УДК 539.12:530.145

В. А. Плетюхов[1], И. В. Капица[2], В. В. Кисель[3], В. М. Редьков[4]
[1]д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. общей и теоретической физики
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина
[2]студент V курса физико-математического факультета
Брестского государственного университета имени А. С. Пушкина
[3]канд. физ.-мат. наук, доц. каф. физики
Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники
[4]д-р физ.-мат. наук, главный научный сотрудник лаборатории теоретической физики
Института физики имени Б.И. Степанова НАН Беларуси
e-mail: otf@brsu.brest.by

P-НЕИНВАРИАНТНОЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ $\frac{1}{2}$ И ТРЕМЯ МАССАМИ

В подходе Гельфанда – Яглома получены четыре типа P-неинвариантного релятивистского волнового уравнения для частицы со спином $s = \frac{1}{2}$ *и тремя различными массами. Каждое из них может представить интерес в качестве классической основы для описания трех поколений нейтрино, рассматриваемых как единый физический объект.*

Введение

В настоящее время наличие у нейтрино массы (хотя и весьма малой, но все-таки ненулевой) считается твердо установленным фактом. В пользу этого свидетельствуют, например, осцилляции нейтрино, которые невозможны для строго безмассовых частиц. Таким образом, обычно используемое в классической теории поля описание нейтрино посредством безмассового уравнения Дирака является, строго говоря, некорректным.

В работе [1] было построено релятивистское волновое уравнение (РВУ) первого порядка, не распадающееся по группе Лоренца, для микрочастицы со спином $s = \frac{1}{2}$ и тремя различными значениями массы, которое рассматривалось как альтернатива уравнению Дирака с точки зрения описания всех трех сортов нейтрино с единых позиций. Важной чертой указанного РВУ является его инвариантность относительно операции пространственного отражения.

Здесь необходимо сделать небольшой исторический экскурс. В те годы, когда формировался постулативный базис теории РВУ (подробнее см. [2]), считалось, что «правильные» уравнения, описывающие физические процессы в микромире, должны быть инвариантными не только в смысле собственной группы Лоренца, но и по отношению к операции пространственного отражения (так называемая P-инвариантность или P-четность). Поэтому требование P-инвариантности, наряду с требованиями лоренцевской инвариантности и возможности лагранжевой формулировки, включалось в систему обязательных постулатов теории РВУ [2; 3]. Однако впоследствии выяснилось, что в процессах, идущих с участием нейтрино, например при β-распаде ядер, закон сохранения P-четности может не выполняться.

В контексте обсуждаемой проблемы это означает, что при описании нейтрино в подходе теории РВУ требование P-инвариантности соответствующего уравнения можно опустить. В свою очередь, отказ от этого требования существенно расширяет границы применимости методов теории РВУ в нейтринной физике.

В данной работе мы исследуем возможность построения P-неинвариантного РВУ для микрообъекта со спином $s=\frac{1}{2}$ и тремя массовыми состояниями в подходе Гельфанда – Яглома [3; 4].

1. Некоторые сведения из теории РВУ

Как известно [2; 3], теория РВУ для частиц с ненулевой массой базируется на стандартной матрично-дифференциальной форме уравнения первого порядка

$$(\Gamma_\mu \partial_\mu + m)\psi(x) = 0 \quad (\mu = 1 \div 4), \tag{1}$$

где $\psi(x)$ – многокомпонентная волновая функция, Γ_μ – квадратные числовые матрицы, m – массовый параметр. Релятивистская инвариантность уравнения (1) предполагает, что волновая функция $\psi(x)$ преобразуется по приводимому представлению T собственной группы Лоренца, состоящему из зацепляющихся неприводимых компонент $\tau \sim (l_1,\ l_2)$. В описании спина s участвуют представления τ, удовлетворяющие условию

$$|l_1 - l_2| \le s \le l_1 + l_2 . \tag{2}$$

Среди матриц Γ_μ основную роль играет матрица Γ_4 в том смысле, что алгебраические свойства этой матрицы определяют как спин, так и возможные значения массы частицы, описываемой уравнением (1). Наиболее удобным в указанном смысле является канонический базис $\xi_{s,s_3}^{(\tau)}$, называемый иногда базисом Гельфанда – Яглома [4], в котором матрица Γ_4 имеет блочную структуру

$$\Gamma_4 = \oplus \sum_s C^s \otimes I_{2s+1} . \tag{3}$$

Блоки C^s в (3) формируются представлениями $\tau \sim (l_1,\ l_2)$, удовлетворяющими условию (2). При этом, если блок C^s имеет отличные от нуля вещественные собственные значения $\lambda_i^{(s)}$ (хотя бы одно), то микрочастица обладает спином s, а возможные значения ее массы вычисляются по формуле

$$m_i^{(s)} = \frac{m}{\left|\lambda_i^{(s)}\right|} . \tag{4}$$

2. Основное содержание

Для построения интересующего нас уравнения будем исходить из набора неприводимых представлений группы Лоренца

$$\left(0,\frac{1}{2}\right)\oplus\left(\frac{1}{2},0\right)\oplus\left(0,\frac{1}{2}\right)'\oplus\left(\frac{1}{2},0\right)'\oplus\left(1,\frac{1}{2}\right)\oplus\left(\frac{1}{2},1\right), \tag{5}$$

где знак «штрих» введен для различения кратных (повторяющихся) компонент. В соответствии с (2) представления, содержащиеся в наборе (5), могут описывать спины $s=\frac{1}{2},\frac{3}{2}$. Следовательно, матрица Γ_4 (3) в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\Gamma_4=\left(C^{1/2}\otimes I_2\right)\oplus\left(C^{3/2}\otimes I_4\right)=\Gamma_4^{1/2}\oplus\Gamma_4^{3/2}. \tag{6}$$

Для удобства и упрощения записи дальнейших формул и выражений введем нумерацию представлений, содержащихся в (5), которая одновременно будет служить и для обозначения строк и столбцов спиновых блоков C^s:

$$\left(0,\frac{1}{2}\right)\sim 1,\ \left(\frac{1}{2},0\right)\sim 2,\ \left(0,\frac{1}{2}\right)'\sim 3,\ \left(\frac{1}{2},0\right)'\sim 4,\ \left(1,\frac{1}{2}\right)\sim 5,\ \left(\frac{1}{2},1\right)\sim 6. \tag{7}$$

В обозначениях (7) получаем следующие самые общие выражения для спиновых блоков $C^{1/2}$, $C^{3/2}$, соответствующие выбранному нами набору представлений (5):

$$C^{1/2}=\begin{pmatrix} 0 & C_{12}^{1/2} & 0 & C_{14}^{1/2} & 0 & C_{16}^{1/2}\\ C_{21}^{1/2} & 0 & C_{23}^{1/2} & 0 & C_{25}^{1/2} & 0\\ 0 & C_{32}^{1/2} & 0 & C_{34}^{1/2} & 0 & C_{36}^{1/2}\\ C_{41}^{1/2} & 0 & C_{43}^{1/2} & 0 & C_{45}^{1/2} & 0\\ 0 & C_{52}^{1/2} & 0 & C_{54}^{1/2} & 0 & C_{56}^{1/2}\\ C_{61}^{1/2} & 0 & C_{63}^{1/2} & 0 & C_{65}^{1/2} & 0 \end{pmatrix},\quad C^{3/2}=\begin{pmatrix} 0 & C_{56}^{1/2}\\ C_{65}^{1/2} & 0\end{pmatrix}, \tag{8}$$

где на данном этапе компоненты блоков $C^{1/2}$, $C^{3/2}$ – произвольные комплексные числа.

Как показано в [5], зацепления между кратными представлениями в (5) могут быть «разорваны», т. е., не уменьшая общности, можно положить

$$C_{14}^{1/2}=C_{23}^{1/2}=C_{32}^{1/2}=C_{41}^{1/2}=0. \tag{9}$$

Далее, поскольку нас интересует только спин $s=\frac{1}{2}$, надо выбрать

$$C_{56}^{3/2}=C_{65}^{3/2}=0, \tag{10}$$

откуда автоматически следует:

$$C_{56}^{1/2}=C_{65}^{1/2}=0. \tag{11}$$

С учетом (9) – (11) спиновые блоки $C^{1/2}$, $C^{3/2}$ (8) принимают вид:

$$C^{1/2} = \begin{pmatrix} 0 & C_{12}^{1/2} & 0 & 0 & 0 & C_{16}^{1/2} \\ C_{21}^{1/2} & 0 & 0 & 0 & C_{25}^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{34}^{1/2} & 0 & C_{36}^{1/2} \\ 0 & 0 & C_{43}^{1/2} & 0 & C_{45}^{1/2} & 0 \\ 0 & C_{52}^{1/2} & 0 & C_{54}^{1/2} & 0 & 0 \\ C_{61}^{1/2} & 0 & C_{63}^{1/2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \; C^{3/2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

С точки зрения физических приложений излагаемой теории интерес представляют только такие уравнения, с которыми можно инвариантно связать наблюдаемые величины, например заряд, энергию, импульс и другие. Иными словами, помимо релятивистской инвариантности строящегося уравнения, обязательным требованием является возможность его получения из некоторой лоренц-инвариантной функции Лагранжа.

Лагранжиан уравнения (1) имеет вид

$$L = -\psi^{+}\eta\left(\Gamma_{\mu}\partial_{\mu} + m\right)\psi, \quad (13)$$

где η – матрица вещественной лоренц-инвариантной билинейной формы $\psi^{+}\eta\psi$, имеющая в базисе Гельфанда – Яглома структуру, аналогичную (6):

$$\eta = \left(\eta^{1/2} \otimes I_2\right) \oplus \left(\eta^{3/2} \otimes I_4\right). \quad (14)$$

P-инвариантности билинейной формы и лагранжиана (13) при этом не требуется. Требование лоренц-инвариантности и вещественности формы означает, что ненулевые элементы $\eta^{s}_{\tau\dot{\tau}}$ матрицы η должны удовлетворять условиям [2]:

$$\left(\eta^{s}_{\tau\dot{\tau}}\right)^{*} = \eta^{s}_{\dot{\tau}\tau}, \quad (15)$$

$$\eta^{s}_{\tau\dot{\tau}} = -\eta^{s+1}_{\tau\dot{\tau}}. \quad (16)$$

Не уменьшая общности, условию (15) можно удовлетворить, полагая, например:

$$\eta^{1/2}_{12} = -\eta^{1/2}_{21} = \eta^{1/2}_{34} = -\eta^{1/2}_{43} = i, \; \eta^{1/2}_{56} = -\eta^{1/2}_{65} = if \quad (f = \pm 1). \quad (17)$$

В общем случае требование возможности лагранжевой формулировки РВУ вида (1) приводит к условию

$$C^{s}_{\tau\tau'}\eta^{s}_{\tau'\dot{\tau}'} = \left(C^{s}_{\dot{\tau}'\dot{\tau}}\right)^{*}\eta^{s}_{\tau\dot{\tau}}, \quad (18)$$

которое применительно к нашему случаю при выборе (17) элементов матрицы η накладывает следующие ограничения на компоненты спинового блока $C^{1/2}$:

$$C^{1/2}_{12}, C^{1/2}_{21}, C^{1/2}_{34}, C^{1/2}_{43} \text{ – чисто мнимые;} \quad (19)$$

$$C^{1/2}_{61} = -f\left(C^{1/2}_{25}\right)^{*}, \; C^{1/2}_{52} = -f\left(C^{1/2}_{16}\right)^{*}, \quad (20)$$

$$C^{1/2}_{63} = -f\left(C^{1/2}_{45}\right)^*,\ C^{1/2}_{54} = -f\left(C^{1/2}_{36}\right)^*. \tag{21}$$

Условиям (19) – (21) можно удовлетворить, полагая, например:

$$\begin{gathered} C^{1/2}_{12} = -C^{1/2}_{21} = iC_1,\ C^{1/2}_{34} = -C^{1/2}_{43} = iC_3, \\ C^{1/2}_{16} = -C^{1/2}_{25} = iC_2,\ C^{1/2}_{36} = -C^{1/2}_{45} = iC_4, \end{gathered} \tag{22}$$

где C_1, C_3 – произвольные вещественные, C_2, C_4 – произвольные комплексные числа. Спиновой блок $C^{1/2}$ при этом принимает вид

$$C^{1/2} = i\begin{pmatrix} 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & C_2 \\ -C_1 & 0 & 0 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 & C_4 \\ 0 & 0 & -C_3 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & fC_2^* & 0 & fC_4^* & 0 & 0 \\ -fC_2^* & 0 & fC_4^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Gamma^{1/2}_4 = C^{1/2} \otimes I_2 = C \otimes i\gamma_5\gamma_4, \tag{23}$$

где γ_4, γ_5 – матрицы Дирака и

$$C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & C_2 \\ 0 & C_3 & C_4 \\ fC_2^* & fC_4^* & 0 \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Спектр массовых состояний обсуждаемой микрочастицы связан с корнями λ_i матрицы C (24) соотношением (4). Характеристическое уравнение для матрицы C имеет вид

$$\lambda^3 - \lambda^2\left(C_1 + C_3\right) + \lambda(C_1C_3 - f|C_2|^2 - f|C_4|^2) + f|C_2|^2 C_3 + f|C_4|^2 C_1 = 0. \tag{25}$$

Из (25) вытекает следующая система уравнений для λ_i $(i = 1, 2, 3)$:

$$\begin{gathered} \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = C_1 + C_3, \\ \lambda_1\lambda_2 + \lambda_2\lambda_3 + \lambda_1\lambda_3 = C_1C_3 - f|C_2|^2 - f|C_4|^2, \\ \lambda_1\lambda_2\lambda_3 = -f|C_2|^2 C_3 - f|C_4|^2 C_1. \end{gathered} \tag{26}$$

Как видно из (4), в силу произвольности массового параметра m, один из корней λ_i, не уменьшая общности, можно выбрать равным 1. Пусть

$$\lambda_3 = 1. \tag{27}$$

Тогда для нахождения двух оставшихся корней получим уравнение

$$\lambda^2 - \lambda\left(C_1 + C_3 - 1\right) - f\left|C_2\right|^2 C_3 - f\left|C_4\right|^2 C_1 = 0, \tag{28}$$

где произвол в выборе параметров C_1, C_2, C_3, C_4 ограничен условием

$$C_1C_3 - C_1 - C_3 + 1 + f\left|C_2\right|^2 (C_3 - 1) + f\left|C_4\right|^2 (C_1 - 1) = 0. \tag{29}$$

Условие (29) выполняется, например, при

$$C_1 = C_3 = 1. \tag{30}$$

На параметры C_2, C_4 при этом никаких ограничений не накладывается.

Уравнение (28) при условии (30) трансформируется к виду

$$\lambda^2 - \lambda - f\left|C_2\right|^2 - f\left|C_4\right|^2 = 0, \tag{31}$$

откуда следует:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + f\left|C_2\right|^2 + f\left|C_4\right|^2}. \tag{32}$$

Поскольку корни $\lambda_{1,2}$ должны быть вещественными и разными, то при $f = -1$ на параметры уравнения C_2, C_4 накладывается ограничение

$$\left|C_2\right|^2 + \left|C_4\right|^2 < \frac{1}{4}. \tag{33}$$

В случае же, когда $f = 1$, выбор C_2, C_4 ничем не ограничен.

Помимо (17) матрицу билинейной формы можно задать иным, неэквивалентным способом, а именно:

$$\eta_{12}^{1/2} = -\eta_{21}^{1/2} = -\eta_{34}^{1/2} = \eta_{43}^{1/2} = i,\ \eta_{56}^{1/2} = -\eta_{65}^{1/2} = if \quad \left(f = \pm 1\right). \tag{34}$$

При этом условие (19) не изменится, а (20), (21) трансформируются так:

$$C_{61}^{1/2} = -f\,(C_{25}^{1/2})^*,\ C_{51}^{1/2} = -f\,(C_{16}^{1/2})^*, \tag{35}$$

$$C_{63}^{1/2} = f\,(C_{45}^{1/2})^*,\ C_{54}^{1/2} = f\,(C_{36}^{1/2})^*. \tag{36}$$

Вводя по-прежнему обозначения (22), для спинового блока $C^{1/2}$ получим в этом случае выражение

$$C^{1/2} = i\begin{pmatrix} 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & C_2 \\ -C_1 & 0 & 0 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 & C_4 \\ 0 & 0 & -C_3 & 0 & -C_4 & 0 \\ 0 & fC_2^* & 0 & -fC_4^* & 0 & 0 \\ -fC_2^* & 0 & fC_4^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \Gamma_4^{1/2} = C^{1/2} \otimes I_2 = C' \otimes i\gamma_5\gamma_4, \qquad (37)$$

где

$$C' = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & C_2 \\ 0 & C_3 & C_4 \\ fC_2^* & -fC_4^* & 0 \end{pmatrix}. \qquad (38)$$

Характеристическое уравнение матрицы C' (38) имеет вид

$$\lambda^3 - \lambda^2(C_1 + C_3) + \lambda(C_1C_3 - f|C_2|^2 + f|C_4|^2) + f|C_2|^2 C_3 - f|C_4|^2 C_1 = 0. \qquad (39)$$

Полагая, как и ранее (см. (27)), один из корней равным 1, для нахождения двух остальных корней получим уравнение

$$\lambda^2 - \lambda(C_1 + C_3 - 1) - f|C_2|^2 C_3 + f|C_4|^2 C_1 = 0, \qquad (40)$$

на параметры которого налагается ограничение

$$C_1C_3 - C_1 - C_3 + 1 + f|C_2|^2 (C_3 - 1) - f|C_4|^2 (C_1 - 1) = 0. \qquad (41)$$

Условие (41) выполняется при естественном выборе (30) вещественных параметров C_1, C_3. При этом уравнение (40) принимает вид

$$\lambda^2 - \lambda - f|C_2|^2 + f|C_4|^2 = 0. \qquad (42)$$

Отсюда для корней λ_1, λ_2 получаем выражение

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + f|C_2|^2 - f|C_4|^2}, \qquad (43)$$

имеющее смысл при выполнении условий

$$|C_2|^2 - |C_4|^2 > -\frac{1}{4} \text{ при } f = 1, \qquad (44)$$

$$|C_2|^2 - |C_4|^2 < \frac{1}{4} \text{ при } f = -1. \qquad (45)$$

Заключение

Таким образом, исходя из набора (5) неприводимых представлений группы Лоренца, можно построить, вообще говоря, четыре различных типа P-неинвариантного

РВУ для микрообъекта со спином $s=\frac{1}{2}$ и тремя массовыми состояниями. В базисе Гельфанда – Яглома при использовании индексной нумерации (7) неприводимых компонент, входящих в (5), спиновые блоки $C^{1/2}\otimes I_2$ матрицы Γ_4 (6) и блоки $\eta^{1/2}\otimes I_2$ матрицы билинейной формы η (14) для каждого из этих типов уравнений имеют, как следует из вышепроведенного исследования, вид:

Первый тип

$$C^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & C_2\\ 0 & 1 & C_4\\ C_2^* & C_4^* & 0\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4;\quad \eta^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4, \tag{46}$$

где C_2, C_4 – произвольные комплексные числа, не равные одновременно нулю. Массовый спектр (4) определяется корнями

$$\lambda_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+|C_2|^2+|C_4|^2},\ \lambda_3=1. \tag{47}$$

Второй тип

$$C^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & C_2\\ 0 & 1 & C_4\\ -C_2^* & -C_4^* & 0\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4;\ \eta^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4, \tag{48}$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}-|C_2|^2-|C_4|^2},\ \lambda_3=1, \tag{49}$$

где произвол в выборе параметров C_2, C_4 ограничен условием (33).

Третий тип

$$C^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & C_2\\ 0 & 1 & C_4\\ C_2^* & -C_4^* & 0\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4;\ \eta^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4, \tag{50}$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+|C_2|^2-|C_4|^2},\ \lambda_3=1 \tag{51}$$

при выполнении ограничения (44).

Четвертый тип

$$C^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & C_2\\ 0 & 1 & C_4\\ -C_2^* & C_4^* & 0\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4;\ \eta^{1/2}\otimes I_2=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}\otimes i\gamma_5\gamma_4, \tag{52}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \left|C_2\right|^2 + \left|C_4\right|^2}\,,\ \lambda_3 = 1. \qquad (53)$$

где параметры C_2, C_4 подчиняются условию (45).

Выбор определенных значений параметров C_2, C_4 может быть осуществлен путем сопоставления полученных результатов с экспериментальными данными для масс флейворных нейтрино.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гугнюк, М. Л. Описание поколений нейтрино в подходе теории релятивистских волновых уравнений / М. Л. Гугнюк, В. А. Плетюхов // Весн. Брэсц. ун-та. Сер. 4, Фізіка. Матэматыка. – 2017. – № 1. – С. 5–11.

2. Плетюхов, В. А. Релятивистские волновые уравнения и внутренние степени свободы / В. А. Плетюхов, В. М. Редьков, В. И. Стражев. – Минск : Беларус. навука, 2015. – 328 с.

3. Гельфанд, И. М. Представления группы вращений и группы Лоренца / И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, З. Я. Шапиро. – М. : Наука, 1958. – 368 с.

4. Гельфанд, И. М. Общие релятивистски-инвариантные уравнения и бесконечномерные представления группы Лоренца / И. М. Гельфанд, А. М. Яглом // ЖЭТФ. – 1948. – Т. 18, № 8. – С. 703–733.

5. Федоров, Ф. И. Волновые уравнения с кратными представлениями группы Лоренца. Полуцелый спин / Ф. И. Федоров, В. А. Плетюхов // Вес. АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. – 1970. – № 3. – С. 78–83.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 13.09.2019

Pletyukhov V. A., Kapitsa I. V., Kisel V. V., Red'kov V. M. **P-Noninvariant Relativistic Wave Equation for the Particle with Spin $\frac{1}{2}$ and Three Masses**

Four types of P-noninvariant relativistic wave equation for the particle with spin $s = \frac{1}{2}$ and three different masses are obtained in the Gelfand – Yagolam approach. Each of them can present an interest as a classical basis for describing three generations of neutrinos, considered as a single physical object.