ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА В ФИЛЬТРАХ НИЖНИХ И ВЫСШИХ ЧАСТОТ

Петровский И. И., Свито И. Л.
Кафедра теоретических основ электротехники, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь
E-mail: Petrovskij@bsuir.by, svito@bsuir.by

В работе рассматривается возможность применения элементов высшего порядка, предложенных как новые элементы в теории электрических цепей, в различных устройствах автоматики и других электротехнических системах. Рассматривается возможность применения этих элементов в фильтрующих устройствах, в частности, в фильтрах высших и нижних частот.

Введение

Пассивные элементы электрических цепей R, L, C могут быть описаны уравнениями

$$F = (p^{(0;-1;1)}u, p^{(0;1;-1)}i) = 0 \tag{1}$$

при условии, что $p = d/dt$ Предложенные элементы высшего порядка, в которых применены многократно дифференцирующие и интегрирующие источники энергии, позволяют создать новые частотнозависимые, и с любой характеристикой элементы. Уравнение, описывающее эти элементы, может быть представлено в виде [1-3]:

$$F = (p^b u, p^a i) = 0 \tag{2}$$

I. Элементы высшего порядка в фильтрах

Предположим, что эти элементы имеют линейную вольтамперную характеристику. Тогда можно это уравнение разрешить относительно напряжения или тока

$$u = Kp^{a-b}i \tag{3}$$

$$i = 1/Kp^{b-a} \tag{4}$$

Так как a и b могут принимать любые целочисленные значения, то можно обозначить $a-b = n$. Тогда

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = Kp^n \tag{5}$$

$$Y(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1}{K}p^{-n}. \tag{6}$$

Рассмотрим симметричные четырёхполюсники, например, фильтры Т- и П-образной структуры с элементами высшего порядка (рис. 1)

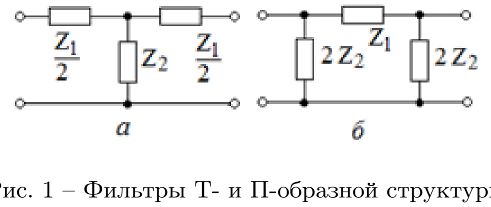

Рис. 1 – Фильтры Т- и П-образной структуры

Для Т- и П-образных схем примем сопротивления высшего порядка $Z_1 = K_1p^{n_1}$ и $Z_2 = K_2p^{n_2}$. При холостом ходе четырёхполюсника $A_{11} = ch(g) = \sqrt{\frac{K_1p^{n_1}}{2K_2p^{n_2}} + 1}$.Исследуем Г-образное звено фильтра $A_{11} = sh(\frac{g}{2}) = \pm\sqrt{\frac{K_1p^{n_1}}{4K_2p^{n_2}}}$ или $sh(\frac{g}{2}) = sh(\frac{a}{2} + j\frac{b}{2}) = sh(\frac{a}{2})cos(\frac{b}{2}) + jch(\frac{a}{2})sin(\frac{b}{2}) = \pm\sqrt{\frac{K_1p^{n_1}}{4K_2p^{n_2}}}$ Предположим, что правая часть уравнения при $p = j\omega$ чисто мнимая, т.е. $sh(\frac{a}{2})cos(\frac{b}{2}) = 0$, то

$$ch(\frac{a}{2})sin(\frac{b}{2}) = \pm\sqrt{\frac{K_1p^{n_1}}{4K_2p^{n_2}}}. \tag{7}$$

Условие выполняется в двух случаях, если $sh(\frac{a}{2}) = 0$ или $cos(\frac{b}{2}) = 0$. Зона пропускания фильтра при $a = 0$, следовательно,$ch(\frac{a}{2}) = 1$, а фаза сигнала в зоне пропускания $sin(\frac{b}{2}) = \pm\sqrt{\frac{K_1p^{n_1}}{4K_2p^{n_2}}}$. Так как и Т-образная и П-образная схемы фильтра могут быть представлены как две Г-образные, то фаза и затухание будут равны соответственно b и a.

Выражение $\pm\sqrt{\frac{K_1p^{n_1}}{4K_2p^{n_2}}} = \pm\sqrt{\frac{K_1}{4K_2}p^{n_1-n_2}} = pm\sqrt{\frac{K_1}{4K_2}j^{n_1-n_2}\omega^{n_1-n_2}}$, тогда мнимое, если $l = n_1 - n_2 = 4m - 2$, при этом $-\infty < m < \infty$.

Эти выводы можно пояснить с помощью систем координат, где на оси ординат откладываются элементы высшего порядка, которые находятся в продольной ветви Г-фильтра, на оси абсцисс откладываются элементы, лежащие в поперечной ветви.

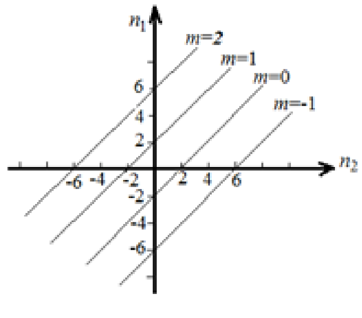

Рис. 2 – Элементы фильтра высших порядков

Для фильтра в области пропускания $a = 0$, выполняется условие $A_{11} = ch(a + jb) = ch(jb) = cos(b)$, т.е. $-1 \leq A_{11} \leq 1$, а для фильтра с элементами высшего порядка $-1 \leq \frac{K_1 p^{n_1}}{4K_2 p^{n_2}} \leq 1$ или $-1 \leq \frac{K_1}{4K_2} j^{(n_1-n_2)} \omega^{(n_1-n_2)} \leq 1$.

Так как $j^{n_1-n_2} = -1$, то получаем $0 \leq \frac{K_1}{4K_2} \omega^{(n_1-n_2)} \leq 1$.

Исходя из этого условия, можно определить граничные частоты зоны пропускания. Если знак для $l = n_1 - n_2$ положительный, граничные частоты равны 0 и ω, что соответствует фильтру нижних частот. При l отрицательном граничные частоты равны ω_0 и l, что соответствует фильтру высших частот.

II. Реализация фильтра с элементами высшего порядка

Рассмотрим фильтр с элементами высшего порядка, представленный на рисунке 3.

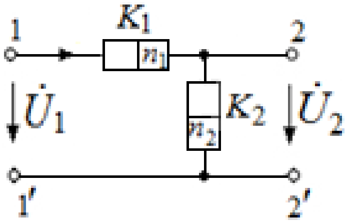

Рис. 3 – Фильтр с элементами высшего порядка

Передаточная функция:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{K_1}{K_2}}{p^{n_1-n_2} + \frac{K_1}{K_2}}, \tag{8}$$

Если $n_1 - n_2 > 0$, то передаточная функция соответствует фильтру нижних частот, в другом случае при $n_1 - n_2 < 0$ после преобразования получим

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{p^{n_1-n_2}}{p^{n_1-n_2} + \frac{K_1}{K_2}}, \tag{9}$$

что соответствует фильтру высших частот.

В зависимости от разности между порядками элементов $l - n_1 - n_2$ коэффициенты затухания и коэффициенты фазы фильтров и высших частот представлены на графиках (рис. 4, 5).

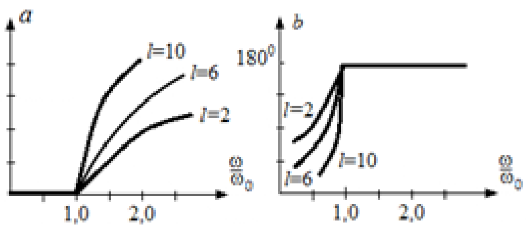

Рис. 4 – Характеристики ФНЧ

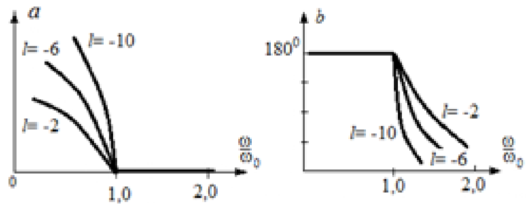

Рис. 5 – Характеристики ФВЧ

Соотношение между K_1 и K_2 определяет граничные (резонансные) частоты фильтра.

Заключение

Таким образом, из приведённого можно сделать вывод, что с помощью двух элементов высшего порядка можно получить любую передаточную функцию фильтров высших и нижних частот, а, следовательно, и получить желаемую характеристику коэффициента затухания и коэффициента фазы

Список литературы

1. Philippow E., Bruckner P., Schaltungsanor-dnung zum Erzeugung sowie zum Transformation linearer und nichtlinearer frequenzabhandiger Zweitpole hoherer Ordnung. Patentonnmeldung, TH Ilmenau, 1976.
2. Атабеков Г. И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков // изд. ЛитРес –2009.
3. Батура М. П. Теория электрических цепей. / М. П. Батура, А. П. Кузнецов, А. П. Курулев // Минск. Вышэйшая школа, –2007.
4. Шалфеев В. Д. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. / В. Д. Шалфеев, В. В. Матросов // 2013. – 366 с.