

ИЗОБРАЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР В N-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Медведев С. В.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь

Столер В. А. – канд. техн. наук, доцент

Работа посвящена изображению геометрических фигур в N-мерном пространстве, в частности в четырёхмерном пространстве, и описывает их проекции и развёртки на трёхмерное пространство. Дается пошаговый аналитический подход, позволяющий понять, как 4-х мерное пространство связано с нашим миром.

N-мерным действительным (комплексным) пространством называется упорядоченный набор из n действительных систем, записываемых в виде:

$$R^n = \{x, x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (1),$$

где x_i – i - я компонента (вектор) пространства.

В частности, четырёхмерное пространство – это математический объект, обобщающий свойства трёхмерного пространства. Алгебраически четырёхмерное пространство может быть построено как множество векторов с четырьмя вещественными координатами. Геометрически в простейшем случае четырёхмерное пространство рассматривается как евклидово пространство четырёх измерений [1].

В 1853 году Бернхард Риман теоретически доказал возможность существования n-мерного пространства. После этого попытки обнаружить и изучить гипотетические дополнительные измерения пространства многократно предпринимали как солидные учёные, так и всевозможные оккультисты и эзотерики. Английский математик Чарльз Хинтон издал серию книг по данной тематике и достаточно глубоко изучил проблему визуализации. По его мнению, наш трёхмерный мир разделяет невидимый нам четырёхмерный на две части (аналогично тому, как плоскость делит пополам наше пространство). Эти части он условно назвал по-гречески Ана (верхний мир) и Ката (нижний мир).

Во второй половине XIX – начале XX века изучение этой темы было сильно дискредитировано спиритизмом, который рассматривал невидимые измерения как обиталище душ умерших, а миры Ана и Ката зачастую отождествлялись с адом и раем.

Чтобы объяснить, что из себя представляет 4-х мерное пространство, начнём с самого простого геометрического объекта – точки. Точка нульмерна. У неё нет ни длины, ни ширины, ни высоты. Перенесём точку по прямой на произвольное расстояние. Предположим, что наша точка - это остриё карандаша; когда мы её сдвинули, она прочертила отрезок. У отрезка есть длина, и больше никаких измерений: он одномерен, следовательно, прямая является одномерным пространством. Возьмём теперь отрезок и попробуем его переместить так, как раньше точку. Если мы выйдем за пределы прямой и будем двигаться в перпендикулярном направлении, получится прямоугольник. У прямоугольника есть два измерения – ширина и высота. Прямоугольник лежит в некоторой плоскости. Плоскость является двумерным пространством.

Если сместить прямоугольник в направлении, перпендикулярном плоскости, в которой он лежит, получится «кирпичик» (прямоугольный параллелепипед) – трёхмерный объект, у которого есть длина, ширина и высота; он расположен в трёхмерном пространстве, в таком, в каком мы с вами живём. Поэтому мы хорошо представляем себе, как выглядят трёхмерные объекты. Но если бы мы жили в двумерном пространстве на плоскости, то нам пришлось бы изрядно напрячь воображение, чтобы представить себе, как можно сдвинуть прямоугольник, чтобы он вышел из той плоскости, в которой мы живём (рисунок 1).

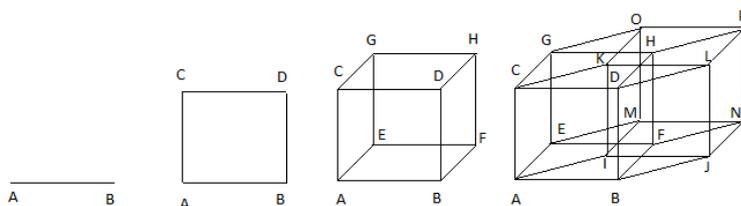


Рисунок 1 – Построение тессеракта (четырёхмерного гиперкуба)

Теперь рассмотрим различия между трёхмерным и четырёхмерным пространством [2]. Трёхмерное пространство – это пространство, в котором положение точки задаётся тремя числами

(например, положение самолёта задаётся длиной, шириной и высотой над уровнем моря). В четырёхмерном же пространстве точке соответствует четвёрка чисел-координат. «Четырёхмерный кирпич» получается сдвигом обычного кирпичика вдоль какого-то направления, не лежащего в нашем трёхмерном пространстве; он имеет четыре измерения.

Геометрия тел в четырёхмерном пространстве отличается от геометрии тел в трёхмерном. В трёхмерном пространстве многогранники ограничены двумерными многоугольниками (гранями), соответственно в четырёхмерном существуют многогранники, ограниченные 3-х гранниками.

Чтобы визуально понять и представить 4-х мерные предметы, можно построить их сечения, проекции или развёртки. При анализе проекций четырёхмерных тел проецирование осуществляется на трёхмерное пространство. Аналогично тому, как трёхмерные многогранники можно сложить из бумажных развёрток, 4-х мерные тела могут быть представлены в виде развёрток своих гиперповерхностей, а именно 3-х мерных тел, как показано на рисунке 2 [3].

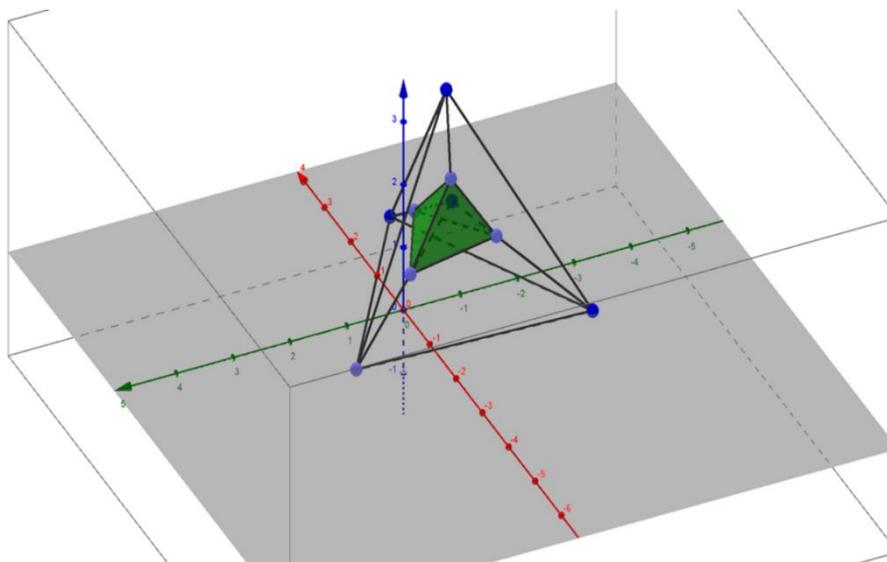


Рисунок 2 – Сечение пентахорона тетраэдром в центральной проекции

Существует мнение что, у Вселенной больше измерений, чем можно предположить. Если представить, что в 4-х мерном пространстве кто-то существует, то он мог бы совершать невероятные поступки с точки зрения 3-х мерного пространства. Он мог бы перемещаться из одного места в другое, исчезая в одном месте и появляясь где-нибудь еще. В теории даже можно было бы удалять внутренние органы, осуществляя хирургию без операционного вмешательства [4]. Как это возможно? Представьте, что мы взаимодействуем с двумерной вселенной, как с элементами для аппликации на листе бумаги. С точки зрения нашего дополнительного пространственного измерения мы могли бы попасть внутрь двумерного существа, не разрезая его вдоль свойственного только нам третьего измерения. Могли бы перевернуть его, поменять местами «лево» и «право», «забрать» его из своего измерения и поместить в другое измерение неведомое ему.

Список использованных источников:

1. Wikipedia.org [электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B5%D1%82%D1%8B%D1%80%D1%91%D1%85%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE – Дата доступа: 12.03.2020.
2. Postnauka.ru [электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://postnauka.ru/faq/22067> – Дата доступа: 12.03.2020.
3. Хлопотин, Н. В. Сечение пентахорона тетраэдром в центральной проекции [Изоматериал]. – 2015 г.
4. Hi-News.ru [электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://hi-news.ru/science/kak-vyglyadelo-by-chetvertoe-prostranstvennoe-izmerenie.html>. – Дата доступа: 12.03.2020.