



**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ**

КАФЕДРА МИКРО- И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ

И. И. Абрамов

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ

Учебно-методическое пособие

МИНСК 2007

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет
информатики и радиозлектроники»

Кафедра микро- и наноэлектроники

И. И. Абрамов

***СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА.
ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ***

Учебно-методическое пособие

по дисциплине «Квантовая механика и статистическая физика»
для студентов специальностей
I-41 01 03 «Квантовые информационные системы»
и I-41 01 02 «Микро- и наноэлектронные технологии и системы»
всех форм обучения

Минск 2007

УДК 530.145.6+519.25 (075.8)

ББК 22.314+22.317 я 73

А 16

Рецензент

профессор кафедры физики полупроводников и наноэлектроники БГУ,
доктор физико-математических наук, профессор Н. А. Поклонский

Абрамов, И. И.

А 16 Статистическая физика. Вопросы и ответы : учебно-метод. пособие по дисц. «Квантовая механика и статистическая физика» для студ. спец. I-41 01 03 «Квантовые информационные системы» и I-41 01 02 «Микро- и наноэлектронные технологии и системы» всех форм обуч. / И. И. Абрамов. – Минск : БГУИР, 2007. – 23 с. : ил.
ISBN 978-985-488-164-5

В пособии приведены основные контрольные вопросы и даны в конспективной форме ответы по статистической физике.

Издание целесообразно использовать в качестве дополнения к лекциям и учебным пособиям, предназначается для студентов II курса, обучающихся по специальностям I-41 01 03 «Квантовые информационные системы» и I-41 01 02 «Микро- и наноэлектронные технологии и системы», а также может быть полезно студентам других курсов, магистрантам и аспирантам соответствующих специальностей.

УДК 530.145.6+519.25 (075.8)

ББК 22.314+22.317 я 73

ISBN 978-985-488-164-5

© Абрамов И. И., 2007

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2007

Список основных обозначений

k_B – постоянная Больцмана ($k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град)

\hbar – постоянная Планка, деленная на 2π ($\hbar = 1,05 \cdot 10^{-27}$ эрг·с)

x, y, z – пространственные координаты

\vec{r} – радиус-вектор точки пространства

t – время

e – заряд электрона

m_0 – масса частицы

ε – относительная диэлектрическая проницаемость материала

ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума

\vec{p}, p_x, p_y, p_z – импульс частицы и его составляющие

E – энергия

$E_{\text{п}}$ – потенциальная энергия

F – свободная энергия

U – внутренняя энергия

n – концентрация

v – скорость

V – объем

P – давление

T – температура

N – число частиц

ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ

1. Задачи, рассматриваемые в статистической физике, и математические методы при этом используемые.

Ответ: Обычно это задачи по описанию явлений, определяемых поведением большого числа частиц. Для их решения применяются методы теории вероятностей и математической статистики.

2. Какая теория является более общей: классическая статистическая механика или квантовая механика?

Ответ: Квантовая механика.

3. Вероятность W нахождения частиц в объеме $\Delta\tau$ из объема V при их равномерном распределении.

Ответ: Вычисляется согласно формуле

$$W = \Delta\tau / V. \quad (1)$$

4. Среднее число частиц в объеме $\Delta\tau$ из их общего числа N , находящихся в объеме V , при равномерном распределении.

Ответ: Находится из соотношения

$$\bar{n} = N\Delta\tau / V. \quad (2)$$

5. Определение флуктуаций числа частиц.

Ответ: Флуктуации – отклонение числа частиц от их среднего значения.

6. Распределение Максвелла для импульса частицы.

Ответ: Вероятность dW того, что компоненты импульса \vec{p} частицы заключены в интервалах: $[p_x, p_x + dp_x]$; $[p_y, p_y + dp_y]$; $[p_z, p_z + dp_z]$, т.е. находятся в элементарном объеме импульсного пространства

$$d\Omega = dp_x dp_y dp_z, \quad (3)$$

представима в виде

$$dW = w_p d\Omega, \quad (4)$$

где плотность вероятности w_p вычисляется согласно формуле

$$w_p^M = \frac{1}{(2\pi m_0 k_B T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p^2}{2m_0 k_B T}\right). \quad (5)$$

Равновесное распределение Д. Максвелла задается формулами (4), (5).

7. Физические предположения, лежащие в основе распределения Максвелла.

Ответ: Этими допущениями являются: 1) все направления в пространстве для импульса \vec{p} равноправны (свойство изотропности w_p); 2) независимость движения вдоль осей x , y , z .

8. Вид распределения Максвелла в одномерном случае.

Ответ: Оно задается следующими соотношениями:

$$dW_{p_x} = w_{p_x} dp_x; \quad (6)$$

$$w_{p_x}^M = \frac{1}{(2\pi m_0 k_B T)^{1/2}} \exp\left(-\frac{p_x^2}{2m_0 k_B T}\right). \quad (7)$$

Формула (7) соответствует плотности вероятности распределения Гаусса (нормального распределения). Функция $w_{p_x}^M$ показана на рис. 1.

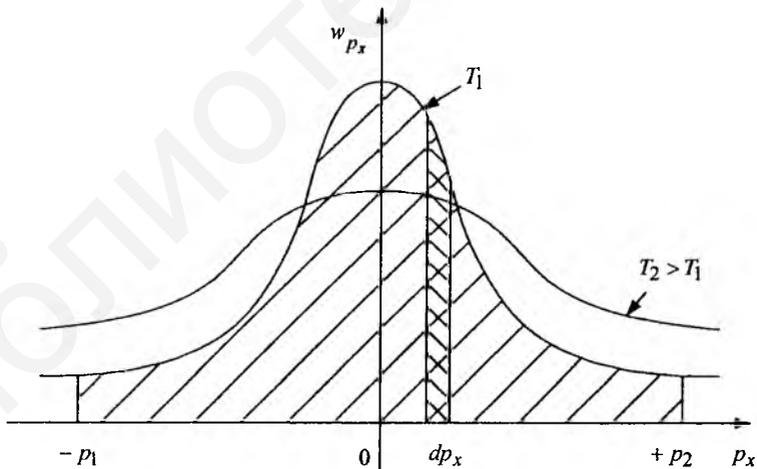


Рис. 1

Она симметрична относительно $p_x = 0$:

$$\max(w_{p_x}^M) = (2\pi m_0 k_B T)^{-\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

При $T_2 > T_1$ w_{p_x} изменяется, как показано на рис. 1. Вероятность (6) соответствует площади с двойной штриховкой. Вероятность того, что $p_x \in [-p_1, p_2]$, проиллюстрирована площадью с одной штриховкой. В соответствии с условием нормировки полные площади под кривыми равны 1.

9. Плотность вероятности распределения Максвелла для скорости частиц.

Ответ: Задается формулой

$$w_v^M = \left(\frac{m_0}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2k_B T} \right), \quad (9)$$

где v – скорость частицы.

10. Плотность вероятности распределения Максвелла по энергии.

Ответ: Вычисляется согласно формуле

$$w_\varepsilon^M = \frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{\pi} (k_B T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{E}{k_B T} \right), \quad (10)$$

где E – энергия частицы.

11. Сущность явления термоэлектронной эмиссии.

Ответ: Заключается в том, что из нагретого до высокой температуры металла или полупроводника вылетают электроны.

12. Формула Ричардсона.

Ответ: Имеет вид

$$i_z = -ej_z = -\frac{en v_c}{4} \exp\left(-\frac{A}{k_B T} \right), \quad (11)$$

где

$$v_c = \left(\frac{8k_B T}{\pi m_0} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

а i_z – ток термоэлектронной эмиссии, j_z – плотность тока, n – концентрация электронов, A – работа выхода. Формула (11) выводится на основе распределения Максвелла.

13. Принцип детального равновесия.

Ответ: В истинном равновесии каждому потоку можно сопоставить ему противоположный, так что равновесие имеет место не только в целом, но и детально по каждой паре противоположных процессов.

14. Распределение Больцмана.

Ответ: Для концентрации частиц n задается формулой

$$n(\vec{r}_2) = n(\vec{r}_1) \exp\left\{\frac{-[E_{II}(\vec{r}_2) - E_{II}(\vec{r}_1)]}{k_B T}\right\}, \quad (13)$$

где E_{II} – потенциальная энергия, \vec{r}_1 и \vec{r}_2 – радиусы-векторы. Данное равновесное распределение справедливо для потенциальных полей.

15. Барометрическая формула.

Ответ: Барометрическая формула описывает изменение плотности атмосферы с высотой в предположениях равновесия и постоянства температуры. Потенциальная энергия вычисляется согласно

$$E_{II}(z) = m_0 g z, \quad (14)$$

где g – ускорение, z – высота над уровнем моря. Тогда из распределения Л. Больцмана (13) получим

$$n(z) = n(0) \exp(-m_0 g z / k_B T), \quad (15)$$

где $n(z)$ – концентрация частиц на высоте z . Соотношение (15) – барометрическая формула. С ее помощью можно вычислить постоянную Больцмана k_B .

16. Контактная разность потенциалов.

Ответ: Распределение Больцмана (13) применялось для построения упрощенной теории контактной разности потенциалов. В ней проводники интерпретируются как «сосуды», содержащие газ электронов. Теория применима и к полупроводникам с небольшой концентрацией подвижных

носителей заряда. Рассматривается случай, когда проводники располагаются близко и между ними есть обмен электронами, хотя бы вследствие термоэлектронной эмиссии. В результате между проводниками возникает разность потенциалов φ_{12} , называемая контактной и вычисляемая согласно формуле

$$\varphi_{12} = \varphi_T \ln\left(\frac{n_1}{n_2}\right) - \frac{A_1 - A_2}{e}, \quad (16)$$

где $\varphi_T = k_B T / e$ – температурный потенциал, равный 25,8 мВ при 300 К; n_1, n_2 – концентрации электронов в первом и втором проводниках; A_1, A_2 – работы выхода из них.

17. Закон Вольта.

Ответ: В замкнутой цепи, состоящей из различных полупроводников, сумма контактных разностей потенциалов равна нулю.

18. Сущность эффекта поля.

Ответ: Изменение концентраций подвижных носителей заряда в приповерхностном слое полупроводника под действием электрического поля – эффекта поля.

19. Каким уравнением можно описать эффект поля?

Ответ: Уравнением самосогласованного поля, которое имеет вид

$$\nabla^2 \varphi = \frac{en_1}{\epsilon\epsilon_0} [\exp(e\varphi / k_B T) - 1] \quad (17)$$

и следует из уравнения Пуассона в предположении справедливости распределения Больцмана. Таким образом, решив (17) для электростатического потенциала φ , можем найти концентрацию электронов n согласно

$$n = n_1 \exp(e\varphi / k_B T), \quad (18)$$

где n_1 – концентрация в глубине полупроводника. При решении (17) необходимо задать граничные условия. Данный случай характерен для

МОП*-конденсатора или МОП-транзистора при нулевых смещениях на стоке и истоке.

20. Функция распределения Максвелла – Больцмана.

Ответ: Равновесная функция распределения f Максвелла – Больцмана определяется согласно соотношению

$$dN = f d\tau d\Omega = C_N \exp\left\{-\left[\frac{p^2}{2m_0} + E_{\Pi}(\vec{r})\right] / k_B T\right\} d\tau d\Omega, \quad (19)$$

где

$$C_N = \frac{N}{\int \exp\left\{-\left[\frac{p^2}{2m_0} + E_{\Pi}(\vec{r})\right] / k_B T\right\} d\tau d\Omega}. \quad (20)$$

Соотношение (20) – условие нормировки, а $d\tau$, $d\Omega$ – элементарные объемы координатного и импульсного пространств.

21. Определение фазового пространства.

Ответ: Под фазовым пространством (μ -пространством) понимается шестимерное пространство, в котором по трем осям откладываются координаты частицы, а по трем оставшимся – компоненты ее импульса.

22. Что характеризует распределение Максвелла – Больцмана?

Ответ: Среднее число частиц в элементе объема μ -пространства $d\gamma$, а именно:

$$dN = NdW = Nw^{MB}(\vec{r}, \vec{p})d\gamma = NC_w \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right)d\gamma, \quad (21)$$

где E – полная энергия; w^{MB} – плотность вероятности Максвелла – Больцмана, N – полное число частиц, а C_w определяется из условия нормировки.

23. Определение полного фазового пространства системы.

Ответ: Полным фазовым пространством (Γ -пространством) системы N частиц называется $6N$ -мерное пространство, по осям которого

* МОП – металл-оксид-полупроводник.

откладывается $3N$ координат и $3N$ проекций импульсов всех частиц. Следовательно, точка Γ - пространства определяет состояние системы.

24. Распределение Гиббса.

Ответ: Имеет вид

$$dW(\vec{r}_1, \vec{p}_1; \dots; \vec{r}_N, \vec{p}_N) = \exp\left(\frac{F - E}{k_B T}\right) d\Gamma, \quad (22)$$

где \vec{r}_i, \vec{p}_i – координаты i -й частицы в фазовом пространстве, E – полная энергия системы, а F определяется из условия нормировки и называется свободной энергией. Она задается соотношением

$$F = -k_B T \ln Z, \quad (23)$$

где

$$Z = \int \exp\left(-\frac{E}{k_B T}\right) d\Gamma, \quad (24)$$

а Z – интеграл состояний. Соотношение (22) – распределение Д. Гиббса, которое определяет состояние всех N частиц в целом и является центральным соотношением статистической физики равновесных состояний. Оно справедливо для любой классической системы. Данное распределение может быть принято в качестве одного из основных постулатов классической статистической физики. Все свойства равновесных систем могут быть получены как следствие его справедливости.

25. Полная и свободная энергии одноатомного идеального газа.

Ответ: Полная энергия задается соотношением

$$E = \sum_{i=1}^N E_i = \sum_{i=1}^N \left[E_{\text{пл}}(\vec{r}) + \frac{p_i^2}{2m_0} \right], \quad (25)$$

где E – полная энергия i -й частицы, а свободная энергия вычисляется согласно формуле

$$F = -k_B T \ln Z = -k_B T N \left[\ln V + \frac{3}{2} \ln T + \frac{3}{2} \ln(2\pi m_0 k_B) \right], \quad (26)$$

где N – полное число частиц, V – объем, занимаемый газом.

26. Теорема о равномерном распределении по степеням свободы энергии классической системы частиц.

Ответ: На одну степень свободы любой классической равновесной системы приходится средняя кинетическая энергия $k_B T / 2$.

27. Чем и как определяется чувствительность приемно-усилительных устройств?

Ответ: Чувствительность ограничена тепловыми флуктуациями (шумами). Рассмотрим случай, когда на входе усилителя с большим коэффициентом усиления стоит колебательный RLC -контур (рис. 2).

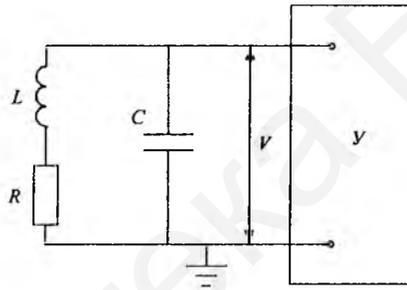


Рис. 2

Так как в данном случае основной причиной флуктуаций являются случайные движения электронов в резисторе, то среднее значение квадрата тепловых флуктуаций напряжения можно вычислить с использованием распределения Гиббса, что дает в итоге формулу

$$\overline{V_{\text{фл}}^2} = 4k_B T z_R \Delta\nu, \quad (27)$$

где $\Delta\nu$ – ширина полосы частот контура, а $z_R = L / RC$. Если входное напряжение $V < \sqrt{\overline{V_{\text{фл}}^2}}$, то такой сигнал не различим на фоне тепловых флуктуаций.

28. Чем отличается принципиально идеальный газ от реального?

Ответ: В идеальном газе частицы (атомы, молекулы и др.), его составляющие, не взаимодействуют между собой, что не имеет места в реальном газе.

29. Полная энергия реального газа.

Ответ: Энергия системы взаимодействующих частиц реального газа описывается соотношением

$$E = \sum_{i=1}^N \left[E_{\text{пл}}(\vec{r}) + \frac{p_i^2}{2m_0} \right] + \frac{1}{2} \sum_{i,k \neq i} E_{ik}, \quad (28)$$

где $E_{\text{пл}}(\vec{r})$ – потенциальная энергия i -й частицы, E_{ik} – потенциальная энергия взаимодействия i -й и k -й частиц. Принципиальное отличие от идеального газа заключается в учете взаимодействия между частицами (третий член в (28)). Энергия E_{ik} – сложная функция расстояния r_{ik} между ними (рис. 3).

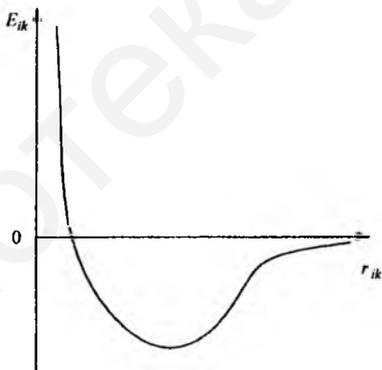


Рис. 3

30. Какое уравнение называют уравнением состояния системы?

Ответ: Зависимость давления P от объема V и температуры T , а именно:

$$P = P(V, T) \quad (29)$$

называется уравнением состояния системы.

31. Уравнение состояния одноатомного идеального газа.

Ответ: Имеет вид

$$P = k_B N T / V = k_B N_A \frac{M}{\mu} \cdot \frac{T}{V}, \quad (30)$$

где M – масса газа, μ – молярная масса, N_A – постоянная Авогадро, N – полное число частиц. Уравнение (30) – уравнение Клапейрона – Менделеева.

32. Каким образом получается уравнение состояния для неидеального газа?

Ответ: На основе исходного соотношения

$$P = - \frac{\partial F}{\partial V}, \quad (31)$$

где F – свободная энергия газа.

33. Физический смысл свободной энергии.

Ответ: Свободная энергия F – функция состояния системы, изменение которой в изотермическом процессе равно работе, совершенной системой, но взятой с обратным знаком.

34. Уравнение Гиббса – Гельмгольца.

Ответ: Задается соотношением

$$\bar{E} = F - T \frac{\partial F}{\partial T}, \quad (32)$$

где \bar{E} – среднее значение энергии системы, равное внутренней энергии системы U .

35. Определение энтропии.

Ответ: Энтропия S – функция состояния системы, вычисляемая согласно

$$S = - \frac{\partial F}{\partial T}. \quad (33)$$

36. Термодинамический смысл энтропии.

Ответ: Энтропия – функция состояния системы, изменение которой dS в обратимом процессе равно отношению количества теплоты dQ , введенного в рассматриваемом процессе, к температуре T , при которой оно вводилось, т.е.

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (34)$$

37. Статистический смысл энтропии.

Ответ: Энтропия – умноженная на постоянную Больцмана мера хаотичности состояния системы, а именно:

$$S = -k_B \int w^\Gamma \ln w^\Gamma d\Gamma = -k_B \overline{\ln w^\Gamma}, \quad (35)$$

где w^Γ – плотность вероятности распределения Гиббса (22), а $d\Gamma$ – элемент объема Γ -пространства.

38. Первое начало термодинамики.

Ответ: Оно выражает закон сохранения энергии с учетом тепловых явлений, а именно:

$$dU + dA = dQ, \quad (36)$$

где dU , dA , dQ – изменения внутренней энергии, работы, совершенной системой, количества тепла, подведенного к системе в анализируемом процессе.

39. Второе начало термодинамики.

Ответ: Невозможно, отняв тепло от системы, полностью превратить его в работу без того, чтобы в системе или окружающей ее среде не произошли другие одновременные изменения.

40. Возможен ли вечный двигатель второго рода?

Ответ: Невозможно осуществить периодически действующую тепловую машину, полностью превращающую в работу все переданное ей тепло, т.е. вечный двигатель (второго рода).

Данное положение – возможная формулировка второго начала термодинамики.

41. Различия в энтропиях реального и идеального газов.

Ответ: В реальном газе энтропия меньше по сравнению с идеальным газом вследствие наличия сил отталкивания.

42. Теплоемкость и удельная теплоемкость системы частиц.

Ответ: Теплоемкость – величина, равная количеству теплоты, которую необходимо передать системе частиц, чтобы нагреть ее на один градус, т.е.

$$C = \frac{dQ}{dT}. \quad (37)$$

В газах, в которых сжимаемость велика, различают теплоемкости C_V (при постоянном V) и C_P (при постоянном P). В конденсированных средах (жидкие, твердые тела), так как изменение объема, как правило, мало, то $C_V \approx C_P$.

43. Каноническое распределение в квантовой статистике.

Ответ: Распределение Гиббса в квантовой статистике равновесных состояний задается соотношением

$$W_\nu = \exp\left(\frac{F^* - E_\nu}{k_B T}\right), \quad (38)$$

где W_ν – вероятность состояния ν с энергией E_ν , F^* – свободная энергия квантовой системы, вычисляемая из условия нормировки. Введя статистическую сумму

$$Z^* = \sum_\nu \exp\left(-\frac{E_\nu}{k_B T}\right), \quad (39)$$

получим

$$F^* = -k_B T \ln Z^*. \quad (40)$$

Основные различия в формулах (38) – (40) по сравнению с (22) – (24) вызваны следующими причинами: 1) в квантовой статистике состояния могут быть дискретными; 2) в квантовой статистике необходимо учитывать принцип тождественности частиц (и принцип Паули для фермионов). Следовательно, F^* в общем случае не совпадает с классической свободной энергией F .

44. Энтропия в случае дискретного спектра квантовой системы.

Ответ: Из уравнения Гиббса – Гельмгольца следует

$$S^* = \frac{U - F^*}{T} = -k_B \sum_{\nu} \frac{F^* - E_{\nu}}{k_B T} \exp\left(\frac{F^* - E_{\nu}}{k_B T}\right) = -k_B \sum_{\nu} W_{\nu} \ln W_{\nu}, \quad (41)$$

т.е. энтропия S^* пропорциональна среднему значению логарифма вероятности состояния системы.

45. Третье начало термодинамики.

Ответ: Энтропия системы частиц S^* при $T = 0$ К равна нулю, т.е.

$$S^* \Big|_{T=0\text{K}} = 0. \quad (42)$$

Соотношение (42) выражает третье начало термодинамики. Легко показать, что (42) следует из (41).

46. Принцип максимума энтропии.

Ответ: Энтропия в равновесном состоянии системы достигает максимума, и, следовательно, оно является наиболее хаотичным из всех возможных.

Принцип можно положить в основу статистической физики равновесных состояний. Из него, в частности, может быть получено распределение Гиббса.

47. Большое каноническое распределение.

Ответ: Вероятность того, что система, состоящая из N -частиц и находящаяся в равновесии с термостатом, обладает энергией E_{ν_N} вычисляется согласно формуле

$$W_{\nu_N} = \exp\left(\frac{\Omega^* - E_{\nu_N} + \mu N}{k_B T}\right). \quad (43)$$

Соотношение (43) – большое каноническое распределение Гиббса. Величины Ω^* , T , μ определяются с помощью формул

$$\sum_{\nu_N} W_{\nu_N} = 1; \quad \sum_{\nu_N} W_{\nu_N} E_{\nu_N} = U; \quad \sum_{\nu_N} N W_{\nu_N} = \bar{N}, \quad (44)$$

где Ω^* – омега-потенциал, T – температура, μ – химический потенциал. С использованием (43) легко показать, что для равновесия двух систем необходимо, чтобы их температуры и химические потенциалы были равны.

48. Связь омега-потенциала и химического потенциала с распределением Бозе – Эйнштейна.

Ответ: Среднее число бозонов, находящихся в состоянии i , задается соотношением

$$\bar{n}_i = -\frac{\partial \Omega_i^*}{\partial \mu} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{k_B T}\right) - 1}, \quad (45)$$

где Ω_i^* – омега-потенциал i -й подсистемы, μ – химический потенциал, E_i – энергия i -го состояния. Формула (45) выражает равновесное распределение Бозе – Эйнштейна.

49. Распределение фотонов.

Ответ: задается распределением Бозе – Эйнштейна вида

$$\bar{n}_i = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar \omega_i}{k_B T}\right) - 1}, \quad (46)$$

где \bar{n}_i – среднее число фотонов i -го состояния; $\hbar \omega_i$ – энергия фотона.

50. Каким распределением оценивается поведение фононов в твердом теле?

Ответ: Распределением Бозе – Эйнштейна.

51. Связь омега-потенциала и химического потенциала с распределением Ферми – Дирака.

Ответ: Среднее число фермионов, находящихся в состоянии i , задается соотношением

$$\bar{n}_i = -\frac{\partial \Omega_i^*}{\partial \mu} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - \mu}{k_B T}\right) + 1}. \quad (47)$$

Формула (47) выражает равновесное распределение Ферми – Дирака.

52. Какой статистикой описывается электронный газ?

Ответ: Квантовой статистикой Ферми – Дирака.

53. Какой статистикой может быть описан невырожденный электронный газ?

Ответ: Классической статистикой Максвелла – Больцмана.

54. Критерий невырожденного электронного газа.

Ответ: Задается соотношением

$$n \ll \left(\frac{m_0 k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{2}}. \quad (48)$$

Следовательно, классическая статистика применима в случаях, когда концентрация частиц мала, а их температура достаточно высока.

55. Когда электронный газ называется вырожденным?

Ответ: Электронный газ при условии $\mu \gg k_B T$, где μ – химический потенциал, является вырожденным.

56. Критерий вырожденного электронного газа.

Ответ: Задается соотношением

$$n \gg \left(\frac{m_0 k_B T}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2} \frac{2^{3/2}}{5\sqrt{\pi}}. \quad (49)$$

57. Вид распределения Ферми – Дирака и смысл химического потенциала.

Ответ: Приведен на рис. 4 для среднего числа частиц (см. (47)) в состоянии i .

В соответствие с этим рисунком химический потенциал – энергия такого состояния системы, вероятность заполнения которого равна 0,5.

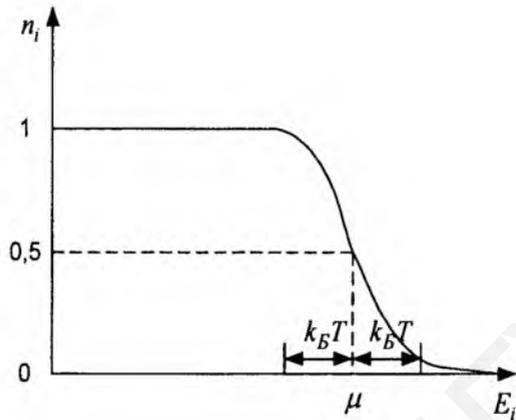


Рис. 4

58. Связь функции распределения f с вероятностью обнаружить частицу dW в объеме dy .

Ответ: Задается соотношением

$$dW(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{dn}{N} = f(\vec{r}, \vec{p}) dy \frac{1}{N}. \quad (50)$$

Формула (50) описывает вероятность обнаружить частицу в объеме dy μ -пространства.

59. Основная задача теории идеального газа в неравновесном состоянии.

Ответ: Нахождение неравновесной функции распределения одной частицы, т.е. одночастичной функции распределения f .

60. Уравнение непрерывности для газа.

Ответ: Рассмотрим газ плотностью ρ . Его концентрация задается соотношением

$$n = \frac{\rho}{m_0}, \quad (51)$$

где m_0 – масса одной частицы газа. Тогда уравнение непрерывности имеет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\operatorname{div}(n\vec{v}), \quad (52)$$

где \vec{v} – скорость, и описывает изменение числа частиц во времени в некотором объеме, которое равно превышению числа втекающих в него частиц над числом вытекающих.

61. Кинетическое уравнение Больцмана.

Ответ: Имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\vec{p}}{m_0} \operatorname{grad}_r f - \vec{F}_{\text{вн}} \operatorname{grad}_p f + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{cm}}, \quad (53)$$

где f – одночастичная функция распределения; $\vec{F}_{\text{вн}}$ – внешняя сила; $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{cm}}$ – интеграл столкновений. Соотношение (53) является одним из основных уравнений, описывающих неравновесные состояния классических систем частиц.

62. Теорема Лиувилля.

Ответ: Функция распределения в замкнутой системе во времени сохраняется постоянной, т.е. является интегралом движения.

Кинетическое уравнение Больцмана является следствием теоремы Лиувилля.

63. Кинетическое уравнение Больцмана в приближении времени релаксации.

Ответ: Имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\vec{p}}{m_0} \operatorname{grad}_r f - \vec{F}_{\text{вн}} \operatorname{grad}_p f - \frac{f - f_0}{\tau}, \quad (54)$$

где τ – время релаксации, f_0 – равновесная функция распределения.

64. Почему, строго говоря, нельзя использовать кинетическое уравнение Больцмана для квантовых систем?

Ответ: Это в первую очередь связано с соотношением неопределенностей Гейзенберга, так как импульс и координата, являющиеся переменными уравнения (53), одновременно неизмеримы. Поэтому в квантовом случае в

кинетическое уравнение Больцмана необходимо вводить квантово-механические коррекции.

Автор выражает благодарность Н. В. Коломейцевой за набор текста данного учебно-методического пособия.

Библиотека БГУИР

Литература

1. Васильев, А. М. Введение в статистическую физику : учеб. пособие / А. М. Васильев. – М. : Высш. шк., 1980. – 272 с.
2. Ансельм, А. И. Основы статистической физики и термодинамики / А. И. Ансельм. – М. : Наука, 1973. – 424 с.
3. Карякин, Н. И. Краткий справочник по физике / Н. И. Карякин, К. Н. Быстров, П. С. Киреев. – М. : Высш. шк., 1969. – 600 с.
4. Абрамов, И. И. Статистическая физика и квантовая механика : учебная программа для высших учебных заведений по специальности 41 01 02 «Микроэлектроника» / Сб. типовых учебных программ для высших учебных заведений по спец. 41 01 02 (Т.07.01.00) «Микроэлектроника». Общенаучные и общепрофессиональные дисциплины. – Минск : БГУИР, 2002. – С. 31–38.

Учебное издание

Абрамов Игорь Иванович

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. ВОПРОСЫ И ОТВЕТЫ

Учебно-методическое пособие

по дисциплине «Квантовая механика и статистическая физика»
для студентов специальностей
1-41 01 03 «Квантовые информационные системы» и
1-41 01 02 «Микро- и нанoeлектронные технологии и системы»
всех форм обучения

Редактор Т. П. Андрейченко

Корректор Е. Н. Батурчик

Подписано в печать 14.03.2007.
Гарнитура «Таймс».
Уч.-изд. л. 1,2.

Формат 60x84 1/16.
Печать ризографическая.
Тираж 100 экз.

Бумага офсетная.
Усл. печ. л. 1,51.
Заказ 104.

Издатель и полиграфическое исполнение: Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»
ЛИ №02330/0056964 от 01.04.2004. ЛП №02330/0131666 от 30.04.2004.
220013, Минск, П. Бровки, 6