

ПЛОСКОСТЬ, КАСАТЕЛЬНАЯ К ПОВЕРХНОСТИ

Гибез Н.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Рожнова Н.Г. – магистр техн. наук, ст. преподаватель

В данной статье рассматриваются плоскости, касательные к поверхностям и последовательность их построения. Определение касательной плоскости через две пересекающиеся прямые. Рассмотрены примеры построения таких плоскостей к различным поверхностям.

Касательные плоскости играют большую роль в геометрии. В теоретическом плане плоскости, касательные к поверхности, используются в дифференциальной геометрии при изучении свойств поверхности в районе точки касания. Не менее важное значение приобретает построение касательных плоскостей и в практическом отношении, так как наличие их позволяет определить направление нормали к поверхности в точке касания. К помощи касательных плоскостей обращаются также для построения очерков геометрических фигур, ограниченных замкнутыми поверхностями.

Плоскостью, касательной к поверхности в некоторой ее точке, называют плоскость, образованную касательными, проведенными к всевозможным кривым, принадлежащим поверхности и проходящим через ту же точку. В зависимости от вида поверхности, касательная плоскость может иметь с поверхностью как одну, так и множество точек. В зависимости от того, с каким случаем касания мы имеем дело, точки, принадлежащие поверхностям, подразделяют на эллиптические, параболические и гиперболические:

1 Если касательная плоскость имеет с поверхностью только одну общую точку, то все принадлежащие поверхности линии, проходящие через эту точку, будут расположены по одну сторону от касательной плоскости. Такие точки называются эллиптическими;

2 В случае проведения касательной плоскости к торсовой поверхности, плоскость будет касаться этой поверхности по прямой образующей. Точки, принадлежащие этой образующей, называют параболическими.

3 Точки поверхности, касательная плоскость к которым пересекает поверхность, называют гиперболическими. Гиперболическая точка принадлежит линии, по которой касательная плоскость пересекает поверхность.

Примеры поверхностей с эллиптическими, параболическими и гиперболическими точками и проведенными к ним касательными плоскостями показаны на рисунке 1 (на рисунке 1, а точка А-эллиптическая, на рисунке 1, б точка А-параболическая, на рисунке 1, в точка А-гиперболическая) [2].

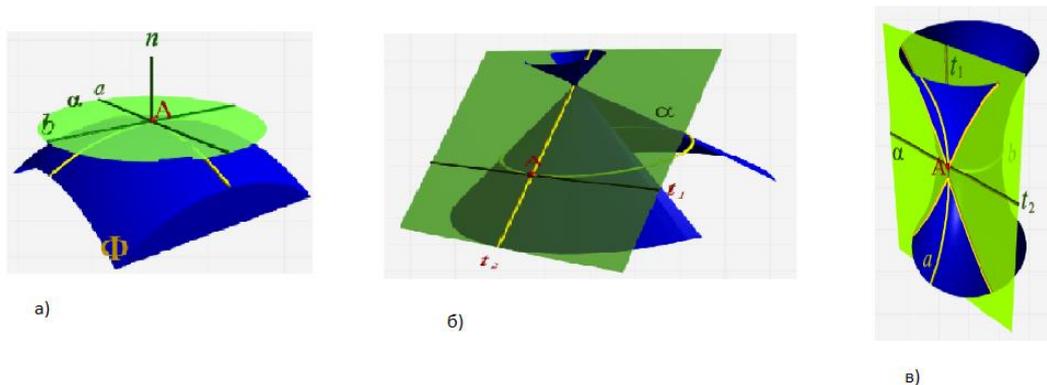


Рисунок 1 – Примеры касательных плоскостей к различным поверхностям.

Следующий пример, представленный на рисунке 2 [2], демонстрирует построение касательной плоскости к поверхности тора. В случае проведения касательной плоскости к торсовой поверхности, образованной непрерывным перемещением касательной прямой к некоторой пространственной кривой линии (частный случай - коническая поверхность), плоскость будет касаться поверхности по прямой линии – образующей. Точки, принадлежащие этой образующей, называются параболическими Точки поверхности, в которых касательная плоскость пересекает поверхность, называют гиперболическими. Гиперболическая точка принадлежит линии, по которой касательная плоскость пересекает поверхность.

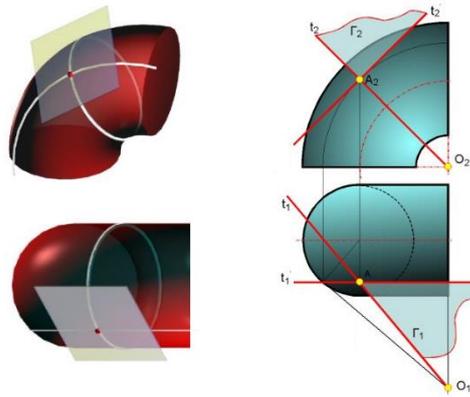


Рисунок 2 – Проведение касательной к поверхности тора

Задание касательной плоскости к поверхности на эюре Монжа.

Правило построения касательной к поверхности легко может быть получено из определения касательной к поверхности, которое должно быть сформулировано след образом:

– касательной к поверхности называется прямая, касательная к какой-либо кривой, принадлежащей поверхности.

Рисунок 3 дает наглядное представление о проведении касательной к поверхности в заданной точке М.

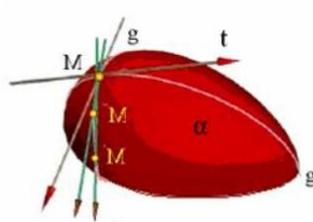


Рисунок 3 – Проведение касательной линии

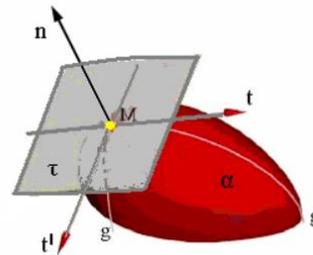


Рисунок 4 – Проведение касательной плоскости.

Так как плоскость однозначно определяется двумя пересекающимися прямыми, то для задания плоскости, касательной к поверхности в заданной точке, достаточно провести через эту точку две кривые, принадлежащие поверхности, и к каждой из них провести касательные в точке пересечения кривых[4]. Полученные две касательные однозначно определяют касательную плоскость.

Наглядное представление о проведении плоскости t , касательной поверхности в заданной точке М, показано на рисунке 4. На этом рисунке показана также нормаль n к поверхности α .

Нормалью к поверхности в данной точке называют прямую, перпендикулярную к касательной плоскости и проходящую через точку касания.

Если через точку поверхности можно провести касательную плоскость и при том одну, то точка поверхности называется обыкновенной, в другом случае – особой (например, вершина конической поверхности).

Касательная плоскость и кривая поверхность могут занимать различные положения относительно друг друга. При этом общим элементом может быть только элемент касания: либо точка, либо линия. Эта линия может прямой или кривой.

При построении касательной плоскости либо указывают точку касания, либо задают другие условия для ее проведения (например, касательная плоскость должна проходить через заданную вне поверхности точку; касательная плоскость должна быть параллельна некоторой прямой и др.).

Список использованных источников:

1. Фролов С.А. Начертательная геометрия: Учебник втузов. -М.: Машиностроение, 1978-240 с., ил.
2. Начертательная геометрия курс лекций. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://present5.com/nachertatel'naya-geometriya-kurs-lekcij-simvoly-i-oboznacheniya/>
3. Касательна плоскость к поверхности тора. [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://smutc.ru/education/geom/Geometry/ris/PR8_4.HTML
4. Плоскости, касательные к поверхностям. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://cf2.ppt-online.org/files2/slide/2/2RuFLAr970dfy6QiHkIbmwXB3qYVWUGCvJ1olca/slide-96.jpg>