

УДК 621.391, 621.383.92

ОЦЕНКА ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИЧЕСКОГО КАНАЛА СВЯЗИ, СОДЕРЖАЩЕГО СЧЕТЧИК ФОТОНОВ С МЕРТВЫМ ВРЕМЕНЕМ

И.Р. ГУЛАКОВ, А.О. ЗЕНЕВИЧ, С.К. КОМАРОВ, А.М. ТИМОФЕЕВ

*Высший государственный колледж связи
Ф. Скорины, 8/2, Минск, 220114, Беларусь*

Поступила в редакцию 19 мая 2010

Получены выражения для оценки скорости передачи информации по оптическому каналу связи, содержащему счетчик фотонов с мертвым временем. Выполнено сравнение пропускной способности каналов оптической связи, содержащих счетчики фотонов с мертвым временем постоянного и продлевающегося типов.

Ключевые слова: оптический канал связи, пропускная способность, скорость передачи информации, режим счета фотонов, мертвое время.

Введение

При решении ряда задач передачи информации по оптическим каналам связи, например, при ее защите средствами квантовой криптографии, необходимо обеспечить снижение мощности передаваемого сигнала. При этом в качестве приемного модуля квантового канала связи используют счетчики фотонов. Оценка пропускной способности оптического канала связи с подобными типами приемного модуля выполнена в работе [1], однако без учета такой важной характеристики счетчика фотонов, как его быстродействие. Предлагаемая работа оценивает пропускную способность оптического канала связи с учетом быстродействия приемного модуля при использовании в качестве параметра последнего мертвого времени τ_m – интервала времени при регистрации оптического излучения, в течение которого фотоприемник не чувствителен к падающему на него излучению. При работе фотоприемника в режиме счета фотонов выделяют два типа мертвого времени: продлевающийся и постоянный [2].

К счетчикам фотонов с мертвым временем постоянного типа относят фотодетекторы, имеющие постоянный, не зависящий от мощности регистрируемого излучения промежуток времени τ_m .

Если промежуток времени τ_m зависит от мощности регистрируемого излучения, то такие фотодетекторы представляют собой счетчики фотонов с мертвым временем продлевающегося типа.

До настоящего времени не была выполнена оценка пропускной способности C_{max} оптических каналов связи, содержащих в качестве приемного модуля счетчик фотонов, с учетом быстродействия последнего. Целью предлагаемой работы является определение пропускной способности оптического канала связи, содержащего счетчик фотонов с мертвым временем постоянного и продлевающегося типов.

Математическая модель канала связи

Пропускная способность канала связи определяется максимальным значением скорости передачи информации по каналу C_{max} , достигаемым при равенстве вероятностей появления на выходе источника символа «0» $P_s(0)$ и символа «1» – $P_s(1)$ [$P_s(0) = P_s(1) = 0,5$] [1]:

$$\begin{aligned}
C_{\max} = & \left\{ -0,5 \left(\sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left[0,5 \left(\sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right] - \right. \\
& \left[1 - 0,5 \left(\sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right] \log_2 \left[1 - 0,5 \left(\sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) + \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right] + \\
& 0,5 \left[\left(\sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left(\sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) + \left(1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \log_2 \left(1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_t(N) \right) \right] + \\
& \left. 0,5 \left[\left(\sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left(\sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) + \left(1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \log_2 \left(1 - \sum_{N=0}^{N_n} P_{st}(N) \right) \right] \right\} \frac{1}{\tau_b},
\end{aligned} \tag{1}$$

где $P_{st}(N)$ – статистическое распределение импульсов на выходе счетчика при воздействии на него оптического излучения, $P_t(N)$ – статистическое распределение темновых импульсов, τ_b – длительность передачи одного бита, N_n – пороговый уровень регистрации. Под пороговым уровнем регистрации понимают наименьшее число импульсов N_n , зарегистрированных на выходе счетчика фотонов за время передачи символа «1».

Как показывает практика [2], наилучшая чувствительность фотозлектронных умножителей, работающих в режиме счета фотонов, достигается при скорости счета темновых импульсов $n_T \leq 10^2 \text{ с}^{-1}$, а для лавинных фотоприемников – при $n_T \leq 10^4 \text{ с}^{-1}$.

При передаче информации по каналам связи целесообразно задавать C_{\max} не менее 10Кбит/с. При этом среднее число темновых импульсов N_T , зарегистрированных за время τ_b , принимает значения, не превышающие 1.

Все дальнейшее моделирование базируется на данных положениях.

Определим C_{\max} для канала связи, содержащего в качестве приемного модуля счетчик фотонов с мертвым временем продлевающегося типа. На основании статистического распределения, полученного в работе [3] для счетчиков с таким типом мертвого времени, запишем выражения для $P_{st}(N)$ и $P_t(N)$ в следующем виде:

$$P_{st}(N) = \sum_{m=N}^s (-1)^{m+N} \frac{\left[\left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_b - \left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) m \tau_m \right]^m}{N!(m-N)!} \exp \left[- \left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) m \tau_m \right], \tag{2}$$

$$P_t(N) = \sum_{m=N}^s (-1)^{m+N} \frac{n_T \tau_b - n_T m \tau_m}{N!(m-N)!} \exp -n_T m \tau_m,$$

где W – мощность оптического излучения, h – постоянная Планка, ν – частота оптического излучения, m – целое число, по которому производится суммирование, s – целая часть отношения τ_m/τ_b (например, если выполняется условие $20 \leq \tau_m/\tau_b \leq 21$, то $s = 20$), n_T – скорость счета темновых импульсов, η – квантовая эффективность регистрации счетчика фотонов.

В работах [3,4] приведены выражения статистического распределения импульсов на выходе счетчика с мертвым временем постоянного типа, справедливые, однако, только для малых значений мощности оптического излучения, что делает их неприменимыми при определении пропускной способности рассматриваемого канала связи. Так, например, отдельные значения произведения $n_s \tau_b$, где $n_s = (\eta W)/(h\nu)$, представленного в работе [3], приводят к величине вероятности $P_{st}(N) < 0$, а статистическое распределение, приведенное в [4], дает величину $P_{st}(N) > 1$. Поскольку вероятность появления какого-либо события не может быть величиной отрицательной, а также больше единицы, для определения C_{\max} канала связи, содержащего в качестве приемного модуля счетчик фотонов с мертвым временем постоянного типа, предлагаются следующие распределения темновых импульсов:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_i(N) = \frac{n_T \tau_b^N}{N!} \exp -n_T \tau_b, \quad 0 \leq N < s, \\ P_i(s) = 1 - \sum_{N=0}^s \frac{n_T \tau_b^N}{N!} \exp -n_T \tau_b, \quad N \geq s. \end{array} \right. , \quad (3)$$

полученные из следующих соображений: значение произведения $n_T \tau_b \leq 1$, поэтому эффектом мертвого времени можно пренебречь; число темновых импульсов, зарегистрированных за время τ_b , не может быть больше, чем s .

При этом выражения для $P_{st}(N)$ принимают вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{st}(N) = \left(\frac{\left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_b}{1 + \left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_m} \right)^N \frac{1}{N!} \exp \left(- \frac{\left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_b}{1 + \left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_m} \right), \quad 0 \leq N < s, \\ P_{st}(s) = 1 - \sum_{N=0}^s \left(\frac{\left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_b}{1 + \left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_m} \right)^N \frac{1}{N!} \exp \left(- \frac{\left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_b}{1 + \left(\frac{\eta W}{h\nu} + n_T \right) \tau_m} \right), \quad N \geq s. \end{array} \right. \quad (4)$$

Система (4) позволяет учитывать просчеты импульсов, связанные с наличием мертвого времени у счетчика фотонов, а также то, что общее число темновых и сигнальных импульсов, зарегистрированных за время τ_b , не может быть больше, чем s . При $\tau_m = 0$ распределения (4) совпадают с распределением Пуассона. Среднее значение числа импульсов, определенных по выражениям (4), совпадает со средним числом импульсов, вычисленным по формуле, предложенной в работе [3] для счетчиков фотонов с мертвым временем постоянного типа при значениях отношения $\tau_m/\tau_b \leq 0,1$. Отметим, что использование счетчиков фотонов с большими значениями отношения τ_m/τ_b нецелесообразно из-за большого просчета импульсов, что приводит к значительному снижению скорости передачи информации. Величина дисперсии суммарного числа темновых и сигнальных импульсов, полученная на основании (4), меньше, чем их среднее значение, что также характерно для счетчиков фотонов с мертвым временем постоянного типа.

На основании представленных рассуждений можно сделать вывод, что выражения (3) и (4) пригодны для определения C_{max} в случае использования счетчика фотонов с мертвым временем постоянного типа при соблюдении указанных выше ограничений.

Результаты моделирования и их обсуждение

Вычисление максимальной скорости передачи информации проводилось для каналов связи, содержащих в качестве приемного модуля счетчик фотонов с мертвым временем продлевающегося и постоянного типов при различных значениях τ_m и скорости счета сигнальных импульсов n_s .

На рис. 1 представлена зависимость пропускной способности оптического канала связи от скорости счета сигнальных импульсов для счетчика фотонов с различными типами мертвого времени. Расчет проводился для одинаковых значений $\tau_m = 4 \cdot 10^{-6}$ с как постоянного, так и продлевающегося типов, скорости счета темновых импульсов $n_T = 10^3$ с⁻¹, порогового уровня регистрации $N_n = 5$, отношения $\tau_m/\tau_b = 0,03$. При других значениях n_T , N_n и отношений τ_m/τ_b проявление эффекта мертвого времени в зависимости от его типа аналогично представленному на рис. 1.

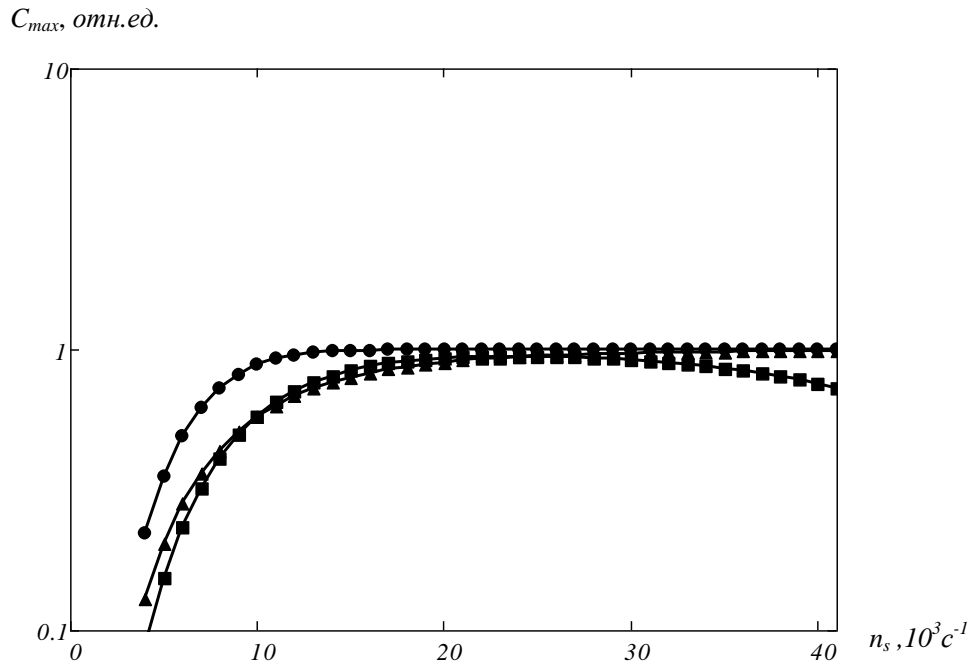


Рис. 1. Зависимость пропускной способности оптического канала связи от скорости счета сигнальных импульсов для счетчика фотонов (при скорости счета темновых импульсов $n_T = 10^3 \text{ c}^{-1}$): ■ – с мертвым временем продлевающегося типа: $\tau_m = 4 \cdot 10^{-6} \text{ c}$; ▲ – с мертвым временем постоянного типа: $\tau_m = 4 \cdot 10^{-6} \text{ c}$; ● – при отсутствии мертвого времени: $\tau_m = 0$

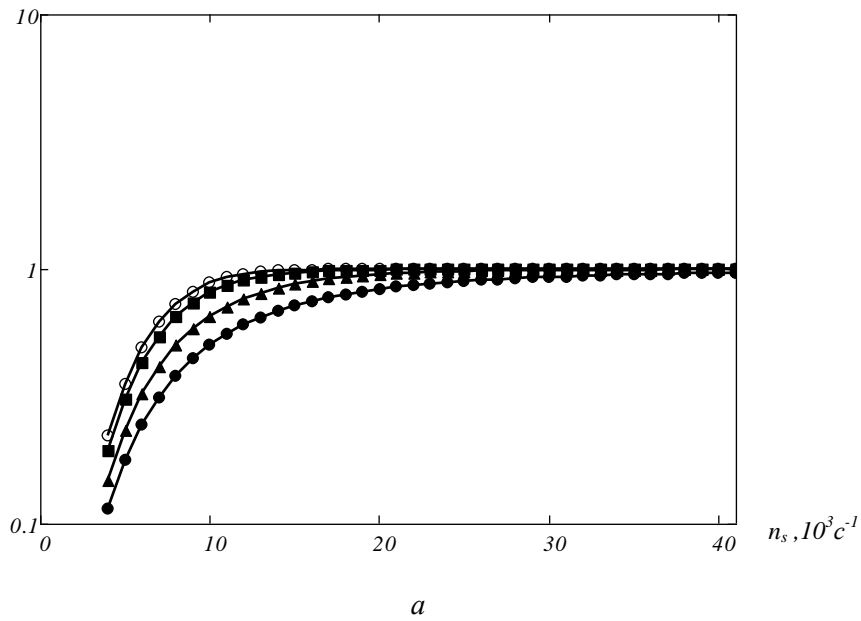
Полученные графики показывают, что наличие у счетчика фотонов мертвого времени приводит к возрастанию мощности оптического излучения, при которой достигается максимальная скорость передачи информации. Из сравнения счетчиков фотонов с различными типами мертвого времени (см. рис. 1) следует, что для получения максимального значения скорости передачи информации меньшая мощность оптического излучения затрачивается при использовании счетчика с мертвым временем постоянного типа. Так, например, для счетчика фотонов без мертвого времени ($\tau_m = 0$) значение $C_{max} = 0,99$ достигается при $n_s = 15 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$; для счетчика фотонов с мертвым временем постоянного типа ($\tau_m = 4 \cdot 10^{-6} \text{ c}$) $C_{max} = 0,99$ при $n_s = 45 \cdot 10^3 \text{ c}^{-1}$; для счетчика фотонов с мертвым временем продлевающегося типа ($\tau_m = 4 \cdot 10^{-6} \text{ c}$) значения $C_{max} = 0,99$ не удается достичь ни при каких n_s .

На рис. 2 представлена зависимость пропускной способности оптического канала от скорости счета сигнальных импульсов для различных типов и длительностей мертвого времени. Все графики построены для порогового уровня регистрации $N_n = 5$. При других значениях N_n проявление эффекта мертвого времени аналогично представленному на рис. 2.

В данном случае с ростом длительности мертвого времени счетчика фотонов увеличивается мощность оптического излучения, при которой достигается максимум скорости передачи данных (см. рис. 2, а).

Для счетчика фотонов с мертвым временем продлевающегося типа (см. рис. 2, б) при значениях n_T , близких к 10^3 c^{-1} , $\tau_b = 10^{-4} \text{ c}$ и отношении $\tau_m/\tau_b \geq 0,04$, наблюдается явно выраженный максимум зависимости $C_{max}(n_s)$. С ростом длительности τ_m уменьшается максимальная скорость передачи данных. Для мертвого времени постоянного типа такого максимума не наблюдается (см. рис. 2, а).

C_{max} , отн.ед.



C_{max} , отн.ед.

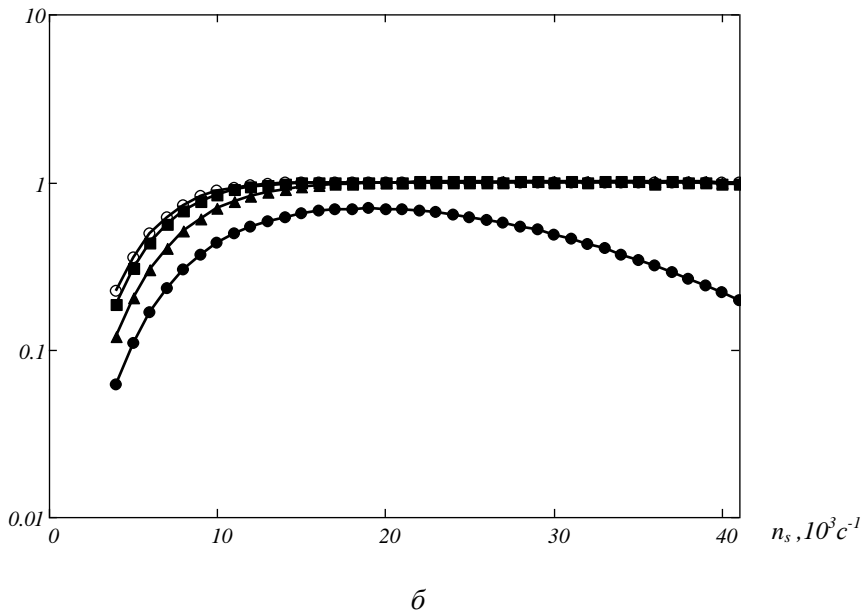


Рис. 2. Зависимость пропускной способности оптического канала от скорости счета сигнальных импульсов для различной длительности мертвого времени (при скорости счета темновых импульсов $n_T = 10^3 \text{ c}^{-1}$): *a* – постоянного типа: \circ – при отсутствии мертвого времени $\tau_m = 0$; \blacksquare – $\tau_m = 10^{-6} \text{ c}$; \blacktriangle – $\tau_m = 3 \cdot 10^{-6} \text{ c}$; \bullet – $\tau_m = 5 \cdot 10^{-6} \text{ c}$; *б* – продлевающегося типа: \circ – при отсутствии мертвого времени $\tau_m = 0$; \blacksquare – $\tau_m = 10^{-6} \text{ c}$; \blacktriangle – $\tau_m = 3 \cdot 10^{-6} \text{ c}$; \bullet – $\tau_m = 5 \cdot 10^{-6} \text{ c}$

Поскольку поведение зависимостей пропускной способности оптического канала от порогового уровня регистрации N_n для различных типов и длительностей мертвого времени является одинаковым, на рис. 3 приведены результаты расчетов только для различных длительностей мертвого времени постоянного типа. Как видно из полученных графиков, с увеличением τ_m уменьшается величина максимального значения зависимости $C_{max}(N_n)$. Каждая кривая на рис. 3 имеет явно выраженный максимум, соответствующий $N_n = 2$. Поскольку в данном случае вероятность образования двух и более темновых импульсов за время τ_b не велика, при выборе значения $N_n = 2$ вероятность ошибочной регистрации символа «1» при передаче символа «0» также мала.

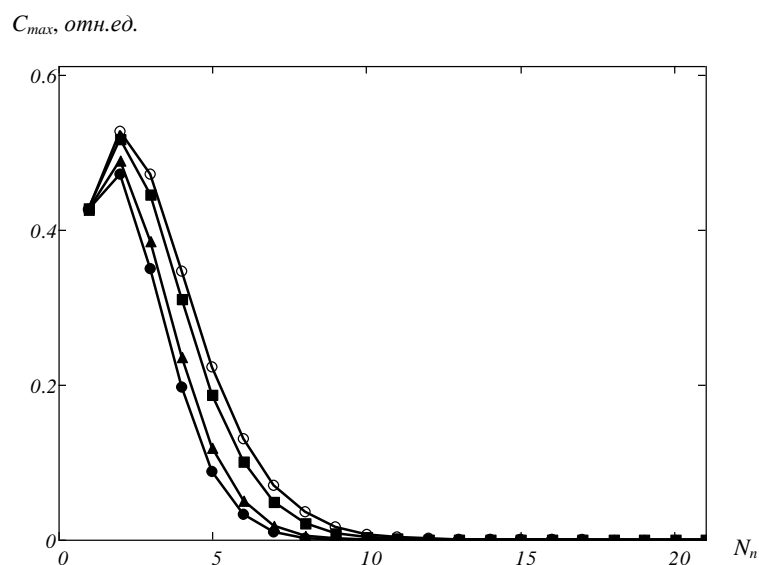


Рис. 3. Зависимость пропускной способности оптического канала от порогового уровня регистрации N_n для различной длительности мертвого времени постоянного типа (при скорости счета сигнальных импульсов $n_s = 4 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$); время передачи одного бита $\tau_b = 10^{-4} \text{ с}$; скорость счета темновых импульсов $n_T = 10^3 \text{ с}^{-1}$: \circ – при отсутствии мертвого времени $\tau_m = 0$; \blacksquare – $\tau_m = 1 \cdot 10^{-6} \text{ с}$; \blacktriangle – $\tau_m = 3 \cdot 10^{-6} \text{ с}$; \bullet – $\tau_m = 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}$

Заключение

Проведенные расчеты показали, что проявление эффекта мертвого времени в счетчиках фотонов приводит к росту мощности оптического излучения, для которой достигается максимальное значение скорости передачи информации по сравнению со счетчиками фотонов, для которых этот эффект не проявляется. При среднем числе темновых импульсов, зарегистрированных за время передачи одного бита информации, меньшем либо равном единице, целесообразно выбирать порог $N_n = 2$.

ESTIMATION OF AN OPTICAL CHANNEL CAPACITY WITH A DEAD TIME PHOTON COUNTER

I.R. GULAKOV, A.O. ZENEVICH, S.K. KOMAROV, A.M. TIMOFEEV

Abstract

Expressions for estimation of information rate through optical communication channel that contains a dead time photon counter have been obtained. An optical communication channel containing a permanent type dead time photon counter was compared with that one of a prolonged type dead time photon counter

Литература

1. Гулаков И.Р., Зеневич А.О., Комаров С.К. // Докл. БГУИР. 2009. №8 (46). С. 22–27.
2. Гулаков И.Р., Холондырёв С.В. Метод счета фотонов в оптико-физических измерениях. Минск, 1989.
3. Гольданский В.И., Куценко А.В., Подгорецкий М.А. Статистика отсчетов при регистрации частиц. М., 1959.
4. Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. М., 1987.