УПРАВЛЕНИЕ КРАТКОСРОЧНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ И ФЛУКТУАЦИЕЙ В РАЗВИТИИ ОСНОВНЫХ ФОНДОВ ОТРАСЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Бейсенби М. А., Бейсембина С. Е.
Евразийский Национальный Университет имени Л.Н. Гумилева
г. Нур-Султан, Республика Казахстан
E-mail: beisenbi@mail.ru, sshamshiyeva@gmail.com

Развитие экономических процессов рассматривается, как нелинейная динамическая система и концепция детерминированного хаоса является актуальным и объясняет порождение и развитие краткосрочных колебаний и флуктуаций в экономической системе. Предлагается метод управления краткосрочным колебанием и флуктуацией в классе однопараметрических структурно устойчивых отображений на базе нелинейной динамической модели развитие основных фондов отрасли экономической системы. Условие отсутствие краткосрочных колебаний и флуктуаций получено в форме простейших неравенств относительно обобщенных параметров экономической системы, характеризующие основное свойство динамической системы – устойчивость.

Введение

Проблема детерминированного хаоса является одним из фундаментальных концепций в развитий теорий современных динамических систем. Исследований конца XX-века выявили большое разнообразие динамики нелинейных систем и привели к одному из важнейших открытий в нелинейных динамических системах – детерминированному хаосу с порождением «странного аттрактора» [1, 2, 3]. Детерминированный хаос в основном оказывает вредные воздействия на систему и могут проявляться в технологических системах в форме «разноса» и «аварий», в социально-экономических, биологических, медицинских и т.д. системах в форме «кризиса». Режим детерминированного хаоса в нелинейной, динамической экономической системе проявляется как краткосрочные колебаний и флуктуации [4,5], которые при определенной частоте и амплитуде хаотических колебаний, вызывает экономической системе «кризис», так как бизнес сворачивает экономическую активность [6]. Хаотические режимы действительно могут возникнуть в любой системе. Поэтому возникли практически важные классы задач, когда нелинейной системой необходимо управлять, уменьшая или наоборот увеличивая степень ее хаотичности. Существующие методы: стабилизация неустойчивой периодической орбиты задачи хаотизаций, задачи управляемой синхронизации и модификаций аттракторов [7,8,9,10], не решают проблему подавления или исключения из режима динамической системы детерминированного хаоса [4,5,11,12]. В настоящей работе предлагается метод построения системы управления краткосрочными колебаниями и флуктуацией, на примере нелинейной динамической модели развитие основных фондов одной отрасли в многоотраслевой экономической системе. Предлагается новый подход к управлению хаотическими процессами в классе однопараметрических структурно-устойчивых отображений из теорий катастроф [13,14]. Где путем выбора закона управления правая часть нелинейного динамического управления развитие основных фондов отрасли экономической системы представляется в форме однопараметрических структурно-устойчивых отображении [13,14]. Условия отсутствия краткосрочных колебаний и флуктуаций в системе исследуется градиентно-скоростным методом вектор функций Ляпунова [12,15,16,17]. Динамику основных фондов отдельной отрасли экономической системы можем привести к упрощённой модели [18]:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\gamma_1}{T}x^2 + \frac{\alpha}{T}x, \tag{2}$$

Закон управления инвестиций u(t) в основные фонды выбираем таким образом, чтобы правая часть уравнения состояния (2) имела форму однопараметрических структурно устойчивых отображений [14,15]

$$u(t) = -x^3 + \frac{\gamma_1}{T}x^2 + kx \tag{3}$$

Уравнение динамики развитие основных фондов отрасли экономически с учетом управления (3) получим в виде

$$\frac{dx}{dt} = -x^3 + \left(\frac{\alpha}{T} + k\right)x \tag{4}$$

Рассмотрим равновесные состояния системы (4):

$$-x_s^3 + \left(\frac{\alpha}{T} + k\right)x_s = 0 \tag{5}$$

Тривиальное решение уравнения (5)

$$x_s^1 = 0 \tag{6}$$

и нетривиальное решение, определяемое решением управления

$$-x_s^2 + \left(\frac{\alpha}{T} + k\right) = 0$$

При отрицательном $\frac{\alpha}{T}+k \leq 0$ это уравнение имеет мнимое решение, что не может соответствовать какой-либо экономической или физически возможной ситуации. Однако при положительных $\frac{\alpha}{T}+k > 0$ это уравнение допускает следующие два решения:

$$x_s^{2,3} = \pm\sqrt{\frac{\alpha}{T}+k}, \tag{7}$$

Эти решения сливаются с x_s^1 при $\frac{\alpha}{T}+k$=0 и ответвляются от него при $\frac{\alpha}{T}+k$>0. Это так называемое явление бифуркации. Несмотря на свою кажущуюся простату, нелинейная динамическая модель (2) поражает невообразимым многообразием типов поведения, варьирующего от простых точек равновесия до множественных периодических или хаотических [4,5] в зависимости от значении обобщенного параметра $\frac{\alpha}{T}$. Основные фонды развиваются без колебании до тех пор пока выполняется условия α ≤2T. При изменении $\frac{\alpha}{T}$ в интервале (2T<α<T*2,5699...) происходит бесконечная последовательность бифуркаций, каждое из которых приводит к циклам более высокого порядка с периодом, удваивающимся при каждой последовательной бифуркации. После (T*2,5699...)< α получается орбиты с «бесконечным периодом», т.е. с ярко выраженным хаотическим аттрактором, характеризуемому неустойчивостью. Таким образом краткосрочные колебания и флуктуации по модели развитие основных фондов отрасли (2) экономической системы порождается в условиях потери устойчивости. Поэтому покажем, что предложенный подход к управлению развитием основных фондов позволяет построить систему управления (4), устойчивая при любом изменений неопределённых параметров. Режим краткосрочных колебаний и флуктуаций в развитий основных фондов отрасли по модели (4) характеризуется границами апериодической устойчивости, где в переходном процессе отсутствует периодические и хаотические колебаний. Следовательно, исследуется устойчивость стационарных состояний (6) и (7) градиентно-скоростным методом вектор функции Ляпунова [12,15,16]. Сначала исследуем устойчивость стационарного состояния (6). Из (5) определяем градиента функции Ляпунова V(x):

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} = x^3 - \left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x, \tag{8}$$

Также из (5) определяем вектор скорости

$$\frac{dx}{dt} = -\left(x^3 - \left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x\right) \tag{9}$$

Полная производная по времени от функции Ляпунова определяется, как скалярное произведение вектора градиента (8) на вектор скорости (9):

$$\frac{dV(x)}{dt} = -\left(x^3 - \left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x\right)^2 \tag{10}$$

Из (9) очевидно, что полная производная от функции Ляпунова является знакоотрицательной функцией, то есть достаточное условие асимптотической устойчивости системы (4) гарантированно выполняется. По градиенту (9) построим функции Ляпунова

$$V(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x^2 \tag{11}$$

Условия положительной определенности функций Ляпунова (11) на стационарном состоянии (6):

$$\frac{\alpha}{T}+k < 0 \tag{12}$$

Отсюда стационарное состояние (6) системы (4) существует и является асимптотической устойчивой, если выполняется условия (12). Исследуем устойчивость стационарного состояния (7). Для этого уравнения состояния (4) представим в отклонениях относительно стационарного состояния (7):

$$\frac{dx}{dt} = -x^3 - 3\sqrt{\frac{\alpha}{T}+k}\,x^2 - 2\left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x, \tag{13}$$

Из (13) определяем градиент функции Ляпунова V(x):

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} = x^3 + 3\sqrt{\frac{\alpha}{T}+k}\,x^2 + 2\left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x \tag{14}$$

Из (13) вектор скорости системы имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = -x^3 - 3\sqrt{\frac{\alpha}{T}+k}\,x^2 - 2\left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x \tag{15}$$

Полная производная от функции Ляпунова определяется, как скалярное произведение вектора градиента (14) на вектор скорости (15)

$$\frac{dV(x)}{dt} = -\left[x^3 + 3\sqrt{\frac{\alpha}{T}+k}\,x^2 + 2\left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x\right]^2 \tag{16}$$

Из (16) очевидно, что полная производная от функции Ляпунова является знакоотрицательной функцией. По градиенту (14) строим функции Ляпунова:

$$V(x) = \frac{1}{4}x^4 + \sqrt{\frac{\alpha}{T}+k}\,x^3 + \left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x^2 \tag{17}$$

Условия положительной определенности функций (17) неочевидно, поэтому воспользуемся леммой Морса из теорий катастроф [14,15]. По лемме Морса, функцию Ляпунова (17) локально в окрестности стационарного состояния (7) можем представить в виде квадратичной формы:

$$V(x) = \left(\frac{\alpha}{T}+k\right)x^2 \tag{18}$$

Отсюда условия существования функций Ляпунова, то есть положительная определенность функций Ляпунова (18) или (17) будет определяться

$$\frac{\alpha}{T} + k > 0 \tag{19}$$

Таким образом система (4) за счёт введения в контур, закон управления в форме однопараметрических структурно устойчивых отображений становится устойчивой в широких пределах изменения параметров α, T и k. Стационарное состосяни (16) системы (4) существует и устойчивый при выполенениний условий (12), а стационарное состояние (7) существует и устойчивый при выполнений условий (19). Это показывает отсутствие краткосрочных колебаний и флуктуаций в режимах развитие основных фондов отрасли и экономиечской системы в целом.

Заключение. В настоящее время хаотичности динамики была признано во всех нелинейных динамических системах в механике, системах телекоммуникации, во всех областях физики, химии и биохимии, биологии, в экономике, медицине и т.д. Решаются практически важные классы задач: стабилизация периодической орбиты системы, возбуждения, или генерация хаотических колебаний, управляемой синхронизаций и модификация аттракторов. Но задача подавления или исключения из режима функционирования системы колебательных или хаотических процессов остается нерешенным. Предлагается метод построения системы управления по математической модели развитие основных фондов отрасли экономической системы. Выбор закона управления осуществляется в классе однопараметрических структурно-устойчивых отображений, т.е. правая часть уравнений состояния приводится к форме катастроф складки. Режим краткосрочных колебаний и флуктуаций порождается в системе при потере устойчивости стационарного состояния. Устойчивость стационарных состояний исследуется градиентно-скоростным методом вектор функции Ляпунова. Показано, что краткосрочные колебаний и флуктуаций будут отсутствовать при любых изменениях параметров и это исключает порождение краткосрочных колебаний и флуктуации в системе.

Список литературы

1. Lorenz E.N. Deterministic nonperiodic flow // J.Atmosferic Sciense. 1963 Vol.20. №2, P.130-141 (Перев. В кн. «Странные аттркторы». М.: Мир, 1981. С.88-116).
2. Ruelle D., Tacens F. On the nature of turbolense // Comm. Math. Physics. 1971. Vol.20. №2, P. 167-192 (Перев. В кн. «Странные аттракторы». М.: Мир, 1981. С.116-151).
3. Брок У. Теория хаоса. – М.: Наука, 2001. – 424 с.
4. Бейсенби М.А., Ойнаров Р.О., Ойнаров А.Р. Экономические флуктуации в краткосрочном периоде и детерминированный хаос. – Известия НАН РК. Серия физико-математическая. – 2005. –№3. – С.30-37.
5. Бейсенби М.А., Ойнаров А.Р. Сценарии возникновения краткосрочных колебаний и флуктуаций на рынке товаров // Доклады НАН РК. – 2005. – № 6. – С.5-12.
6. Грегори Мэнкью Н. Принципы экономикс – СПб: Питер, 2002. – 496 с.
7. Лоскутов А.Ю. Хаос и управление динамическими системами / в кн.: Нелинейная динамика и управление. Под ред. С.В. Емельянова и С.К. Коровина. – Т.1. – М.: Физмат-лит., 2001. – С.163-216.
8. Grebogi C., Lai Y.C., Hayes S. Control and applications of chaos // J. Franklin Inst. 1997. V.334B. P.1115-1146.
9. Grebogi C., Lai Y.C. Controlling chaos in high dimensions // IEEE Trans. Circ. Syst. – I. 1997. V.44. P.971-975.
10. Grebogi C., Lai Y.C. Controlling chaotic dynamical systems // Syst. Contr. Lett. 1997. V.31. №3. P.307-312.
11. Бейсенби М.А. Модели и методы системного анализа и управление детерминированным хаосом в экономике. Астана, 2011. – 201 с.
12. Бейсенби М.А. Исследование робастной устойчивости систем автоматического управления методом функции А.М. Ляпунова. – Астана: DR-Project , 2015. – 204 с.
13. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: В 2-х книгах. Кн. 1 – М.: Мир, 1984. – 350 с.
14. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – Мир, 1980. – 607с.
15. Beisenbi M.A., Uskenbayeva G., Satybaldina D. Research of robust stability of control system using a new approach to the Lyapunov functions construction // Modern applied science. – V.9. - 10. -2015. – P.1-16
16. Beisenbi M.A., Uskenbayeva G., Kaliyeva S. Construction and investigation aircraft control system in a class of one-parametric structurally stable mapping using Lyapunov functions. Electronics, communications and networks. Published by Taylor and Francis Group, 2015. –P. 683-689.
17. Beisenbi M.A., Shukirova A.K. Design of control system with increased potential of robust stability for nonlinear object using Lyapunov function. "Technics. Technology. Education. Safety". Proceedings of IV International scientific technical conference. – Bulgaria: Scientific Technical Union of Mechanical Engineering, 2016. -V.2.-P.38-41.
18. Бейсенби М.А. Управляемый хаос в развитии экономической системы: Монография. –г.Нур-Султан: ТОО «Мастер По», 2019. -168с.