

УДК 621.382.3

## СПОСОБ АППРОКСИМАЦИИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЧ ТРАНЗИСТОРОВ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ В ЧИСЛЕННОМ ВИДЕ, НА ДИСКРЕТНОМ РЯДЕ ЧАСТОТ

ИСАЕВ В. О., БОЙКАЧЕВ П. В., ДУБОВИК И. А.

*Военная академия Республики Беларусь  
(г. Минск, Республика Беларусь)*

*E-mail: ystasmoz@gmail.com*

**Аннотация.** Представлен способ аппроксимации частотных характеристик СВЧ транзисторов, представленных в численном виде, что противоречит постановке задачи на широкополосное согласование аналитическими методами, которые требуют строгого описания объекта исследования. Это означает, что согласуемая нагрузка должна представляться в виде дробно-рациональной функции. Настоящая работа направлена на решение данной проблемы.

**Abstract.** A method for approximating the frequency characteristics of microwave transistors, presented in a numerical form, is presented, which contradicts the statement of the problem for broadband matching by analytical methods that require a rigorous description of the research object. This means that the load being matched must be represented as a fractional rational function. This work is aimed at solving this problem.

### Постановка задачи

В настоящее время во всем мире наблюдается стремительное развитие радиоэлектронных систем в диапазоне сверхвысоких частот (СВЧ): систем сотовой и радиорелейной связи, радионавигации и радиолокации, телевидения и т.д. Убедиться в этом нетрудно, обратившись к широкому спектру самой передовой продукции в диапазоне СВЧ, выпускаемой ведущими корпорациями в этом секторе: TriQuint Semiconductor, Hittite Microwave Corporation, Excelics, RFMD, Mimix Broadband и рядом других. Компоненты, в частности СВЧ транзисторы, выпускаемые этими корпорациями, как правило, имеют технический паспорт – «Datasheet», в котором указывается основная информация о рабочих параметрах, режимах работы и характеристиках транзистора. Частью этой информации являются заданные на дискретном ряде частот значения (модуль и фаза) элементов матрицы рассеяния (рис. 1).

малошумящий СВЧ ПТШ ЗП373									
Малошумящие арсенидгаллиевые полевые СВЧ транзисторы типа ЗП373А,Б,В-2,5 предназначены для применения в приемо-усилительной аппаратуре с общей герметизацией.									
- Диапазон частот 1-8 ГГц;									
- Коэффициент усиления по мощности $K_{up\text{отт}} > 11.5$ дБ (4 ГГц);									
- Коэффициент шума $K_{ш\text{мин}} < 0.4$ дБ (4 ГГц);									
- Длина затвора 0.3 мкм;									
- Ширина затвора 800 мкм.									
Предельные режимы					Классификация по типам				
Параметр	Величина				Тип транзистора	$K_{ш\text{дб}}$	$K_{up\text{отт}}$	$K_{up\text{макс}}$	$K_{up\text{мин}}$
$U_{си\text{макс}}$ , В	4.5					дБ	дБ	дБ	дБ
$U_{си\text{мин}}$ , В	-3.0					не более	не менее	не менее	не менее
$U_{си\text{макс}}$ , В	-7.0				ЗП373А-2.5	0.4	11.5	12.5	
$P_{макс}$ , мВт	100				ЗП373Б-2.5	0.5	11	12	
T, град С	-60 ... +85				ЗП373В-2.5	0.6	10	11	
Электрические параметры транзисторов ЗП373А,Б,В-2.5 при температуре 25°С									
Параметр	Обозначение	Размерность	Электрический режим	Значение					
				не менее	типовое	не более			
Начальный ток стока	$I_{сн0}$	мА	$U_{си}=3В$ $U_{зи}=0В$	35	73	-			
Ток утечки затвора	$I_{з0т}$	мкА	$U_{зи}=-2.5В$	-	-	10			
Крутизна	S	мА/В	$U_{си}=3.0В$ $I_{с0}=20\text{ мА}$ $f=5 \cdot 10^{-4}$ ГГц	30	69	-			
Порог перегрузки транзистора	$P_{вх\text{макс}}$	мВт	$U_{си}=3.0В$ $I_{с0}=20\text{ мА}$ $f=4$ ГГц	5	-	-			
S-параметры транзисторов ЗП373А,Б,В-5									
Частота f, ГГц	S <sub>11</sub>		S <sub>21</sub>		S <sub>12</sub>		S <sub>22</sub>		
	Мод.	φ(град)	Мод.	φ(град)	Мод.	φ(град)	Мод.	φ(град)	φ(град)
0.5	0.9911	-18.5845	5.5308	166.8671	0.0284	78.9917	0.5119	-13.8621	
1.0	0.9671	-36.4208	5.2944	154.3208	0.0542	68.5704	0.4945	-27.1196	
1.5	0.9340	-52.9650	4.9601	142.7660	0.0761	59.1415	0.4705	-39.3502	
2.0	0.8982	-67.9537	4.5835	132.3657	0.0935	50.8684	0.4440	-50.3757	
2.5	0.8640	-81.3537	4.2060	123.0954	0.1069	43.7274	0.4184	-60.2079	
3.0	0.8338	-93.2697	3.8512	114.8319	0.1170	37.5955	0.3954	-68.9605	
3.5	0.8081	-103.8623	3.5294	107.4209	0.1245	32.3191	0.3757	-76.7812	
4.0	0.7869	-113.3106	3.2430	100.7137	0.1300	27.7503	0.3595	-83.8152	
4.5	0.7698	-121.7797	2.9903	94.5819	0.1341	23.7615	0.3464	-90.1901	
5.0	0.7561	-129.4162	2.7679	88.9203	0.1370	20.2481	0.3362	-96.0128	
5.5	0.7452	-136.3454	2.5721	83.6443	0.1390	17.1266	0.3286	-101.3713	
6.0	0.7367	-142.6726	2.3993	78.6873	0.1404	14.3313	0.3231	-106.3370	
6.5	0.7302	-148.4854	2.2481	73.9963	0.1412	11.8103	0.3196	-110.9687	
7.0	0.7253	-153.8567	2.1097	69.5297	0.1416	9.5230	0.3177	-115.3145	
7.5	0.7218	-158.8468	1.9877	65.2541	0.1416	7.4375	0.3173	-119.4142	
8.0	0.7194	-163.5058	1.8781	61.1429	0.1414	5.5285	0.3181	-123.3011	

**Рис. 1.** «Datasheet» транзисторов ЗП373А, Б, В 5

### Матрица рассеивания четырехполюсников

В отличие от теории низкочастотных цепей, где для описания РЭУ используют матрицы полных сопротивлений  $[Z]$ , полных проводимостей  $[Y]$  и матрицы передачи типа  $[ABCD]$ , в диапазоне СВЧ целесообразно использовать так называемые волновые матрицы рассеяния  $[S]$ , выражающие зависимости между комплексными амплитудами падающих и отраженных волн на граничных сечениях СВЧ устройства [1]. Это обусловлено тем, что в технике СВЧ измеряемыми величинами, как правило, являются не сопротивления и проводимости, а комплексные коэффициенты отражения и передачи, и, следовательно, эти коэффициенты, характеризующие отношения падающих и отраженных волн, следует рассматривать как наиболее удобные при описании СВЧ элементов устройств. В дальнейшем представляет интерес рассмотрение такого класса многополюсников, как четырехполюсник (ЧП).

Для пассивного линейного ЧП, включенного в СВЧ тракт с волновым сопротивлением  $Z_0$ , можно записать уравнения, определяющие линейную связь между падающими и отраженными волнами на входе и выходе ЧП, в виде:

$$\begin{aligned} U_{отр1} &= S_{11}U_{пад1} + S_{12}U_{отр2}; \\ U_{пад2} &= S_{21}U_{пад1} + S_{22}U_{отр2}. \end{aligned} \quad 1)$$

Матрицу  $[S]$  называют матрицей рассеяния. Для ЧП эта матрица имеет размер  $2 \times 2$ . Она устанавливает связь между комплексными нормированными амплитудами отраженных и падающих волн в плечах ЧП.

В матричной записи уравнения (1) приобретают вид:

$$\begin{bmatrix} U_{отр1} \\ U_{отр2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{пад1} \\ U_{пад2} \end{bmatrix}. \quad 2)$$

Элементы волновой матрицы рассеяния имеют определенный физический смысл и могут быть измерены сравнительно простым способом, в частности с помощью измерительной линии.

При работе СВЧ – четырехполюсника на согласованную нагрузку отраженная волна, на его выходе, отсутствует, а из соотношения (2) следует:

$$S_{11} = \frac{U_{отр1}}{U_{пад1}}; \quad S_{21} = \frac{U_{пад2}}{U_{пад1}}; \quad 3)$$

где  $S_{11}$  – комплексный коэффициент отражения от входа исследуемого ЧП, а  $S_{21}$  – комплексный коэффициент передачи ЧП. В общем случае он учитывает как активные потери в четырехполюснике, так и потери на отражение.

Элементы  $S_{22}$  и  $S_{12}$  имеют аналогичный смысл, но соответствуют обратному включению ЧП (при этом выход ЧП соединяют с генератором, а на вход его включают согласованную нагрузку).

Значения матрицы рассеяния описывают свойства ЧП лишь на заданной частоте. Для представления ЧП в полосе частот элементы матриц рассеяния необходимо преобразовать в рациональную функцию от комплексной частоты ( $s$ ) вида:

$$f(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2(s)^2 + \dots + a_n(s)^n}{b_0 + b_1s + b_2(s)^2 + \dots + b_m(s)^m}, \quad 4)$$

где все коэффициенты при  $s$  должны быть вещественными и неотрицательными, а высшие степени полинома числителя ( $n$ ) и знаменателя ( $m$ ), так же, как и их низшие степени, не могут отличаться более чем на 1 [2].

**Способ аппроксимации частотных характеристик СВЧ транзисторов, представленных в численном виде, на дискретном ряде частот**

Аппроксимировать, заданные в табличном виде, модуль и фазу коэффициента отражения  $S_{11}$  СВЧ устройства предлагается дробно-рациональной функцией (4) с неизвестными коэффициентами при переменной  $s$ .

Так как рассматриваемые модуль и фаза коэффициента отражения  $S_{11}$  являются комплексными, то для поиска функции, описывающей транзистор с заданными параметрами, необходимо воспользоваться некоторыми свойствами комплексных чисел.

Модуль комплексного числа  $S_{11}$  можно представить в виде

$$|S_{11}| = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (5)$$

где  $A$  – действительная часть  $S_{11}$ , а  $B$  – мнимая часть. Тогда фаза коэффициента отражения  $S_{11}$  равна

$$\varphi = \arctan \frac{B}{A}. \quad (6)$$

Представим функцию (4) через четные и нечетные части ее числителя и знаменателя [3]:

$$f(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(m_1 + n_1)}{(m_2 + n_2)}.$$

Умножим  $P(s)$  и  $Q(s)$  на  $(m_2 - n_2) = Q(-s)$ :

$$f(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{(m_1 + n_1)(m_2 - n_2)}{(m_2 + n_2)(m_2 - n_2)} = \frac{(m_1 m_2 - n_1 n_2) + (n_1 m_2 - m_1 n_2)}{m_2^2 - n_2^2},$$

где:

$m_1 = a_0 + a_2 s^2 + \dots + a_{2n} s^{2n}$  - четная часть числителя функции  $f(s)$ ;

$m_2 = b_0 + b_2 s^2 + \dots + b_{2m} s^{2m}$  - четная часть знаменателя функции  $f(s)$ ;

$n_1 = a_1 s + \dots + a_{(2n+1)} s^{(2n+1)}$  - нечетная часть числителя функции  $f(s)$ ;

$n_2 = b_1 s + \dots + b_{(2m+1)} s^{(2m+1)}$  - нечетная часть знаменателя функции  $f(s)$ .

С помощью математического преобразования, выражение (4) можно представить в виде четной  $Ev f(s)$  и нечетной  $Od f(s)$  части от  $f(s)$ :

$$Ev f(s) = \frac{m_1 m_2 - n_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \quad (7)$$

$$Od f(s) = \frac{n_1 m_2 - m_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2}; \quad (8)$$

При  $s = i\omega$  имеем:

$$Ev f(s)|_{s=i\omega} = \text{Re } f(i\omega)$$

$$Od f(s)|_{s=i\omega} = i \text{Im } f(i\omega)$$

Выражения (7) и (8) предлагается использовать в качестве аппроксимирующих функций  $\text{Re } f(s)$  и  $\text{Im } f(s)$  передаточных и входных характеристик радиотехнических устройств.

Исходя из (5) и (6) модуль ( $\rho$ ) и фаза ( $\eta$ ) примет вид:

$$\rho(i\omega) = \sqrt{\left(\frac{m_1 m_2 - n_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2}\right)^2 + \left(\frac{n_1 m_2 - m_1 n_2}{m_2^2 - n_2^2}\right)^2};$$

$$\eta(i\omega) = \arctan\left(\frac{n_1 m_2 - m_1 n_2}{m_1 m_2 - n_1 n_2}\right).$$

Используя численный метод решения задачи приближения и, наложив на выражение (4) ограничения условий физической реализуемости и положительной вещественной функции, получаем системы неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} |S_{11}(\omega_{min}) - \rho(\omega_{min})| \leq \delta_{\rho(\omega_{min})} \\ |S_{11}(\omega_1) - \rho(\omega_1)| \leq \delta_{\rho(\omega_1)} \\ \dots\dots\dots \\ |S_{11}(\omega_{max}) - \rho(\omega_{max})| \leq \delta_{\rho(\omega_{max})} \end{array} \right. \quad 9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |\varphi(\omega_{min}) - \eta(\omega_{min})| \leq \delta_{\eta(\omega_{min})} \\ |\varphi(\omega_1) - \eta(\omega_1)| \leq \delta_{\eta(\omega_1)} \\ \dots\dots\dots \\ |\varphi(\omega_{max}) - \eta(\omega_{max})| \leq \delta_{\eta(\omega_{max})} \end{array} \right. \quad 10)$$

Где в качестве целевой функции выбран параметр  $\delta$ , который минимизируется путем подбора коэффициентов  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  и  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$ .

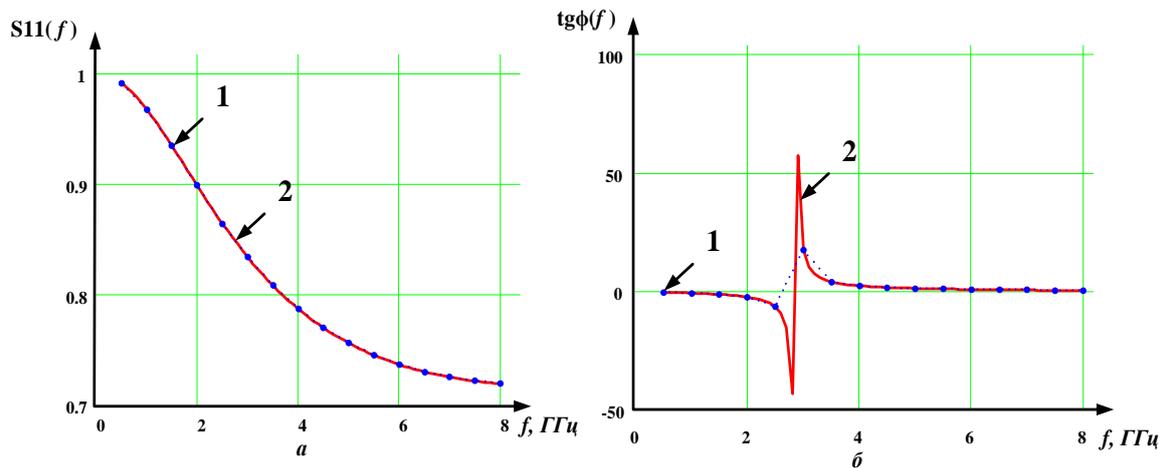
Решение систем неравенств (9) и (10) позволяет определить такие коэффициенты  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$  и  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$  выражения (4), которые позволяют сформировать аналитическую математическую модель (АММ) нагрузки с высокой степенью адекватности.

### Результаты и выводы

В качестве примера, на рис. 2. показаны результаты аппроксимации параметра  $S_{11}$  транзистора 3П373 (рис.1) способом, представленным выше. При решении данной задачи использовался метод наименьших квадратов (11), заключающегося в минимизации суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений зависимой переменной от значений, аппроксимированных моделью [4].

$$\sum_{i=1}^k (S_{11}(\omega_i) - \rho(\omega_i))^2 \leq \delta, \quad (11)$$

где  $k$  – количество точек аппроксимации.



**Рис. 2.** Зависимость изменения модуля (а) и фазы (б) параметра  $S_{11}$  транзистора 3П373 в рабочей полосе частот: 1 – значения, представленные в «Datasheet»; 2 – аппроксимированные значения.

Представленные результаты были получены при абсолютной погрешности аппроксимации  $\Delta S_{11} = 0.0227\%$  и  $\Delta \varphi = 0.0244\%$ , что соответствует относительной погрешности не более 10%, и обеспечивают высокую степень адекватности полученной АММ.

Сформированная АММ позволяет достаточно точно оценить характер изменения характеристик (коэффициента передачи по мощности, КСВ и других параметров.) транзистора за счет получения функции коэффициентов S-параметров. Следует заметить, что полученные АММ возможно использовать при реализации согласующих цепей в дальнейших исследованиях.

#### Список использованных источников

1. Дробахин, О. О. Техника и полупроводниковая электроника СВЧ: Учебное пособие [Электронное издание] / О. О. Дробахин, С. В. Плаксин, В. Д. Рябчий, Д. Ю. Салтыков. – Севастополь: Вебер, 2013.
2. Карни, Ш., Теория цепей. Анализ и синтез. – М. «Связь», 1973. – 269с.
3. Лэм, Г., Аналоговые и цифровые фильтры / Г. Лэм. – М. Мир, 1982. – 251 с.
4. Жданюк, Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Б. Ф. Жданюк. - Москва: Советское радио, 1978. — 384 с.