# Применение информационных технологий в преподавании дискретной математики

Н. П. Можей, e-mail: mozheynatalya@mail.ru

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

***Аннотация.*** *В работе описано, как применять информационные технологии в преподавании дискретной математики. Приводятся примеры приложений дискретной математики при анализе эффективности компьютерных алгоритмов, работе с экспертными системами, решении задач маршрутизации, классификации упорядоченных данных и поиска в них, проверке корректности алгоритмов, создании функциональных схем и др.*

***Ключевые слова:*** *дискретная математика, теория графов, информационные технологии.*

## Введение

Дискретная математика включает в себя как сложившиеся разделы математики (теория чисел, алгебра, математическая логика), так и ряд разделов, которые наиболее интенсивно стали развиваться в середине 20-го века (теория функциональных систем, теория алгоритмов, теория конечных автоматов и т.п.). Эта область математики привлекается для решения задач на компьютере в терминах аппаратных средств и программного обеспечения с привлечением организации символов и манипуляции данными. Без знания дискретной математики невозможно успешно заниматься информатикой и программированием, однако часто этот курс преподается чисто академически, без демонстрации возможных приложений.

## 1. Информационные технологии в преподавании дискретной математики

Обсудим проблему изучения дискретной математики студентами специальности «Программное обеспечение информационных технологий» с точки зрения возможных приложений в будущей работе. В курсе «Дискретная математика» рассматриваются элементы комбинаторики, теория множеств и отношений, элементы современной абстрактной алгебры, теория графов, классические понятия теории булевых функций, а также основы теории формальных языков (куда

---

© Можей Н. П., 2020

включаются теория конечных автоматов, регулярных языков, контекстно-свободных языков и магазинных автоматов). Главная цель изучения дискретной математики – приобрести инструменты и технику, необходимые для понимания и проектирования компьютерных систем.

Дискретная математика развивалась в связи с изучением законов и правил человеческого мышления; мышление реализует себя прежде всего в языке. Поэтому можно считать, что ядром дискретной математики является теория формальных языков. Доминирующим в теории формальных языков является алгебраический подход, в котором используется аппарат, базирующийся на понятии полукольца как алгебраической структуры. Теория формальных языков является базой теории кодирования и криптологии (изучающей методы защиты информации), теории алгоритмов и (в определенном смысле) математической логики. Ранее средства кодирования играли вспомогательную роль и не рассматривались как отдельный предмет математического изучения, но с появлением компьютеров ситуация кардинально изменилась. Кодирование буквально пронизывает информационные технологии и является центральным вопросом при решении самых разных задач программирования. Контекстно-свободные языки – важнейший класс языков; их теоретический анализ является основой многих информационных технологий, таких, в частности, как проектирование компиляторов или разработка лингвистического обеспечения баз данных.

Теория формальных языков существенно опирается на теорию графов. Многие задачи теории языков (например, задача определения языка конечного или магазинного автомата) сводятся к задаче о путях в размеченных ориентированных графах, где множество меток имеет алгебраическую структуру полукольца. Аппарат теории графов широко используется в различных приложениях, в частности, в математическом обеспечении систем автоматизированного проектирования. Основные области его применения – математическое моделирование и задачи структурного синтеза. Моделью компьютерной сети также может служить ориентированный граф, чьи вершины (узлы) – компьютерные компоненты, а дуги – коммуникационные линии связи. Каждая дуга такого графа снабжена весом, обозначающим пропускную способность линии. Как передавать сообщения между несмежными узлами? Процедура статической маршрутизации учитывает информацию о пропускной способности линий для определения фиксированного пути передач между узлами. В целях оптимизации таких путей определяют кратчайшие пути в графе. Однако при таком подходе могут возникать сбои в линиях или узлах сети. Задержки передач могут происходить в тех случаях, когда превышается пропускная способность линии. Процедура динамической маршрутизации постоянно корректирует пропускную способность линий с учетом потребности. В процессе изучения теории графов в курсе «Дискретная математика» анализируются коммуникационные сети, чьи вершины представляют собой компьютеры, а дуги – коммуникационные линии, связывающие компьютеры, и показывается, как определить фиксированные пути передачи информации между узлами, обсуждается также и процедура динамической маршрутизации, что позволяет студентам лучше разобраться в протоколах передачи информации.

Блок-схема алгоритма также представляет собой ориентированный граф, в котором вершинами являются отдельные операторы, а дуги указывают переходы между ними. На языке теории графов формулируются и решаются многие задачи управления, в том числе задачи сетевого планирования, анализа и проектирования организационных структур, анализа процессов функционирования динамических систем. Двоичные деревья с корнем полезны при решении задач выбора, в частности, классификации упорядоченных данных или поиска в них. Эти данные можно организовать в виде вершин двоичного дерева с корнем в соответствии с их порядком (данные, стоящие в левом поддереве, меньше данных, соответствующих этой вершине, а данные, расположенные в правом поддереве – больше). В качестве применения теории графов в курсе «Дискретная математика» изучаются двоичные деревья для организации упорядоченных данных и поиска информации в них. Преимущество такой организации данных заключается в возможности создания эффективного алгоритма поиска, включения новых данных и вывода всей информации в виде упорядоченного списка.

Одна из важных задач программирования – создание и анализ эффективности компьютерных алгоритмов. Для успешного выполнения такого анализа необходимо научиться измерять затраты алгоритма в терминах времени и компьютерной памяти, в частности, оценивать время, необходимое для вычисления значения функции. Один из способов оценки заключается в подсчете числа элементарных операций, которые производятся при вычислениях. При изучении комбинаторики в курсе «Дискретная математика» проводится сравнение алгоритмов по эффективности (то есть подсчет количества операций, выполняемых алгоритмом), что позволяет применять формулы комбинаторики.

Данные, хранящиеся в компьютере, образуют базы данных. Строки таблиц (с колонками, помеченными множествами) можно представить как подмножество в прямом произведении, такая таблица представляет собой отношение. Для извлечения информации и изменения содержания таблиц, соответствующих набору отношений, определены основные операции над ними (соединение, выбор…). Дискретная математика помогает студентам осмыслить основные принципы работы с системами управления базами данных, используя теорию множеств и отношений. Кроме того, в качестве примера рефлексивного отношения рассматривается отношение клиент/сервер на множестве узлов одноранговой сети, а в качестве примера антисимметричного отношения – отношение узлов в сетях клиент/серверной архитектуры, примерами кортежей являются координаты посадочных мест элементов в ячейке, блоке и т. п. Примером приложений теории множеств также могут служить экспертные системы (компьютерные системы, которые призваны заменить специалистов в данной области). Эти системы должны уметь отвечать на простые вопросы, что достигается накоплением базы знаний известных фактов вместе с определением набора правил ввода вопросов и вывода ответов, вследствие чего ответы на запросы системы могут быть выведены логическим путем из базы знаний. В учебнике Хаггарти [1] проиллюстрированы некоторые сложности работы с экспертной системой.

Под исчислением предикатов понимается формальный язык для представления отношений в некоторой предметной области. Основное преимущество исчисления предикатов – хорошо понятный мощный механизм математического вывода, который может быть непосредственно запрограммирован. Чтобы доказать корректность алгоритма (убедиться, что он делает то, что предусмотрено), нужно проверить все изменения используемых в нем переменных до, в течение и после работы алгоритма. Эти изменения и условия можно рассматривать как небольшие утверждения или предикаты. На примере различных алгоритмов проводится проверка корректности алгоритмов с применением формальной теории.

С помощью булевой алгебры решаются разнообразные логические задачи, она находит широчайшее применение в технических областях (логический синтез контактных структур, комбинационных и многотактных электронных схем, их минимизация, анализ работы и др.). Одно из основных приложений булевой алгебры – создание функциональных схем, которые можно реализовать в виде электронных устройств с конечным числом входов и выходов. Законы булевой алгебры применяются при построении схем из электронных элементов, позволяя минимизировать схему, упростив булеву функцию, и т.д.

Результат преобразования вход-выход может зависеть не только от того, какая информация в данный момент появилась на входах, но и от того, что происходило раньше, от предыстории преобразования. Нефункциональные преобразователи дискретной информации, реакция которых зависит не только от состояния входа на данный момент, но и от того, что было на входе раньше, от входной истории, называются автоматами, функциональные преобразователи можно рассматривать как частный случай – автоматы без памяти. Автомат – кибернетическая система, перерабатывающая дискретную информацию и меняющая свое внутреннее состояние лишь в допустимые моменты времени. Информацию, поступающую на вход автомата, принято кодировать конечной совокупностью символов. Такую совокупность называют алфавитом, отдельные символы, образующие алфавит, – буквами, а любые конечные упорядоченные последовательности букв данного алфавита – словами в этом алфавите. Автоматами могут являться как реальные устройства (вычислительные машины, автоматы, живые организмы и т. д.), так и абстрактные системы (формальная система, аксиоматические теории и т. д.). Понятие автомата может служить модельным объектом в самых разнообразных задачах, благодаря чему возможно применение теории автоматов в различных научных и прикладных исследованиях, например, при разработке и реализации сложного поведения в управляемых событиями программах, таких как сетевые адаптеры и компиляторы. Большинство задач теории автоматов – общие для основных видов управляющих систем. К ним относятся задачи анализа и синтеза автоматов, задачи полноты, минимизации, эквивалентных преобразований автоматов и др.

## Заключение

Знание теории множеств, алгебры, математической логики, теории графов и других разделов дискретной математики совершенно необходимо для четкой формулировки понятий и постановки различных прикладных задач, их формализации и компьютеризации, а также для усвоения и разработки современных информационных технологий. Понятия и методы теории алгоритмов и алгебры логики лежат в основе современной теории и практики программирования. В данной работе описано, насколько широко можно применять информационные технологии в преподавании дискретной математики.

## Список литературы

1. Хаггарти, Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарти. – Москва. : Техносфера, 2014. – 399 с.