

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники  
Кафедра инженерной психологии и эргономики

УДК 372.851

Голушко  
Иван Николаевич

АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО  
АНАЛИЗА

**АВТОРЕФЕРАТ**

на соискание степени магистра технических наук

по специальности 1-23 80 08 – Психология труда, инженерная психология,  
эргономика

Научный руководитель  
И. В. Шеститко,  
кандидат педагогических  
наук, доцент

Минск 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема усвоения новой информации школьниками, студентами и прочими учащимися всегда являлась актуальной. Эта проблема усугубляется тем больше, чем больше дисциплина полагается на абстракции, чем на интуитивно понятные, знакомые образы.

Причина выделения математики и в частности математического анализа в том, что математика - комплексный предмет, который включает в себя огромное количество абстракций по всем направлениям. Эти абстракции нелегко понять людям, которые не сталкивались с ними раньше, и не в последнюю очередь потому, что без проекции этих абстракций на объекты повседневной жизни или, по крайней мере, на любые понятные формы или образы слишком сложно уместить в уме их связь с другими абстрактными понятиями. Предоставляя абстракциям конкретную форму в уме, можно управлять ими так же, как это делается это для любых реальных объектов, и эти процессы поддаются пониманию намного проще.

Прежде всего следует отметить, что у математики есть два основных направления обучения в учебных заведениях: алгебра и геометрия. С самого начала обучения геометрии, оно богато сопровождается изображениями, примерами из реальной жизни и прочими атрибутами для интуитивного восприятия. С развитием компьютерной инженерии появились новые способы визуализации любых геометрических фигур, концепций и многого другого. Это развитие показало свою эффективность с течением времени, так, если раньше учителя могли показать ученикам только макеты фигур и несколько простых примеров, то на данный момент широко доступна возможность в реальном времени увидеть генерацию фракталов или создание, к примеру, собственного гиперболического параболоида и даже рассмотрение его зависимости от параметров. Это, однако, не означает, что визуализация может заменить теоретические знания, она просто дополняет их, облегчает понимание, проецирует абстрактные идеи и концепции на более понятную, визуальную модель.

В случае алгебры инструментарий для более интуитивного восприятия сильно ограничен. В первую очередь дело в том, что алгебра описывает куда более абстрактные вещи, удалённые от реальных примеров. Если на большинстве этапов в изучении геометрии можно прибегнуть к наглядной демонстрации, где обучающийся сможет с привязкой к реальным образам увидеть демонстрацию того что представляет собой какой-либо концепт или как работает какая-либо операция, в случае алгебры чем высшего уровня изучаются абстракции, тем сильнее они удаляются от реальных примеров, на которых можно было бы продемонстрировать их смысл. Это создает ситуацию, в которой изучение алгебры для учащихся может сильно усложняться и растягиваться во времени.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В ходе выполнения работы было решено повысить эффективность исследовательского метода изучения математических алгоритмов учащимися средних и высших учебных заведений ввиду перспективности метода для самостоятельного обучения. Эффективность исследовательского метода возрастает при использовании компьютерных технологий. Разрабатываемое программное обеспечение должно будет частично заменить некоторые функции преподавателя и повысить понимание учащимся исследуемой проблемы с помощью её визуализации и визуализации методов её решения. Соответственно были поставлены следующие задачи:

На основании анализа существующих инструментов был сделан вывод о необходимости разработки описываемой системы.

Цель работы: разработать программное обеспечение для повышения эффективности изучения математических алгоритмов посредством их управления с помощью визуальных средств.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие задачи:

1. Провести анализ существующих инструментов или систем визуального управления системами математического управления.
2. Спроектировать систему.
3. Разработать систему.
4. Испытать систему.

Объект исследования: учащиеся средних и высших учебных заведений.

Предмет исследования: процесс изучения учащимися средних и высших учебных заведений математических алгоритмов.

Актуальность исследования связана с необходимостью улучшения качества и эффективности обучения учащихся средних и высших учебных заведений.

Научная новизна работы заключается в интерактивности пользовательского интерфейса системы управления математическими выражениями, определяющей её преимущество перед аналогичными системами, как установлено по результатам эксперимента, а также в использовании программного интерфейса, позволяющем производить интерактивное преобразование математических выражений внешними сервисами.

Положения, выносимые на защиту:

1. На основе анализа проблематики вопроса и анализа существующих систем управления математическими выражениями были установлены требуемые варианты использования приложения для достижения цели увеличения эффективности обучения учащихся.

2. Клиент-серверная архитектура системы разработана с учетом принципов разделения ответственности и слабого сцепления, что позволяет использовать серверную часть приложения как внешний сервис через программный интерфейс в различных целях

3. Основой алгоритмов интерактивного преобразования выражений является алгоритм поиска изоморфных подграфов.

4. Испытание показало, что система наиболее существенно улучшает уровень подготовки учащихся с успеваемостью ниже средней. Тем не менее устный опрос учащихся указывает на то, что материал с помощью разработанной системы усвоить учащимся было легче. Такая картина наблюдается среди учащихся как средних, так и высших учебных заведений.

Основные результаты диссертации опубликованы в 2 научных работах.

Диссертационная работа состоит из перечня сокращений и условных обозначений, общей характеристики работы, введения, трех глав, заключения и библиографического списка. Полный объем диссертации составляет 62 страниц. Библиографический список содержит 49 наименований, включая собственные публикации соискателя ученой степени.

Библиотека БГУИР

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы диссертационного исследования, характеризуется степень ее разработанности, определяются цели и задачи, осуществляется выбор предмета и объекта исследования.

В первой главе произведен обзор современных средств преобразования математических выражений. Описаны особенности функций, выполняемых данными системами. Рассмотрены основные методы обучения, такие как математическое моделирование, сравнение, аналогия, метод исследования и так далее, сделан вывод о возможности повышения эффективности исследовательского метода обучения с помощью компьютеризации и использования визуальных инструментов обучения. Разрабатываемая система призвана повысить эффективность исследовательского метода, частично заменить некоторые функции преподавателя и повысить понимание учащимся исследуемой проблемы с помощью её визуализирования и визуализирования методов её решения. Разрабатываемое программное обеспечение может ускорить формулирование проблемы, создание проблемной ситуации и обобщение знаний.

Во второй главе поставлены требования к разрабатываемой системе визуального управления математическими алгоритмами, а также проведено проектирование такой системы.

В основе системы повышения эффективности изучения математических алгоритмов посредством их управления с помощью визуальных средств лежит графовая модель записи выражений и последующие операции над этой графовой моделью, а конкретнее: над деревом выражений. Дерево в теории графов является связным ациклическим графом. В данном случае дерево также является ориентированным графом.

Концепция агента обеспечивает удобный и мощный способ описания программной сущности, которая способна действовать отдельно от основной модели программного обеспечения с целью выполнения задач от имени пользователя. Работа агента в общем случае состоит в решении задачи поиска изоморфного подграфа для некоторого шаблонного графа. Само выражение в описываемом случае является тем графом, в котором ищется изоморфный подграф, шаблонный граф является тем графом, для которого ищется изоморфный подграф.

Агент как структура определяется посредством описания его поведения. Использование агентов в разрабатываемом программном обеспечении обусловлено вариативностью преобразования выражения, иногда с использованием методов, которые были бы менее оптимальны при последовательном решении выражения.

Это связано с тем, что перед разрабатываемым программным обеспечением не стоит задачи оптимального решения по алгоритму, а стоит задача вариативного подхода к решению выражения. Так, для обучения

решению выражения человеком может понадобиться алгоритм или преобразование, которые не используются вне контекста обучения.

После нахождения шаблонного графа в выражении может производиться преобразование по соответствующим вершинам этого графа.

Согласно алгоритму, агент, найдя изоморфную шаблонной структуре, может использовать изображенное преобразование к найденному изоморфному подграфу для соответствующих шаблонным вершин.

Такие шаблонные графы для последующего поиска изоморфных конструкций могут быть созданы разработчиками алгоритмов, как описано выше. Использование подобного подхода позволяет покрыть необходимые для обучения операции и дать возможность изучать и добавлять новые без непосредственного участия разработчика для каждого нового требования.

Задача поиска изоморфного подграфа упрощается в данной ситуации в связи с тем, что используемые графы всегда имеют форму дерева, а значит из задачи исключается условие возможной цикличности графа, а также работы с разными компонентами связности, так как дерево является связным графом.

Использование описываемой модели обусловлено тем, что при установлении соответствия изоморфных графов и наличия примера преобразованного графа для шаблонного, возможно произвести те же операции преобразования для изоморфного графа в выражении для соответствующих вершин.

Кроме того, это обусловлено сохранением идентичности каждой части выражения при преобразовании модели, так как каждая вершина графа, а, соответственно, операция, переменная, число и так далее, может быть выражена объектом с собственным идентификатором. Это дает возможность отслеживания частей выражения на клиентской части для визуализации преобразования этих объектов, а также упрощения написания алгоритмов для отслеживания последовательности действий над выражением.

В третьей главе были разработаны и описаны с помощью диаграмм последовательности алгоритмы системы, использовавшиеся для её написания. Была построена диаграмма развертывания программного модуля, были описаны её отдельные части и описана общая архитектура системы. Также в данном разделе были проведен анализ эффективности системы на примере нескольких групп учащихся, по результатам которого можно сделать вывод о необходимости использования данной системы для обучения учащихся высших и средних учебных заведений математическим алгоритмам.

Для испытания разработанной системы были решено выделить две основные группы учащихся:

- учащиеся средних учебных заведений;
- учащиеся высших учебных заведений.

Необходимость деления учащихся по данному признаку связано в первую очередь с фактором более высокой способности учащихся высших учебных заведений к самостоятельному усвоению материала. Различия в сложности материала, предоставленного к изучению, не принимались во внимание по причине того, что сложность следует оценивать относительно усваиваемого материал, а возраст и аналитические способности исследуемых

как правило находятся в оптимальных рамках для усвоения исследуемого материала.

В качестве учащихся средних учебных заведений были выбраны ученики 7 классов во временной период, когда до изучения темы квадратных уравнений по графику школьной программы оставалось не более одного месяца.

В качестве учащихся высших учебных заведений были выбраны студенты первого и второго курсов во временной период, когда до изучения темы интегралов по графику университетской программы соответствующего университета и специальности оставалось не более одного месяца.

Затем каждая из групп учащихся случайным образом была разделена на две группы: тестовую и контрольную группы. Контрольной группе предлагался вариант изучения соответствующих алгоритмов с помощью исследовательского метода, влияние преподавателя в котором было по возможности сведено к минимуму и заменено на существующие письменные источники. Это необходимо по той причине, что тестовая группа будет проходить обучение с помощью разрабатываемого программного обеспечения самостоятельно, без участия преподавателей, и в ином случае полученные данные могут быть интерпретированы неверно. Учащиеся из тестовых групп, в свою очередь, имеют возможность исследования соответствующих алгоритмов с помощью разработанного программного обеспечения, а также методических материалов, доступных учащимся из контрольной группы.

После процесса обучения учащимся обеих групп предлагается решить ряд заданий средствами исследовавшихся алгоритмов.

Из результатов тестирования обеих групп можно сделать вывод о том, что разработанное программное обеспечение повышает качество понимания учащимися средних и высших учебных заведений математических алгоритмов, наиболее эффективно для учащихся, которые показывают результаты ниже средних. Существенного увеличения количества правильных ответов для учащихся выше среднего уровня обнаружено не было. Тем не менее, устный опрос учащихся всех уровней подготовки указывает на то, что материал с помощью разработанной системы усвоить учащимся было легче, чем при использовании исключительно письменных материалов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках магистерской диссертации были исследованы различные методы обучения учащихся, были проанализированы различные аспекты и преимущества тех или иных методов обучения, по результатам анализа которых был выбран исследовательский. Исследовательский метод отличается ориентированностью на самостоятельное изучение проблемы учащимся, что предоставляет ряд преимуществ. Ввиду того, что эффективность исследовательского метода возрастает при использовании компьютерных технологий, и использование программного обеспечения позволяет частично заменить преподавателя и повысить понимание учащимся исследуемой проблемы с помощью её визуализирования и визуализирования методов её решения, в рамках решения этого вопроса была поставлена цель разработки системы повышения эффективности изучения математических алгоритмов посредством из управления с помощью визуальных средств.

В первую очередь был произведен анализ существующих инструментов для изучения математических алгоритмов, на основании которого был сделан вывод о необходимости разработки новой системы с определенными требованиями.

На этапе проектирования были определены основные роли системы. Помимо роли ученика, являющейся центральной в исследовательском методе обучения, была описана и обоснована роль учителя и его возможного взаимодействия с системой в целях обучения учащихся. Помимо ученика и учителя были описаны прочие роли непосредственно не участвующих в учебном процессе, но косвенно ему способствующих. Для роли ученика были описаны алгоритмы активности, относящиеся к основному функционалу системы, такие как запись и создание выражения, преобразование выражения с помощью визуальных средств и автоматическое визуальное решение выражения. Также диаграммы активности были составлены и для других ролей пользователей системы.

Было решено, что моделью работы системы станет графовая модель и дальнейшая обработка графов посредством поиска изоморфных конструкций и работы с ними. По результатам обоснования можно сделать вывод о том, что такая схема работы является оптимальной для визуализационных процессов, так как позволяет идентифицировать каждый отдельный элемент выражения и отправлять клиентской части клиент-серверного приложения соответствующую информацию о последующих изменениях в визуализационной модели.

В процессе разработки системы повышения эффективности изучения математических алгоритмов посредством из управления с помощью визуальных средств были реализованы алгоритмы работы системы и основные из них, относящиеся непосредственно к работе ученика с визуализационными инструментами, были описаны с помощью диаграмм последовательности, а также для системы была описана диаграмма развертывания, в рамках которой

была описана общая архитектура системы, её клиентская и серверная стороны, а также каждый отдельный модуль системы.

Было проведено исследование эффективности работы системы на учащихся средних и высших учебных заведений. Учащиеся были разделены на несколько групп, в рамках которых анализ результатов исследования дал бы наиболее объективный результат с минимальной погрешностью, из них, в свою очередь, были выделены контрольная и тестовая группы, на которых проводилось исследование. По результатам числовых данных проведенного исследования, а также на основании устного вопроса, можно сделать вывод о том, что разработанная система актуальна и эффективна для улучшения качества обучения учащихся средних и высших учебных заведений.

Библиотека БГУИР

## Список опубликованных работ

1. Голушко, И. Н. Повышение эффективности обучения учащихся средних и высших учебных заведений математическим алгоритмам с помощью средств компьютерной визуализации математических выражений / Голушко И. Н. – Репозиторий БГУИР, 2020. – [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/39107> – Дата доступа: 18.06.2020.

2. Голушко, И. Н. Использование алгоритмов поиска изоморфных подграфов в работе с деревьями математических выражений / Голушко И. Н., Берникович Т. Я. – Репозиторий БГУИР, 2020. – [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://libeldoc.bsuir.by/handle/123456789/39101> – Дата доступа: 18.06.2020.

Библиотека БГУИР