СПОСОБ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОСНОВЕ ОБРАТНОГО *Z*-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Шумский Д.Ю., Каретко А.С., Полубок А.Г., Левчук В.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Печень Т.М. – старший преподаватель

Рассматривается вопрос о необходимости параметрической компоновки при иденфикации систем с запаздыванием на основе обратного Z-преобразования. Анализируется оценка неизвестного времени задержки. Найдено модифицированное Z-преобразование для исследуемой дискретной системы.

Методика «Идентификации дискретных систем с запаздыванием на основе обратного Z-преобразования» заключается в решении следующих задач:

– Применить для параметрической идентификации в реальном масштабе времени (адаптивная или текущая идентификация, самонастройка) дискретных систем, описываемых регрессионной моделью:

$$y(k)=\sum_{i=1}^{n}a_ik_i(k-i)+\sum_{i=0}^{n}b_ix(k-i-d)+v(k),$$

где, $x(k), y(k)$ – входной и выходной сигналы; $v(k)$ – аддитивная помеха с нулевым средним и конечной дисперсией; n – порядок модели; d – запаздывание.

Для определения неизвестного запаздывания необходимо дополнительное уравнение, такое уравнение выводится на основе минимизации квадрата ошибки модели [1]:

$$e(k,d)=y(k|d)-y(k),$$

где $y(k|d)$ – выходной сигнал модели при значении запаздывания d.

– Решить следующую задачу: так как в задаче текущей идентификации определяется вектор параметров передаточной функции дискретной системы, то формально задача оценки неизвестного запаздывания τ сводится к обратному *Z*-преобразованию.

В дискретной системе запаздывание нижняя частота представляется в виде целого числа интервалов квантования (T_0).

Определяем запаздывание как:

$$\tau=(d+m-1)T_0=(d-\varepsilon)$$

где $m[0,1)$, $\varepsilon(0,1]$ — дробные числа, *d* — целое, m и ε связаны соотношением $m=1-\ \varepsilon$.

– Найти модифицированное *Z*-преобразование рассматриваемой дискретной системы:

$$H(z)\ =\frac{z}{z-1}\frac{B(z)}{A(z)}=\ Z_s\left\{\frac{1}{s}\frac{B^*(s)}{A^*(s)}\right\}=Z_s\{H^*(s)\},$$

и обратное модифицированное *Z*-преобразование:

$$H^*(s)=Z_s^{-1}\{H(z)\},$$

При текущей параметрической идентификации на каждом шаге самонастройки оценивается вектор параметров $\theta(k)$ передаточной функции дискретной системы при уже известном запаздывании *d*. Параметр смещения ε не известен, а следовательно, и запаздывание τ не определено с точностью дробной части.

– Составить дополнительное уравнение для параметра ε:

$$F(\varepsilon) = \sum_{i=1}^{l} \sum_{j=0}^{r_i-1} G''_{ji} (-\varepsilon)^j z_i^{-s} = 0$$

Данное уравнение связывает известные параметры передаточной функции дискретной системы с неизвестным значением ε.

– Получить явную зависимость в частном случае для инерционного звена первого порядка с запаздывание:

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{b_0 + b_1}{b_1 - a_1 b_0}\right) \Big/ \ln(-a_1)$$

– Решить соотношения :

$$\left.\begin{array}{c} G''_{ji} = (-1)^{j+1} \sum\limits_{q=j}^{r_i-1} G_{qi} \dfrac{S(q+1, j+1)}{q!} z_i^{q+1}; \\ G''_{ji} = z_i^s \sum\limits_{g=j}^{r_i-1} D_{qi} \dfrac{C_q^j}{q!} T_0^q \varepsilon^{q-j}; \\ i = \overline{1, l}; j = \overline{j = 0, r_i - 1}, \end{array}\right\}$$

Эти соотношения позволяют сформировать систему линейных уравнений для вектора коэффициентов $\boldsymbol{D} = \|D_{ji}\|$при обратном модифицированном *Z*-преобразовании и вектора коэффициентов $\boldsymbol{G} = \|G_{ji}\|$при прямом модифицированном *Z*-преобразовании $\boldsymbol{G} \leftrightarrow \boldsymbol{G}'' \leftrightarrow \boldsymbol{D}$ алгоритмы разложения рациональной дроби на сумму простых дробей позволяют применять матричные операции к вектору параметров $\theta(k)$.

– При прямом и обратном модифицируемом Z-преобразовании формализовать оператор [2]:

$$\theta = Z(\varepsilon, \boldsymbol{D}), D = Z^{-1}(\varepsilon, \theta).$$

– Сформировать матрицы коvариаций при изменении запаздывания. При этом запаздывание и порядок передаточной функции дискретной системы относятся к структуре цифровой модели. Если структура изменяется, то параметрическая идентификация должна начинаться с формирования новой системы уравнений.

– Представить вычислительную схему рекуррентного метода наименьших квадратов в виде прямого обращения ковариационной матрицы и записать:

$$R(k, d)\theta(k, d) = F(k, d)$$

– Пересчитать матрицу ковариаций $R(k, d)$ в матрицу $R(k, d+1)$. Матрицы $R(k, d)$ и $R(k, d+1)$ содержат одинаковые блоки. Одинаковые блоки выделить и в матрицах $R(k-1, d)$ и $R(k, d+1)$. С учетом перекрытия блоков и симметричности матрицы ковариаций «не закрытыми» остается лишь один элемент матрицы $R(k, d+1) - r_{2n+1,1}(k, d+1)$(рис. 1).

$$R(k, d+1) = \begin{bmatrix} A_1(k) & A_2(k, d) & \begin{matrix} r_{1,2n+1}(k, d+1) \\ B_{2n+1}(k-1, d) \end{matrix} \\ A_2^T(k, d) & & B_3(k-1, d) \\ r_{2n+1,1}(k, d+1) & B_{2,n+1}^T(k-1, d) & \end{bmatrix}$$

Рисунок 1 – Матрица ковариаций

Таким образом, предложен разработанный на основе рекуррентного метода наименьших квадратов алгоритм текущей идентификации объектов управления с переменным запаздыванием, описываемых дискретной системой, состоящей из идеального импульсного элемента, экстраполятора нулевого порядка и линейной непрерывной части. Алгоритм не накладывает дополнительных ограничений на синтез систем управления и может применяться в замкнутом контуре.

Список использованных источников:

1. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Пер. с англ.; под ред. Я. З. Цыпкина. М.: Наука, 1991. 432с.
2. Карташов В.Я., Сахнин Д. Ю. Структурно-параметрическая идентификация дискретных моделей объектов с запаздыванием для настройки регуляторов Смита // Управление, вычислительная техника и информатика: Изв. Томск. политехн. ун-та. 2007. Т. 311, № 5. С. 19—23.