АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ БЫСТРОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Абдухалилов Б.И.
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь
Ролич О.Ч.– канд.техн.наук, доцент

Вейвлет-преобразование используется в предположении нестационарных свойств сигнала и шума, для создания фильтра, работающего быстрее классического фильтра Винера. Принимая во внимание корреляцию между двумя различными шкалами, можно синтезировать фильтр со стационарными свойствами. На самом деле, гипотезы стационарности свойств сигнала и шума являются слишком простыми, потому что, в общем случае, сигнал шума может не возникать в результате гауссовского случайного процесса. Зная распределение шума, можно определить статистически значимый уровень на каждой шкале измеренных вейвлет-коэффициентов. Если $w_i(x)$ очень слабое, этот уровень незначителен и может быть вызван шумом [1]. Тогда гипотеза о том, что значение $W_i(x)$ равно нулю, не запрещена. В противоположном случае, когда $w_i(x)$ значимо, его значение сохраняется. Если шум гауссовский,

$$W_i = 0 \text{ при } |w_i| < k \cdot B_i,$$
$$W_i = w_i \text{ при } |w_i| \geq k \cdot B_i.$$

Как правило, выбирается $k = 3$.

Благодаря банку фильтров, имеется двухсвязность между изображением и его преобразованием, при которой преобразование с пороговым значением приводит только к одному восстановленному изображению. Некоторые эксперименты показывают, что неконтролируемые артефакты появляются для высокого уровня порога ($k = 3$). Децимация, выполняемая на каждом этапе вейвлет-преобразования, учитывает знание коэффициентов при дальнейшем разрешении. Пороговое значение обнуляет внутренние малые члены, которые играют свою роль в реконструкции. С решётчатым фильтром ситуация иная – децимация не выполняется, а пороговое значение сохраняет все значимые коэффициенты. В местах с коэффициентами ниже порога ноль не записывается, но предполагается неизвестность этих значений, и для их восстановления используется избыточность. Перед пороговой операцией проводится избыточное преобразование, которое впоследствии прореживается, а после пороговой обработки формируется набор коэффициентов, из которых восстанавливается необходимое изображение.

Алгоритм восстановления не гарантирует идентичности значений для вейвлет-коэффициентов восстановленного изображения. Но подобная разность значений не играет роли в случаях их незначительного отклонения. Если $W^{(s)}{}_i$ – коэффициенты, полученные с помощью порогового значения, то требуется такой $W_i(x)$, что:

$$P.W_i(x) = W^{(s)}{}_i(x)$$

где P – нелинейный оператор обратного вейвлет-преобразования и пороговой обработки. Альтернативой является использование следующего итеративного решения, которое аналогично алгоритму Ван Циттерта [2]:

$$W^{(n)}{}_i(x) = W_i^{(s)}(x) + W_i^{(n-1)}(x) - P.W_i^{(n-1)}(x)$$

для значимых коэффициентов ($W_i^{(s)}(x) \neq 0$) и:

$$W_i^{(n)}(x) = W_i^{(n-1)}(x)$$

для незначимых коэффициентов ($W_i^{(s)}(x) = 0$).

Таким образом, адаптивный алгоритм быстрого вейвлет-преобразования включает следующие этапы:

1. Вейвлет-преобразование исходных данных, в результате которого получается множество W_i.
2. Оценка стандартного отклонения шума B_0 первой плоскости от гистограммы w_0.
3. Оценка стандартного отклонения шума B_i от B_0 для каждой шкалы.
4. Оценка значимого уровня по каждой шкале и порога.
5. Инициализация $W^{(0)}{}_i(x) = W_i^{(s)}(x)$.
6. Восстановление картины, используя итерационный метод.

Пороговый оператор может привести к отрицательным значениям в результирующем изображении. Ограничение положительности вводится в итеративном процессе путём установки порога восстановленного изображения. Алгоритм сходится после пяти или шести итераций.

Список использованных источников:

1. Methods of Mathematical Physics / R. Courant and D. Hilbert // New York, Interscience Publishers, Vol. I, 1953 – pp 321 - 350.
2. Основы оптики. / Борн М., Вольф Э. // М. Наука, 1970. – С. 533-604.