

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ И ДИСТАНЦИОННОЕ ОБУЧЕНИЕ

А.А. ЧЕРНЯК, С.А. БОГДАНОВИЧ

*Белорусский государственный педагогический университет
им. Максима Танка, г. Минск,*

Ж.А. ЧЕРНЯК

Белорусская государственная академия связи, г. Минск,

А.А. ЕРМОЛИЦКИЙ

*Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники, г. Минск*

Для справки: типовые расчеты – это наборы тематических индивидуальных заданий, предназначенные для оценки усвоения отдельного раздела учебного предмета. Речь пойдет сейчас о высшей математике.

Как правило, задания по выполнению типовых расчетов выдаются студентам в начале изучения нового раздела. Тогда же объявляется срок их сдачи преподавателю для проверки. По сути, типовые расче-

ты – это индивидуальные задания обобщенного характера и протяженного времени выполнения. При работе над типовыми расчетами предполагается возможным:

- консультироваться с преподавателем, сокурсниками и другими осведомленными лицами;

- пользоваться литературой и конспектами, содержащими как теорию, так и образцы решений аналогичных заданий.

Таким образом, выполнение типового расчета – это многогранный процесс, являющийся (в полном смысле этих слов) управляемой контролируемой работой студентов.

В советское время всеобщей централизации существовало пособие с непререкаемым авторитетом и в области типовых расчетов по высшей математике [1].

Сейчас каждый из ведущих вузов считает делом чести составить и издать свои сборники индивидуальных (тематических/типовых) заданий по высшей математике.

До весны нынешнего года типовые расчеты можно было скорее считать данью прошлому, нежели современным элементом учебного процесса в вузе. Однако внезапный вынужденный (в силу эпидемиологической обстановки) переход к всеобщему удаленному обучению в корне изменил отношение к типовым расчетам. Введение удаленной (дистанционной) формы обучения поставило задачу активизировать текущий контроль за усвоением учебного материала.

Преподаватель, лишенный прежних возможностей – полноценно контролировать понимание студентами своего предмета на лекциях и практических занятиях – был вынужден либо использовать тесты (с высокой вероятностью *угадывания* правильных ответов), либо активно внедрять типовые расчеты (индивидуальные задания), которые можно как выдавать, так и проверять дистанционно.

Поэтому в весеннем семестре 2019–2020 учебного года тематические индивидуальные задания стали очень востребованными. При этом наибольшее внимание и интерес привлекли такие наборы заданий, при работе с которыми можно приобрести не только технические навыки решения задач конкретного раздела высшей математики, но и понять их смысловую составляющую. Если ставить во главу угла качество типовых расчетов, то основными критериями в этом случае являются:

- содержательность заданий;
- неперегруженность вычислительными подробностями;
- «свежесть» («незаезженность») формулировок;
- оптимальность охвата теории;
- минимизация дублирования однотипных задач.

Помимо этого огромное преимущество имеют те сборники типовых расчетов, в которых наряду с вариантами заданий приводятся подробно разобранные решения базовых задач. К таким сборникам, на наш взгляд, относятся [2–13].

Сборники [2–8], содержащие наборы индивидуальных домашних заданий, примеры их решений, краткие теоретические сведения, приобрели большую популярность уже у нескольких поколений преподавателей и студентов в Беларуси. Доказательством их востребованности могут служить решебники задач из этих пособий, наводившие интернет.

Сборники [2–8] являются неисчерпаемым источником одноплановых стандартных задач по высшей математике, которые (помимо их основного назначения) можно использовать для составления контрольных работ, тестов, экзаменационных билетов и т.д. Эти пособия удовлетворяют запросы обоих участников учебного процесса, как преподавателей, так и студентов, поскольку удачно сочетают простоту и доступность задач, что дает возможность решать их, не вникая в суть математической теории. Это является продолжением негативной традиции средней школы по отношению к элементарной математике.

Сборники тематических заданий [9–13], изданные в более позднее время (2012–2020 гг.), изначально базировались на других принципах:

- это не еженедельное домашнее задание, а наборы задач, подводящих итог целому разделу. Поэтому здесь намного меньше формальных вычислительных задач (которые тоже необходимы в разумных количествах), но много заданий с оригинальными авторскими формулировками;
- они не содержат кратких теоретических шпаргалок, потому что математику желательно изучать в полном объеме, а не в выхолощенном виде;

– результаты вычислений предлагается либо сопоставить с подходящим теоретическим фактом, либо выяснить геометрический (физический, механический, экономический) смысл полученной величины;

– большинство задач имеет средний уровень сложности, соответствующий требованиям программы. Для продвинутых студентов предлагаются более сложные задачи;

– в заданиях реализуется принцип единства математики через взаимосвязь между различными ее разделами.

В качестве удачных наборов тематических заданий можно, например, привести задания по разделам «Комплексные числа» и «Двойные и криволинейные интегралы» из [12; 13].

Комплексные числа

Задание 1. Для данных комплексных чисел $z_1 = 2 - 2i$ и $z_2 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ найдите:

– их сумму и разность (результат запишите в алгебраической форме);

– их произведение (результат запишите в тригонометрической форме);

– их частное (результат запишите в тригонометрической форме).

Задание 2. Для последовательности комплексных чисел $z_n = \frac{16 \operatorname{ch} \frac{\pi n i}{6}}{n^3 + 3}$ составьте последовательность $\Re z_n$ и вычислите ее предел (если он существует).

Задание 3. Запишите число $z = \overline{\left(\frac{2 + 3i^{21}}{1 - 4i^{19}} - \frac{1}{i} \right)}$ в алгебраической форме.

Задание 4. Изобразите множества комплексных чисел, удовлетворяющих условиям

$$\text{а) } |z| = 2; \quad \text{б) } |z + 1 - 2i| = 2; \quad \text{в) } \begin{cases} |z + 1 - 2i| < 2, \\ 3 < \operatorname{Im} z \leq 4. \end{cases}$$

Задание 5. Для числа $z = -2 \left(\operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} + i \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6} \right)$ найдите $\left(\frac{z}{4} \right)^6$ и все

значения корня $\sqrt[3]{-\frac{|z|^2}{2}}$.

Задание 6.

1. Решите уравнения

а) $(1+i)z + 4 = 2i$; б) $2z^2 + 3iz + 2 = 0$; в) $z^3 + 6z^2 + 2z + 12 = 0$.

2. Запишите уравнение окружности с центром в точке $z = 0$, на которой лежит корень уравнения а).

3. Вычислите расстояние между корнями z_1 и z_2 уравнения б).

4. Найдите периметр треугольника с вершинами в точках w_1, w_2, w_3 , где w_i – корень уравнения в), $i = 1, 2, 3$.

Двойные и криволинейные интегралы

Дана сумма повторных интегралов по области D

$$\int_{-1}^0 dx \int_{-2x}^2 f(x, y) dy + \int_0^1 dx \int_x^2 f(x, y) dy.$$

Задание 1. Изобразите область интегрирования D и измените порядок интегрирования.

Задание 2. Найдите площадь области D двумя способами:

- 1) непосредственно по рисунку;
- 2) с помощью двойного интеграла.

Задание 3. Вычислите массу пластинки, имеющей форму области D , если функция $\rho = 3x^2 + 4y$ задает плотность распределения массы по пластинке.

Задание 4. Найдите периметр области D двумя способами:

- 1) непосредственно по рисунку как длину замкнутой ломаной L ;
- 2) с помощью криволинейного интеграла первого рода.

Задание 5. Найдите массу ломаной L , где L – контур области D , если $\rho = 3x^2 + 4y$ – плотность распределения массы по этой дуге.

Задание 6. Вычислите работу силы $\vec{F} = (2x + y)\vec{i} - 6x^2y\vec{j}$ вдоль положительно ориентированного контура L двумя способами:

- 1) с помощью криволинейного интеграла второго рода;
- 2) с помощью формулы Грина.

Список литературы

- 1 Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты) / Л.А. Кузнецов. – М. : Вышш. шк., 1994. – 206 с.
- 2 Рябушко, А.П. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 3 ч. Ч. 1 / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец. – Минск : Вышш. шк., 1990. – 271 с.
- 3 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 3 ч. Ч. 2 / А. П. Рябушко [и др.]. – Минск : Вышш. шк., 1991. – 352 с.
- 4 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 3 ч. Ч. 3 / А.П. Рябушко [и др.]. – Минск : Вышш. шк., 1991. – 288 с.
- 5 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 4 ч. Ч. 1 / А.П. Рябушко [и др.]. – Минск : Вышш. шк., 2009. – 304 с.
- 6 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 4 ч. Ч. 2 / А.П. Рябушко [и др.]. – Минск : Вышш. шк., 2009. – 304 с.
- 7 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 4 ч. Ч. 3 / А.П. Рябушко [и др.]. – Минск : Вышш. шк., 2009. – 304 с.
- 8 Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : в 4 ч. Ч. 4 / А.П. Рябушко [и др.]. – Минск : Вышш. шк., 2009. – 304 с.
- 9 Типовые расчеты по высшей математике : в 3 ч. Ч. 1 / Ж.А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2012. – 92 с.
- 10 Типовые расчеты по высшей математике : в 3 ч. Ч. 2 / Ж.А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2013. – 134 с.
- 11 Типовые расчеты по высшей математике : в 3 ч. Ч. 3 / Ж.А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2015. – 102 с.
- 12 Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ / Ж.А. Черняк [и др.]. – Минск : БГУИР, 2018. – 220 с.
- 13 Математика. Сборник тематических заданий с образцами решений : в 3 ч. Ч. 2: Комплексные числа. Интегральное исчисление функции одной переменной. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений / Ж.А.Черняк [и др.]. – Минск, БГУИР, 2020. – 160 с.