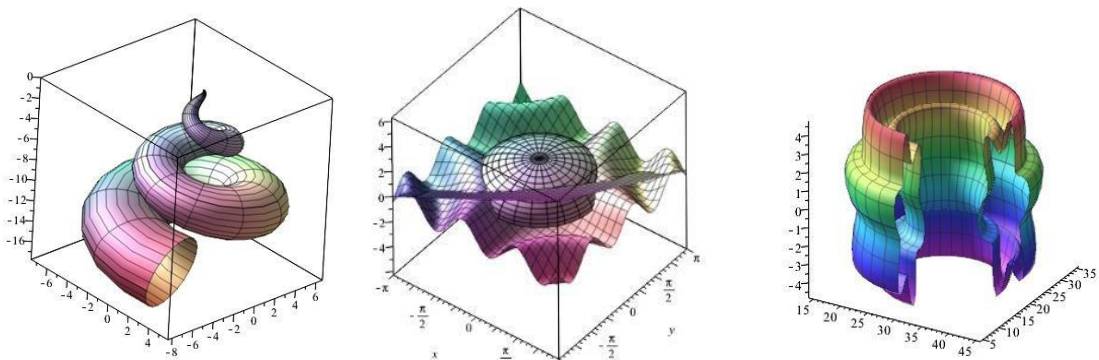


Рисунок 5 – Демонстрация других примеров построения тел в среде Maple

Приведённые выше примеры показывают, что средства Maple позволяют студенту получить наглядные результаты решения математических задач, прилагая меньше усилий, чем при вычислениях вручную.

Список использованных источников:

1. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: Учеб. пособие / Л.А. Кузнецов. 7-изд., стер. СПб.: Лань, 2005. – С. 141.
2. Касюк С.Т., Логвинова А.А. Высшая математика на компьютере в программе Maple 14. – Челябинск.: Изд. центр ЮУрГУ, 2011 – 57 с.
3. Maplesoft [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.maplesoft.com/support/help/>