

---

---

# ДОКЛАДЫ БГУИР

---

---

**Выходит два раза в квартал**

Научный журнал издается с января 2003 года

**Главный редактор М.П. Батура**

**Редакционная коллегия:**

**А.П. Кузнецов** (зам. главного редактора),  
**Л.М. Лыньков** (зам. главного редактора),

**Т.В. Борботько** (ответственный секретарь),  
**В.Е. Борисенко, С.Е. Карпович, Н.Т. Квасов, В.К. Конопелько,**  
**А.А. Кураев, В.А. Лабунов, В.В. Муравьев, Р.Х. Садыхов**

**Редакционный совет:**

**И.И. Абрамов, В.Е. Агабеков, В.В. Баранов, А.И. Белоус, И.В. Боднар, С.В. Бордусов,**  
**С.В. Гапоненко, В.В. Голенков, В.Ф. Голиков, А.Л. Гурский, Л.И. Гурский, А.П. Достанко,**  
**В.А. Емельянов, И.Е. Зуйков, В.М. Колешко, Ф.Ф. Комаров, Ф.П. Коршунов, С.П. Кундас,**  
**В.А. Куренев, В.И. Курмашев, Н.И. Листопад, С.В. Лукьянец, В.Е. Матюшков, Л.И. Минченко,**  
**Ф.И. Пантелеенко, А.А. Петровский, В.А. Пилипенко, С.Л. Прищепа, А.М. Русецкий, В.А. Сокол,**  
**Н.К. Толочко, А.А. Хмыль, В.В. Цегельник, В.А. Чердынцев, Г.П. Яблонский, В.Н. Ярмолик**

*АДРЕС РЕДАКЦИИ:*

220013, Минск, ул. П. Бровки, 6, к. 326  
293-88-41

doklady@bsuir.by

www.doklady.bsuir.by

## СОДЕРЖАНИЕ

*ЭЛЕКТРОНИКА, РАДИОФИЗИКА, РАДИОТЕХНИКА, ИНФОРМАТИКА*

<b>Боровиков С.М., Шнейдеров Е.Н.</b> Методика прогнозирования параметрической надежности изделий электронной техники по модели деградации функционального параметра .....	5
<b>Кузьмар И.И., Кушнер Л.К., Хмыль А.А., Богущ Н.В.</b> Оптимизация условий электроосаждения композиционных покрытий никель-УДА .....	12
<b>Кондрашов Д.А., Гусинский А.В., Кострикин А.М.</b> Программное обеспечение векторного анализатора цепей миллиметрового диапазона длин волн .....	17
<b>Давыдов И.Г., Васюкевич С.Ю., Цурко А.В., Сеглюк И.М.</b> Алгоритм оценки частоты повторения ударных импульсов на основе периодического вейвлет-преобразования .....	22
<b>Зеневич А.О.</b> Фотоэлектрическая модель образования послеимпульсов в лавинных фотоприемниках .....	28
<b>Дятко А.А., Костромицкий С.М., Шумский П.Н.</b> Моделирование виртуальной траектории .....	35
<b>Поликарровских А.И.</b> Прямой цифровой вычислительный синтезатор частоты с дельта-сигма фазовой интерполяцией .....	42

<b>Овсянников А.В.</b> Информационная прогнозируемость стохастических процессов в непрерывном времени.....	48
<b>Гейстер С.Р., Чан Тай Чонг.</b> Анализ воздействия ревербераций на построение изображения дна в гидролокаторе с синтезом апертуры антенны .....	55
<b>Солонар А.С., Ярмолик С.Н., Храменков А.С., Михалковский А.А., Хмарский П.А.</b> Конструктор объектов программного комплекса моделирования радиолокационных сигналов.....	60
<b>Дмитренко А.А., Седышев С.Ю.</b> Результаты анализа зон действия пассивных разностно-дальномерных систем обнаружения источников радиоизлучения с минимизацией интервала обзора по разности хода .....	67
<b>Зализко А.Ю.</b> Методика синтеза адаптивной перспективной сети широкополосного радиодоступа .....	74
<b>Вишняков В.А., Бородаенко Д.С.</b> Аппаратно-программная поддержка метода обработки данных и знаний в интернете с элементами шифрования .....	81
<b>Лагутин А.Е., Лагутина Ж.П.</b> Элементный анализ воздушных аэрозолей.....	87
<b>Гурский Л.И., Крылова Г.В.</b> Квантово-кинетическая теория состояния смешанной валентности металлических центров перовскитовых сегнетоэлектриков .....	91
<i>КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ</i>	
<b>Кицак А.И.</b> Двухканальный оптический дымовой извещатель .....	101
<b>Муха В.С.</b> Решение открытой задачи назначения стандартным симплекс-методом .....	104

Учредитель: учреждение образования  
"Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники"

Редактор Т. В. МИРОНЕНКО  
Компьютерный дизайн и верстка О. В. БОЙПРАВ

Подписано в печать 30.09.2014. Формат 60×84 1/4. Гарнитура "Таймс". Бумага офсетная.  
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 12,79. Уч.-изд. л. 11,3. Тираж 100 экз. Заказ 388.

Индекс для индивидуальной подписки 00787.  
Индекс для ведомственной подписки 007872.

Издатель: учреждение образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники».  
Свидетельство о государственной регистрации средства массовой информации № 1087 от 23.01.2010.

Отпечатано в БГУИР. ЛП № 02330/264 от 14.04.2014. 220013, Минск, ул. П. Бровки, 6.

© УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», 2014

---

---

# DOKLADY BGUIR

---

---

**Published twice quarterly**

The journal has been published since January, 2003

**Editor-In-Chief M.P. Batura**

*ADDRESS OF EDITORIAL OFFICE*

220013, Minsk, P. Brovka Str., 6, Room 326

293-88-41

doklady@bsuir.by

www.doklady.bsuir.by

## CONTENTS

### *ELECTRONICS, RADIOPHYSICS, RADIOENGINEERING, INFORMATICS*

<b>Borovikov S.M., Shneiderov E.N.</b> Forecasting method of parametric reliability of electronic devices by model of functional parameter's degradation .....	5
<b>Kuzmar I.I., Kushner L.K., Khmyl A.A., Bogush N.V.</b> Optimization conditions of nicel-UDD coating electrodeposition .....	12
<b>Kondrashov D.A., Gusinski A.V., Kostrikin A.M.</b> Software of vector network analyzer in millimeter wave range .....	17
<b>Davydov I.G., Vasiukevich S.U., Tsurko A.V., Segliuk I.M.</b> Shock pulse repetition frequency estimation by periodic wavelet transform .....	22
<b>Zenevich A.O.</b> Photoelectric pattern of afterpulses generation in avalanche photodetectors .....	28
<b>Dyatko A.A., Kostromitski S.M., Shumski P.N.</b> Virtual trajectory modeling .....	35
<b>Polikarovskiykh O.I.</b> Delta-sigma phase interpolation direct digital frequency synthesizer .....	42
<b>Ausiannikau A.V.</b> Information predictability of stochastic processes in continuous time .....	48
<b>Heister S.R., Tran Tai Trong.</b> Analysis of reverberation effect on formation of seabed image in synthetic aperture sonar .....	55
<b>Solonar A.S., Yarmolik S.N., Khramenkov A.S., Mikhalkovski A.A., Khmarski P.A.</b> The object designer of program modelling complex of radar-tracking signals .....	60
<b>Dmitrenko A.A., Sedushev S.Y.</b> Analysis of operative ranges of passive time delay estimation of multi-static primary surveillance radar with time delay sector minimization .....	67
<b>Zalizko A.Yu.</b> Technique of synthesis of the adaptive perspective network of the broadband radio access .....	74
<b>Vishniakov V.A., Borodaenko D.S.</b> Hard- and software support of data and knowledge processing method with ciphering elements for Internet .....	81
<b>Lagutin A.E., Lagutina J.P.</b> Elemental analysis of air aerosols .....	87

<b>Hurski L.I., Krylova H.V.</b> Quantum kinetic theory of mixed-valence state for metal centers of perovskite ferroelectrics .....	91
---	----

*SHORT NOTES*

<b>Kitsak A.I.</b> Dual-channel optical smoke detector.....	101
<b>Mukha V.S.</b> Decision of the open assignment problem by standard simplex method .....	104

Библиотека БГУИР

УДК 621.382.019.3

## МЕТОДИКА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НАДЕЖНОСТИ ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ ПО МОДЕЛИ ДЕГРАДАЦИИ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ПАРАМЕТРА

С.М. БОРОВИКОВ, Е.Н. ШНЕЙДЕРОВ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 18 декабря 2013

Систематизирован метод получения модели, описывающей закономерность деградации функционального параметра выборки изделий электронной техники (ИЭТ). В качестве модели деградации рассматривается условная (для интересующей наработки) плотность распределения функционального параметра выборки ИЭТ. На основе метода разработана методика прогнозирования параметрической надежности новых однотипных выборок ИЭТ, не принимавших участие в предварительных исследованиях на этапе получения модели деградации функционального параметра. Прогноз получают в виде вероятности того, что функциональный параметр любого экземпляра новой выборки ИЭТ для заданной наработки будет иметь значение в пределах указанных норм.

*Ключевые слова:* изделия электронной техники, постепенные отказы, параметрическая надежность, модель деградации функционального параметра, групповое прогнозирование, методика прогнозирования.

### Введение

Согласно [1] под постепенным отказом ИЭТ понимают отказ в виде постепенного изменения функционального параметра при наработке и ухода его за пределы норм, записанных в технической документации, или установленных пользователем с учетом особенностей функционирования ИЭТ в составе электронного устройства. Постепенные отказы, отражающие свойства, внутренне присущие материалам ИЭТ, в частности старение, исключить невозможно. Этим вызван повышенный интерес к постепенным отказам ИЭТ, которые нередко называют деградационными отказами. Постепенные отказы ИЭТ определяют такое понятие как параметрическая надежность. Под этой надежностью будем понимать свойство ИЭТ, состоящее в отсутствии в нем постепенного отказа по интересующему функциональному параметру в течение заданной наработки. При работе ИЭТ функциональный параметр (обозначим через  $y$ ) изменяется, говорят, деградирует, и может рассматриваться как функция времени  $t$ , то есть  $y = y(t)$ . Параметрическая надежность характеризует способность ИЭТ сохранять уровень функционального параметра  $y(t)$  в пределах норм (от  $a$  до  $b$ ) в течение заданной наработки  $t_3$  при выбранных режимах и условиях работы. Количественной мерой уровня параметрической надежности будем считать вероятность  $P_n(t_3)$ , определяемую как [2, 3]

$$P_n(t_3) = P\{a \leq y(t) \leq b, t \leq t_3\}, \quad (1)$$

где  $P\{\dots\}$  – вероятность выполнения условия, указанного в фигурных скобках.

Известно [4], что постепенные отказы и, следовательно, параметрическую надежность ИЭТ можно прогнозировать. Для получения достоверного прогноза о постепенном отказе надо располагать количественной моделью надежности в виде зависимости деградации функционального параметра ИЭТ от времени, температуры, электрической нагрузки и других эксплуатационных факторов [5]. Такая модель базируется на изучении поведения ИЭТ не только в момент отказа, но и в ходе изменения функционального параметра ИЭТ, то есть на

исследовании кинетики отказов, и может быть получена с помощью вероятностно-статистических методов. Построенная таким способом модель деградации функционального параметра ИЭТ названа физико-статистической [3, 6, 7]. В работе [6] в качестве такой модели предложено рассматривать условную (для интересующей наработки  $t_3$ ) плотность распределения функционального параметра, далее обозначена как  $w(y|t)$ . Если будет получена физико-статистическая модель деградации  $w(y|t)$ , то с математической точки зрения нахождение вероятности  $P_n(t_3)$ , определяемой выражением (1), не составит труда. Полученную вероятность  $P_n(t_3)$  для выборки ИЭТ можно рассматривать как результат группового прогнозирования, поскольку эта вероятность в одинаковой степени относится к любому экземпляру рассматриваемой выборки ИЭТ.

### Актуальность разработки

Для получения физико-статистической модели деградации функционального параметра, используемой для группового прогнозирования параметрической надежности ИЭТ, нужны предварительные исследования выборки интересующего типа ИЭТ. Выборку будем называть обучающей. Ее объем  $n$  должен быть не менее 60...100 экземпляров. Будем считать, что получаемая модель деградации функционального параметра  $y$  в виде условной плотности распределения  $w(y|t)$  является двухпараметрической, то есть

$$w(y|t) = w(y|t, p_t, q_t), \quad (2)$$

где  $p_t = p(y|t)$ ,  $q_t = q(y|t)$  – параметры (иначе характеристики) условного закона распределения функционального параметра  $y$  для наработки  $t$ .

Построение модели включает следующие основные этапы [6, 7].

1. Измерение в начальный момент времени ( $t = 0$ ) у каждого экземпляра обучающей выборки значения функционального параметра.

2. Получение для времени  $t = 0$  основных числовых характеристик функционального параметра  $y$ : математического ожидания (среднего значения)  $m(y|t = 0)$  и среднего квадратического отклонения  $\sigma(y|t = 0)$ .

3. Физическое моделирование деградации функционального параметра каждого экземпляра обучающей выборки в течение интересующего времени  $t \geq t_3$ .

4. Нахождение операторов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  функциональных зависимостей

$$p(y|t) = \varphi_1[t, m(y|t = 0), \sigma(y|t = 0)], \quad (3)$$

$$q(y|t) = \varphi_2[t, m(y|t = 0), \sigma(y|t = 0)], \quad (4)$$

5. Получение модели деградации в виде условной плотности распределения (2).

Для физического моделирования деградации функционального параметра пригодны ускоренные форсированные испытания ИЭТ, проводимые обычно по типовым методикам. Эти испытания позволяют для каждого экземпляра обучающей выборки получить экспериментальное изменение функционального параметра  $y$  в течение интересующей наработки  $t$ .

Нахождение операторов  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  выражений (3) и (4) является достаточно трудоемким этапом. С методами выполнения этого этапа можно ознакомиться в [3, 6, 7].

Полученную физико-статистическую модель деградации функционального параметра можно использовать в начальный момент времени ( $t = 0$ ) для группового прогнозирования параметрической надежности для будущих наработок  $t_3$  новых однотипных выборок ИЭТ, т.е. таких выборок, экземпляры которых не принимали участие в обучающем эксперименте.

Для научных организаций и работников промышленности, планирующих реализацию процедуры группового прогнозирования параметрической надежности ИЭТ, важно знать не только четкую последовательность, но и содержание выполняемых действий, которые приведут к достижению цели. Поэтому систематизация метода получения физико-статистической модели, определение порядка (процедуры) решения задачи группового прогнозирования надежности ИЭТ и разработка на основе этого методики прогнозирования является актуальной задачей.

## Область применения методики и используемые принципы прогнозирования параметрической надежности выборок ИЭТ

Разработанная методика определяет процедуру получения физико-статистической модели деградации, описывающей функциональный параметр обучающей выборки ИЭТ, и процедуру использования этой модели для решения задачи группового прогнозирования параметрической надежности  $P_n(t_3)$  новых выборок ИЭТ для заданных будущих наработок  $t_3$ .

Прогнозирование надежности новых выборок выполняют в начальный момент времени ( $t = 0$ ). Прогноз получают в виде определения вероятности того, что функциональный параметр новой выборки ИЭТ для заданной будущей наработки  $t_3$  будет находиться в пределах норм, записанных в технической документации на ИЭТ рассматриваемого типа, или же в границах, указанных потребителем ИЭТ. Это позволит поставлять потребителю выборки ИЭТ с нормированным уровнем параметрической надежности.

Отметим, что предварительные экспериментальные исследования обучающей выборки рассматриваемого типа ИЭТ проводят один раз, независимо от размера партии ИЭТ, из которой будут брать экземпляры обучающей выборки и формироваться новые выборки для прогнозирования их параметрической надежности. Обучающая выборка предназначена сугубо для получения физико-статистической модели деградации функционального параметра. На момент окончания экспериментальных исследований рабочий ресурс экземпляров этой выборки значительно расходован, поэтому ИЭТ этой выборки не должны поставляться потребителю.

Научной основой для прогнозирования постепенных отказов, следовательно, параметрической надежности выборок ИЭТ по статистическим данным функционального параметра  $y(t)$  в начальный момент времени, является наличие тесной корреляции между значениями этого параметра при  $t = t_0 = 0$  и значениями параметра, соответствующими различным временным сечениям  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$  [3, 6, 7]. Наличие тесной корреляции подтверждено экспериментальными исследованиями на примере таких ИЭТ как биполярные транзисторы (БТ) большой мощности нескольких типов. В табл. 1 в качестве примера приводится корреляционная матрица параметра  $U_{КЭнас}$  (напряжение насыщения коллектор–эмиттер) БТ типа КТ872А для временных сечений 0, 3840, 8320, 12800 и 17280 ч [8].

Значение вероятности  $P_n(t_3)$  является результатом изменения статистического распределения параметра  $y(t)$  за время работы  $t_3$ ,  $t_3 = t_1, t_2, \dots, t_k$  (рис. 1).

Таблица 1. Корреляция параметра  $U_{КЭнас}$  БТ типа КТ872А во временных сечениях

Параметр / временное сечение (ч)	$U_{КЭнас} / 0$	$U_{КЭнас} / 3840$	$U_{КЭнас} / 8320$	$U_{КЭнас} / 12800$	$U_{КЭнас} / 17280$
$U_{КЭнас} / 0$	1,0000				
$U_{КЭнас} / 3840$	0,9588	1,0000			
$U_{КЭнас} / 8320$	0,9446	0,9446	1,0000		
$U_{КЭнас} / 12800$	0,9402	0,9402	0,9986	1,0000	
$U_{КЭнас} / 17280$	0,9186	0,9186	0,9913	0,9930	1,0000

Идеализация параметра  $y(t)$  и упрощения, допускаемые при определении  $w(y|t = t_i)$ , оправдывают себя, поскольку дают возможность хотя бы приближенно определить количественную характеристику параметрической надежности  $P_n(t_i)$  по принятым в теории вероятностей правилам нахождения вероятностей вида (1), используя закон распределения случайных величин [9]:

$$P_n(t_i) = \int_a^b w(y|t = t_i) dy = F(b|t_i) - F(a|t_i), \quad (5)$$

где  $F(a|t_i)$ ,  $F(b|t_i)$  – условная (для времени  $t_i$ ) функция распределения  $F(y|t)$  функционального параметра  $y$ , подсчитанная для значений  $y = a$  и  $y = b$ .

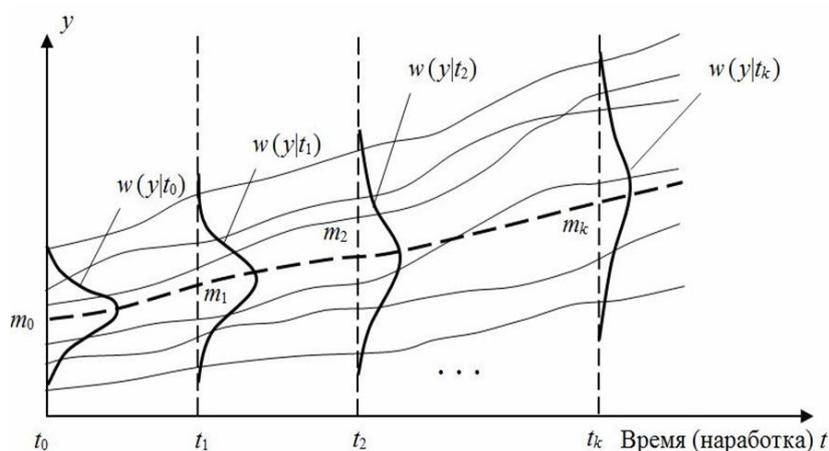


Рис. 1. Изменение плотности распределения функционального параметра  $y$  при работе ИЭТ:  
 $t_0, t_1, \dots, t_k$  – моменты времени – временные сечения;  
 $m_0, m_1, \dots, m_k$  – средние значения  $y$  во временных сечениях (штриховая линия)

Предлагаемые двухпараметрические распределения, выбираемые за основу при получении физико-статистической модели деградации функционального параметра ИЭТ, приведены в табл. 2, в которой приняты следующие обозначения:  $m(y|t)$ ,  $\sigma(y|t)$  – характеристики (параметры) нормального закона распределения, соответствующие временному сечению  $t$ ;  $\mu(y|t)$ ,  $c(y|t)$  – характеристики (параметры) двухпараметрического экспоненциального закона распределения для временного сечения  $t$ ;  $y|t$  – текущие, то есть соответствующие экземплярам выборки ИЭТ, значения параметра  $y$  для временного сечения  $t$ .

Таблица 2. Распределения, используемые для физико-статистических моделей

Закон распределения	Математическое выражение для плотности распределения функционального параметра $y$ во временном сечении $t$
Нормальный	$w(y t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(y t)} \exp\left\{-\frac{[y t - m(y t)]^2}{[\sigma(y t)]^2}\right\},$
Двухпараметрический экспоненциальный	$w(y t) = \frac{1}{\mu(y t)} \exp\left\{-\frac{1}{\mu(y t)}[y t - c(y t)]\right\}, \quad y t \geq c(y t),$

### Структура методики прогнозирования параметрической надежности выборок ИЭТ

Структура разработанной методики поясняется схемой, показанной на рис. 2. Для проведения экспериментальных исследований формируется выборка ИЭТ рассматриваемого типа. Ее общий объем  $N$  включает обучающую выборку объемом  $n \geq 60 \dots 100$  и контрольную объемом  $r \geq 100$ . Выборку объемом  $N$ , включающую обучающую и контрольную выборки, будем называть объединенной. Отбор  $N$  экземпляров объединенной выборки должен выполняться случайным образом из одной и той же партии ИЭТ.

Для объединенной выборки планируют проведение физического моделирования длительной наработки ИЭТ, соответствующей интересующему времени (наработке) от  $t_0 = 0$  до  $t_k$ . Определяют порядок контроля значений  $y(t)$  в выбранных временных сечениях  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ . Для физического моделирования рекомендуется использовать ускоренные форсированные испытания ИЭТ, проводимые обычно по типовым методикам. Эти испытания позволяют для каждого экземпляра объединенной выборки достаточно быстро получить экспериментальные значения функционального параметра  $y(t)$  во временных сечениях  $t_i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, k$ ), соответствующих интервалу времени (наработке) от  $t_0 = 0$  до  $t_k$ . Результаты экспериментальных исследований обучающей выборки используют для получения физико-статистической модели деградации функционального параметра  $y(t)$ , результаты экспериментальных исследований контрольной выборки – для определения ошибок прогнозирования. Экспериментальные исследования (физическое моделирование) обеих выборок экономически целесообразно проводить одновременно, что символизируется объединяющей штриховой линией на схеме.

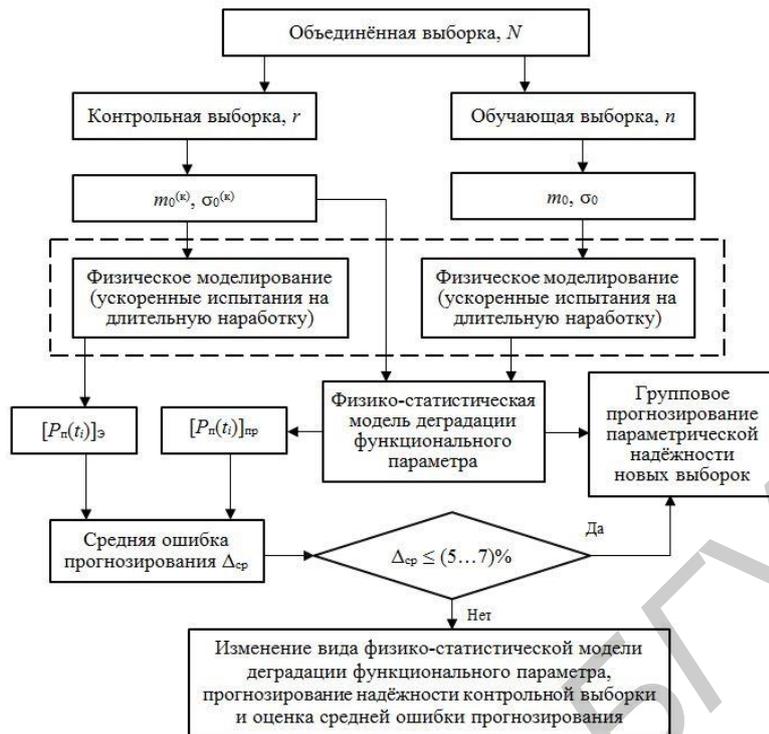


Рис. 2. Структура разрабатываемой методики прогнозирования

Запись « $t_0, \sigma_0$ » означает, что у каждого экземпляра обучающей выборки в начальный момент времени ( $t_0 = 0$ ) измеряют значения функционального параметра  $y(t)$  и подсчитывают его основные числовые характеристики: математическое ожидание (среднее значение)  $m_0$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma_0$ . Запись « $t_0^{(k)}, \sigma_0^{(k)}$ » означает, что аналогичные действия выполняют и для контрольной выборки. Числовые характеристики  $m_0$  и  $\sigma_0$  далее используются для получения физико-статистической модели деградации функционального параметра. Используя полученную модель деградации, с помощью числовых характеристик  $m_0^{(k)}, \sigma_0^{(k)}$  контрольной выборки для  $i$ -го временного сечения определяют прогнозный уровень ее параметрической надёжности  $[P_n(t_i)]_{\text{пр}}, i = 1, 2, \dots, k$ . Вероятности  $[P_n(t_i)]_{\text{пр}}$  сравниваются с экспериментальными значениями вероятностей  $[P_n(t_i)]_{\text{э}}$  и на основе этого определяется средняя ошибка прогнозирования  $\Delta_{\text{ср}}$ . С нахождением вероятностей  $[P_n(t_i)]_{\text{э}}$  и расчетом ошибки  $\Delta_{\text{ср}}$  можно ознакомиться в [8]. Если значение  $\Delta_{\text{ср}} \leq (5...7)\%$ , то достоверность прогнозирования будем считать приемлемой для практики. При  $\Delta_{\text{ср}} > (5...7)\%$  рекомендуется выбрать другой вид физико-статистической модели деградации функционального параметра (табл. 2) и, используя контрольную выборку, повторить процедуру определения ошибки  $\Delta_{\text{ср}}$ .

### Применение методики

Разработанная методика была апробирована на примере БТ большой мощности нескольких типов. Ниже поясняется ее применение для БТ типа КТ872А. В качестве функционального параметра рассматривался статический коэффициент передачи тока базы в схеме с общим эмиттером ( $h_{21\text{э}}$ ), электрический режим измерения которого соответствовал технической документации.

Для применения методики было сформировано две выборки: обучающая объемом  $n = 90$  экземпляров и контрольная объемом  $r = 100$  экземпляров. Обучающая выборка использовалась для получения физико-статистической модели деградации  $h_{21\text{э}}$ . Контрольная выборка предназначалась для оценки достоверности группового прогнозирования. Применительно к ней в начальный момент времени ( $t_0 = 0$ ) решалась задача группового прогнозирования параметрической надёжности для временных сечений  $t_i$  (3840, 8320, 12800 и 17280 ч).

Физическое моделирование наработки и, следовательно, деградации параметра  $h_{21\text{э}}$ , состояло в проведении для БТ по типовым методикам [10–12] ускоренных форсированных

испытаний продолжительностью 216 ч, эквивалентной 17280 ч с точки зрения функционирования БТ в обычных нормальных условиях работы. Коэффициент ускорения испытаний составлял  $K_y \approx 80$ .

При формировании массива данных (по результатам испытаний) для получения операторов  $\varphi_1, \varphi_2$  обучающая выборка разбивалась на три группы по 30 экземпляров в каждой.

В табл. 3 приведены результаты пассивного эксперимента, используемые для получения характеристик  $m(h_{21Э}|t)$  и  $\sigma(h_{21Э}|t)$  условного нормального закона распределения (см. табл. 2) параметра  $h_{21Э}$  согласно выражениям (3) и (4).

Таблица 3. Массив данных для получения зависимостей (3) и (4)

Номер опыта эксперимента	Номер группы	Номер экземпляра обучающей выборки	$m_0$	$\sigma_0$	Временное сечение $t_i$ , ч	$m(h_{21Э} t)$	$\sigma(h_{21Э} t)$
1	1	1...30	22,0	6,69	0	22,0	6,69
2	2	31...60	23,62	6,38	0	23,62	6,38
3	3	61...90	21,55	6,17	0	21,55	6,17
4	1	1...30	22,0	6,69	3840	22,12	6,39
5	2	31...60	23,62	6,38	3840	23,04	5,77
6	3	61...90	21,55	6,17	3840	21,42	5,88
7	1	1...30	22,0	6,69	8320	21,54	6,25
8	2	31...60	23,62	6,38	8320	22,25	5,55
9	3	61...90	21,55	6,17	8320	20,71	5,7
10	1	1...30	22,0	6,69	12800	21,1	6,08
11	2	31...60	23,62	6,38	12800	21,72	5,39
12	3	61...90	21,55	6,17	12800	20,23	5,58
13	1	1...30	22,0	6,69	17280	20,92	5,97
14	2	31...60	23,62	6,38	17280	21,48	5,29
15	3	61...90	21,55	6,17	17280	20,19	5,57

Выражения вида (3) и (4) для параметра  $h_{21Э}$  получены с помощью приложения Microsoft Excel, пакет «Анализ данных», инструмент «Регрессия» с использованием экземпляров обучающей выборки:

$$m(h_{21Э}|t) = 0,729m_0 + 0,9492\sigma_0 - 9,698 \cdot 10^{-5}t; \quad (6)$$

$$\sigma(h_{21Э}|t) = -0,0003259(m_0)^2 + 1,2532\sigma_0 - 0,006178(t)^{0,5}, \quad (7)$$

где  $m_0, \sigma_0$  – среднее значение и среднее квадратическое отклонение  $h_{21Э}$  в начальный момент времени ( $t = 0$ ).

Величины  $m(h_{21Э}|t)$  и  $\sigma(h_{21Э}|t)$ , определяемые по выражениям (6) и (7), являются характеристиками  $p_i, q_i$  физико-статистической модели деградации вида (2) для параметра  $h_{21Э}$ . Для контрольной выборки объемом  $r = 100$  экземпляров по формуле (5) были получены прогнозные  $[P_n(t_i)]_{пр}$  значения параметрической надежности БТ для наработок  $t_i$ . В табл. 4 приводятся значения уровня параметрической надежности БТ, соответствующие прогнозу и экспериментальным наблюдениям для рассматриваемых временных сечений  $t_i$  при норме на параметр  $h_{21Э}$ , установленный потребителем  $h_{21Э} \geq 15$ . Экспериментальная оценка уровня параметрической надежности по параметру  $h_{21Э}$  контрольной выборки БТ получена по [13].

Таблица 4. Результаты прогнозирования параметрической надежности по параметру  $h_{21Э}$  БТ контрольной выборки

Норма на параметр	Вероятность $P_n(t_i)$ для времени $t_i$ :							
	3840 ч		8320 ч		12800 ч		17280 ч	
	$[P_n(t_1)]_{пр}$	$[P_n(t_1)]_Э$	$[P_n(t_2)]_{пр}$	$[P_n(t_2)]_Э$	$[P_n(t_3)]_{пр}$	$[P_n(t_3)]_Э$	$[P_n(t_4)]_{пр}$	$[P_n(t_4)]_Э$
$h_{21Э} \geq 15$	0,821	0,824	0,805	0,765	0,784	0,735	0,759	0,735

Используя данные табл. 4, по формуле, приведенной в [13], определена средняя ошибка прогнозирования  $\Delta_{\text{ср}}$  параметрической надежности выборок БТ:  $\Delta_{\text{ср}} = 4,52\%$  при  $h_{219} \geq 15$ , что свидетельствует о высокой достоверности результатов прогнозирования.

### Заключение

Рассмотренный метод построения физико-статистической модели деградации функционального параметра ИЭТ и принципы группового прогнозирования надежности положены в основу разработки методики, позволяющей получить модель деградации функционального параметра ИЭТ и применять ее для группового прогнозирования новых выборок ИЭТ. Применение методики на примерах БТ большой мощности подтвердило ее эффективность.

## FORECASTING METHOD OF PARAMETRIC RELIABILITY OF ELECTRONIC DEVICES BY MODEL OF FUNCTIONAL PARAMETER'S DEGRADATION

S.M. BOROVIKOV, E.N. SHNEIDEROV

### Abstract

The method of obtaining the model, describing degradation regularity for function parameter of electronic device (ED) sample, was systematized. The probability distribution function (for operating time of interest) of function parameter of ED sample is considered as a model of degradation. On the basis of the method the technique for prediction of parametric reliability of new ED samples was developed. It can be used for new samples of ED of the same type, but which did not participate in preliminary research/investigations. Prediction is obtained as the probability of the fact, when functional parameter of any device in a sample will have the value within the specified limits after specified operating time.

### Список литературы

1. ГОСТ 27.002–89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
2. Боровиков С.М. Теоретические основы конструирования, технологии и надежности. Минск, 1998.
3. Боровиков С.М., Цырельчук И.Н., Шнейдеров Е.Н. и др. Прогнозирование надежности изделий электронной техники. Минск, 2010.
4. European Organization of the Quality Control Glassary. Bern, 1988.
5. Сынаров В.Ф., Пивоварова Р.П., Петров Б.К. и др. Физические основы надежности интегральных схем. М., 1976.
6. Боровиков С.М., Шалак А.В., Бересневич А.И. и др. // Докл. НАН Беларуси. 2007. Т. 51, № 6. С. 105–109.
7. Боровиков С. М., Шалак А.В., Бересневич А.И. и др. // Докл. БГУИР. 2008. № 6 (36). С. 32–39.
8. Боровиков С. М., Шнейдеров Е.Н. // Матер. XVI междунар. науч.-техн. конф. «Современные средства связи». Минск, 27–29 сентября 2011 г. С. 81.
9. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., 1969.
10. Загребельный В.П., Моисеев Н.Г., Нойверт Л.М. // Электронная техника. Сер. 8. Вып. 2(139). 1990. С. 41–45.
11. Quick Logic Reliability Report / pASIC, Vialink and Quick Logic Corp. Orleans, 1998.
12. Bipolar Power Transistors Data Book 1998 / TEMIC Semiconductor GmbH. DGT-005-1297, 1997.
13. Боровиков С. М., Шнейдеров Е.Н. // Докл. БГУИР. № 7 (61). 2011. С. 31–37.

УДК 621.357.7

## ОПТИМИЗАЦИЯ УСЛОВИЙ ЭЛЕКТРООСАЖДЕНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОКРЫТИЙ НИКЕЛЬ-УДА

И.И. КУЗЬМАР, Л.К. КУШНЕР, А.А. ХМЫЛЬ, Н.В. БОГУШ

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 12 мая 2014*

Методом математического моделирования определены оптимальный состав электролита и эффективные режимы композиционного никелирования с ультрадисперсными частицами алмаза (УДА) для формирования покрытий с улучшенными эксплуатационными свойствами. Рассчитана оптимальная концентрация дисперсной фазы в электролите. Определены оптимальные режимы импульсного электролиза (длительность импульса и паузы, скважность и частота) для различных концентраций УДА в электролите при различной средней плотности тока. Результаты математического моделирования коррелируют с результатами исследований физико-механических и функциональных свойств композиционных электрохимических покрытий (КЭП) никель-УДА.

*Ключевые слова:* композиционные электрохимические покрытия, никель, ультрадисперсный алмаз.

### Введение и методика эксперимента

В продолжение работы [1] авторами предложена и верифицирована феноменологическая модель оптимизации процесса электрохимического осаждения композиционного покрытия.

Математическая модель оптимизации процесса композиционного никелирования состоит из двух частей: первая оптимизирует концентрацию дисперсной фазы в электролите-суспензии, а вторая – режимы электролиза (плотность тока, параметры импульсного тока – скважность, частоту).

Для оптимизации количества дисперсной фазы в электролите-суспензии воспользовались методологическим подходом, который опирается на теоретические обоснования, предложенные Бородиным И.Н. [1], Смолуховским М. [2], Антроповым Л.И. и Лебединским Ю.Н. [3], Гурьяновым Г.В. [4], и адаптирован применительно к условиям формирования композиционных покрытий, модифицированных нанодисперсными частицами. Феноменологическая модель включает следующие выражения, позволяющие рассчитать начальную концентрацию частиц дисперсной фазы в объеме гетерофазной системы  $C^0$ , массовую концентрацию порошка в суспензии  $C_{УДА}$  и оптимальную объемную концентрацию частиц дисперсной фазы в электролите-суспензии  $C_{УДА}^o$ :

$$C_{УДА} = \frac{c^v}{1-c^v} \frac{i_k B T_k \varepsilon_{кл}}{\rho_M} \frac{1}{\left[ \frac{18,15 \times 10^3 \frac{kT}{6\pi\eta}}{R_c^{1/3} R_c^{2/3}} + \frac{6,65 \times 10^{11} \frac{kT}{6\pi\eta} R_c^2}{R_{и}} + v_{отн} \right]} \rho_s, \quad (1)$$

$$C^0 = \frac{3\eta}{8kT\theta}, \quad (2)$$

$$C_{\text{УДА}}^0 = 0,523 \rho_{\text{ч}} d_{\text{ср}}^{\text{ЭК}} \frac{4R^2 (\rho_{\text{ч}} - \rho_0) g}{18\eta}, \quad (3)$$

где  $c^v$  – требуемая объемная доля порошка в покрытии (значение массовой концентрации порошка в таких покрытиях составляет 0,7–1,2 масс. %);  $i_k$  – плотность тока;  $ВТ_k$  – выход по току;  $\mathcal{E}_{\text{кл}}$  – электрохимический эквивалент;  $\rho_M$  – плотность вещества матрицы покрытия;  $k$  – постоянная Больцмана;  $\eta$  – динамическая вязкость электролита;  $\theta$  – период коагуляции, для получения стабильной гальванической ванны рекомендуемое значение  $\theta=1$  ч; параметры частиц дисперсной фазы:  $R_{\text{ч}}$  – средний радиус;  $m_{\text{ч}}$  – масса одной частицы;  $\rho_{\text{с}}$  – плотность частиц дисперсной фазы (для УДА  $R_{\text{ч}} = 4\text{--}10$  нм,  $\rho_{\text{с}} = 3,1\text{--}3,2$  г/см<sup>3</sup>);  $R_{\text{и}}$  – радиус реагирующих ионов, для никеля  $R_{\text{и}} = 0,074$  нм [2]. Точность прогнозирования состава покрытий определяется методами гидродинамики, электрохимии, коллоидной химии [5–6].

Для оптимизации режимов электроосаждения никелевых композиционных покрытий, модифицированных частицами ультрадисперсного алмаза, использовали разработанную физико-математическую модель, описывающую процесс массопереноса в объеме электролита и прикатодном слое [6], а также классические законы электрохимической кинетики. При расчетах исходили из следующих теоретических предпосылок:

1. Для получения качественных мелкокристаллических покрытий предельно допустимая плотность постоянного тока не должна превышать уровень предельного тока

$$i_{\text{к}}^{\text{пр}} = \frac{zFD[C_i]^0}{\delta}. \quad (4)$$

Предельно допустимая плотность периодического тока  $i_{\text{имп}}^{\text{max}}$  не должна превышать плотности предельного тока  $i_{\text{к}}^{\text{пр}}$  катодного стационарного процесса. При этом максимальная амплитуда поляризующего тока  $I_{\text{имп}}^{\text{max}}$  (5) должна быть меньше предельного значения амплитуды импульсов  $I_{\text{имп}}^{\text{пр}}$  (6), чтобы избежать чрезмерного обеднения прикатодного слоя разряжающимися ионами. Но если  $I_{\text{имп}}^{\text{max}} \ll I_{\text{имп}}^{\text{пр}}$ , то влияние нестационарного электролиза не проявляется.

$$I_{\text{имп}}^{\text{max}} = i_{\text{мк}}^0 \times \exp\left(-\frac{\alpha zF}{RT} \varphi_{\text{max}}\right), \quad (5)$$

$$I_{\text{имп}}^{\text{пр}} = \frac{I_{\text{имп}}^{\text{max}}}{\gamma + \frac{\delta_{\text{п}}}{\delta_{\text{с}}}(1-\gamma)}, \quad (6)$$

где  $\delta_{\text{п}}$  – толщина пульсирующего диффузионного слоя;  $\gamma = \frac{T_{\text{и}}}{T_{\text{п}} + T_{\text{и}}} = \frac{I_{\text{имп}}^{\text{пр}}}{I_{\text{имп}}^{\text{max}}}$  – коэффициент заполнения импульсов.

2. Согласно теории массопереноса для получения качественных мелкокристаллических покрытий длительность импульса не должна превышать значения переходного времени (7), при превышении которого будет достигаться предельный ток, а величину длительности паузы предложено оценивать, исходя из предполагаемой частоты тока либо постоянной времени диффузии (8):

$$T_{\text{имп}} \leq \tau_{\text{переход}} = \frac{\pi}{4} D \left( \frac{zF}{i_{\text{имп}}^{\text{ср}}} c_0 \right)^2, \quad (7)$$

$$T_{\text{паузы}} \geq (4 \div 5) \tau_{\text{д}} = (16 \div 20) \frac{\delta_{\text{п}}^2}{\pi^2 D}, \quad (8)$$

$$\delta_{\text{п}} = \sqrt{\frac{4DT_{\text{имп}} \left(1 - \frac{T_{\text{имп}}}{T}\right)}{\pi}}. \quad (9)$$

Методологический подход адаптирован к условиям формирования КЭП с наноразмерными частицами [1]. Приняли, что частицы УДА имеют сферическую или изометрическую форму и в объеме электролита-суспензии вследствие высокой поверхностной активности частицы размером 4–6 нм частично коагулируют до размеров 10–30 нм; динамическая вязкость сульфатного электролита никелирования  $\eta = 2,95$  сП при  $T = 323$  К. Результаты расчета представлены в табл. 1–3.

Используя комплексный подход, оптимизировали условия формирования (состав электролита и режимы электролиза) КЭП из сернокислого электролита никелирования ( $\text{NiSO}_4 \times 7\text{H}_2\text{O}$  – 240 г/л;  $\text{NiCl}_2 \times 6\text{H}_2\text{O}$  – 40 г/л;  $\text{H}_3\text{BO}_3$  – 30 г/л; наночастицы ультрадисперсного алмаза 1–15 г/л). УДА вводили в электролит в виде водной суспензии, предварительно активированной ультразвуком [7–9]. В расчетах приняли, что  $\rho_{\text{эл}} = 1,197 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $T = 323,15$  К;  $\delta = 0,345 \times 10^{-4}$  м;  $C^0 = 1,0228$  моль/л. На основе разработанной физико-математической модели, описывающей процесс массопереноса в объеме электролита и прикатодном слое, рассчитали мольную концентрацию частиц, участвующих в массопереносе и разряжающихся на катоде, коэффициент диффузии УДА ( $D_{\text{УДА}} \approx 4,405 \times 10^{-14}$  дм<sup>2</sup>/с) и массу моля вещества ( $M_{\text{УДА}} \approx 2,724 \times 10^4$  кг/моль). Результаты расчета системы уравнений (1)–(3) приведены в табл. 1.

### Результаты и их обсуждение

Суспензии с наноразмерными частицами дисперсной фазы являются седиментационно устойчивыми. Для обеспечения агрегативной устойчивости электролита-суспензии количество дисперсной фазы не должно превышать рекомендуемое. Для электролита-суспензии с  $\eta = 2,95$  сП при температуре  $T = 323,15$  К и  $\theta = 1$  ч оптимальное количество частиц в единице объема составляет  $C^0 = 6,888 \times 10^{13}$  м<sup>-3</sup>. Поэтому рекомендуемая концентрация наночастиц алмаза в электролите никелирования, исходя из условий коагуляции коллоидных частиц, составляет  $C_{\text{УДА}} = 2,853$ – $4,912$  г/л для частиц размером 10–30 нм. Расчетное значение относительной скорости частиц равно  $5,403 \times 10^{-10}$  м/с. Оптимальная концентрация порошка в гальванической ванне для получения мелкокристаллических качественных покрытий с требуемым количеством дисперсной фазы, рассчитанная по теории Бородина И.Н., при условии, что частицы коагулируют до агломератов с диаметром 20–30 нм, равна 4,05–6,06 г/л. Таким образом, достаточная концентрация дисперсной фазы в электролите никелирования составляет 5 г/л. Полученные результаты расчета позволяют оптимизировать технологические параметры для получения композиционных гальванических покрытий требуемого состава.

Таблица 1. Допустимая концентрация дисперсной фазы из УДА в электролите никелирования при вязкости 2,95 сП;  $T=323,15$  К;  $v_0 = 6,888 \times 10^{13}$  1/м<sup>3</sup>

Размер частиц, нм	Масса одной частицы УДА, г	$C_{\text{УДА}}$ , г/л	$C_{\text{УДА}}^0$ , г/л
4	$1,071 \times 10^{-19}$	0,81	0,74
10	$1,674 \times 10^{-18}$	2,03	2,15
20	$1,339 \times 10^{-17}$	4,05	3,22
30	$4,519 \times 10^{-17}$	6,06	4,91
40	$1,071 \times 10^{-16}$	8,05	7,38

Результаты расчета режимов импульсного осаждения по (1–9) приведены в табл. 2 и 3. Рекомендуемые длительность импульса и частота для получения КЭП никель-УДА с заданными свойствами при различных концентрациях дисперсной фазы (2,5; 5; 10 и 15 г/л) должны быть не больше  $T_{\text{и}}$  и  $f$  соответственно, а длительность паузы – не меньше  $T_{\text{п}}$ .

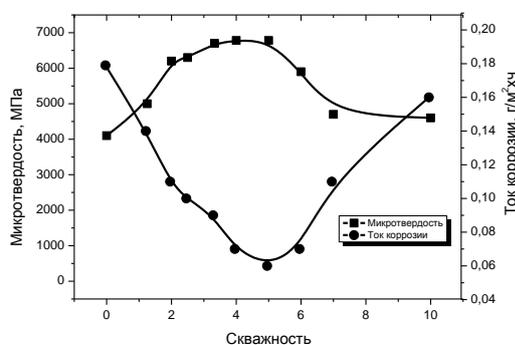
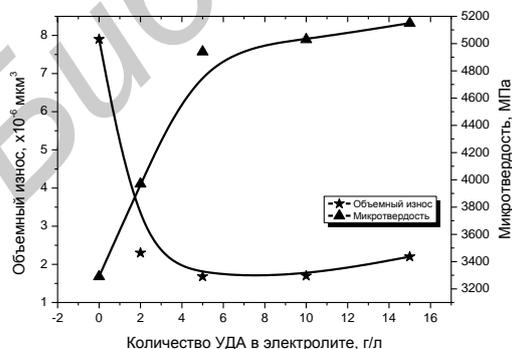
Таблица 2. Рекомендуемые расчетные значения параметров импульсного тока, частота 10 Гц

Средняя плотность тока, А/дм <sup>2</sup>	Концентрация УДА в электролите							
	без УДА		2,5 г/л УДА		5,0 г/л УДА		10,0 г/л УДА	
	$\tau_{имп.}, мс$	$\tau_{п.}, мс$	$\tau_{имп.}, мс$	$\tau_{п.}, мс$	$\tau_{имп.}, мс$	$\tau_{п.}, мс$	$\tau_{имп.}, мс$	$\tau_{п.}, мс$
1	50,41	116,47	58,69	128,28	67,59	146,35	87,17	184,78
3	5,60	12,99	6,52	15,04	7,51	17,31	9,67	22,23
5	2,02	4,68	2,35	5,44	2,71	6,26	3,49	8,07
7	1,03	2,39	1,20	2,78	1,38	3,20	1,78	4,12
9	0,62	1,45	0,73	1,68	0,83	1,94	1,08	2,50
10	0,51	1,17	0,59	1,36	0,68	1,57	0,87	2,02
15	0,22	0,52	0,26	0,61	0,30	0,70	0,39	0,90

Таблица 3. Рекомендуемые значения частоты импульсного тока

Средняя плотность тока, А/дм <sup>2</sup>	Концентрация УДА в электролите				
	без УДА	2,5 г/л	5,0 г/л	10,0 г/л	15,0 г/л
1	6,19	5,35	4,67	4,13	3,68
3	53,95	46,37	40,29	35,39	31,29
5	149,49	128,44	111,55	97,92	86,54
7	292,80	251,54	218,43	191,72	169,41
9	483,88	415,67	360,94	316,79	279,91
10	597,34	513,13	445,55	391,04	345,51
15	1344,00	1154,00	1002,00	879,59	777,14

Расчетное значение рекомендуемой средней плотности катодного тока равно 0,87–1,74 А/дм<sup>2</sup> при концентрации УДА 2,5 г/л при осаждении без перемешивания. При этом длительность импульса не должна превышать  $T_{и} \leq 1,23$  мс, а длительность паузы должна быть больше  $T_{п} \geq 157$  мс. С увеличением средней плотности тока увеличивается значение оптимальной частоты осаждения. Введение УДА позволяет работать при более низких частотах. Так, при средней плотности импульсного тока 1 А/дм<sup>2</sup> рекомендуемые значения частоты уменьшаются с 482 Гц для чистого электролита никелирования до 41 Гц для электролита с 15 г/л УДА. Оптимальные значения скважности импульсов незначительно увеличиваются с ростом средней катодной плотности тока как при получении никелевых покрытий, так и для КЭП. С увеличением концентрации дисперсной фазы в электролите наблюдается небольшое уменьшение рекомендуемого значения скважности импульсного тока. Предпочтительно осаждение при скважностях более  $q > 3,2$ . Результаты математического моделирования процесса электроосаждения покрытий никель-УДА коррелируют с результатами исследования влияния концентрации дисперсной фазы и параметров нестационарного электролиза на свойства КЭП [7–9]. Установлено, что использование УДА в качестве дисперсной фазы и варьирование параметрами импульсного и реверсированного токов позволяет существенно повысить микротвердость, износостойкость и защитные свойства КЭП, управлять качеством покрытий (рисунок).



Влияние концентрации дисперсных частиц (а) и скважности импульсного тока (б) на свойства композиционных покрытий никель-УДА,  $i=5$  А/дм<sup>2</sup>

Проведенное моделирование процессов формирования КЭП никель-УДА на постоянном, импульсном и реверсированном токе позволило оптимизировать состав электролита и режимы электролиза для получения покрытий с требуемыми функциональными свойствами. Сущность разработанного процесса получения композиционного покрытия никелирования заключается в том, что частицы дисперсной фазы, соосаждаясь с никелем на поверхность детали, формируют особую очень мелкокристаллическую структуру, осадки плотные, беспористые. Поэтому и физико-механические свойства никелевых покрытий, такие как микротвердость и износостойкость резко возрастают. Контактное электросопротивление и паяемость изменяются незначительно. Нестационарные режимы электролиза позволяют интенсифицировать процесс осаждения и повысить эксплуатационные свойства. Для получения износостойких покрытий концентрация УДА в электролите должна составлять 2–5 г/л, средняя плотность импульсного тока – 5 А/дм<sup>2</sup>, скважность импульсов больше 3; на реверсированном токе - соотношение длительности прямого и обратного импульсов 100:20 мс.

#### Заключение

Разработан алгоритм выбора оптимальных режимов электроосаждения композиционных покрытий никель-УДА. Показано, что при концентрации дисперсной фазы в электролите 5 г/л и средней плотности тока 5 А/дм<sup>2</sup> длительность импульса не должна превышать  $T_{и} \leq 2,71$  мс и длительность паузы  $T_{п} \geq 6,26$  мс, оптимальная скважность импульсов равна  $q = 3,3$ .

### OPTIMIZATION CONDITIONS OF NICEL-UDD COATING ELECTRODEPOSITION

I.I. KUZMAR, L.K. KUSHNER, A.A. KHMYL, N.V. BOGUSH

#### Abstract

Amount dispersive phases on electrolyte and electrolysis modes for nickel-UDD electroplating were optimized by mathematical modeling method.

#### Список литературы

1. Кузьмар И.И., Вакульчик В.А., Кушнер Л.К. и др. // Докл. БГУИР. 2011. № 6 (60). С. 34–38.
2. Бородин И.Н. Упрочнение деталей композиционными покрытиями. М., 1982.
3. Феттер К. Электрохимическая кинетика. М., 1967.
4. Антропов Л.И., Лебединский Ю.Н. Композиционные электрохимические покрытия и материалы. К., 1986.
5. Гурьянов Г.В. Электроосаждение износостойких композиций. Кишинев, 1985.
6. Костин Н.А., Кублановский В.С., Заблудовский А.В. Импульсный электролиз. Киев, 1989.
7. Кузьмар И.И., Кушнер Л.К., Хмыль А.А. // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз-техн. навук. 2007. № 1. С. 9–16.
8. Хмыль А.А., Кушнер Л.К., Кузьмар И.И. // Матер. докл. IX междунар. научн.-техн. конф. «Новые материалы и технологии: порошковая металлургия, композиционные материалы, защитные покрытия, СВАРКА». Минск, 28–29 сентября 2010 г. С. 254–255.
9. Хмыль А.А., Кушнер Л.К., Кузьмар И.И. и др. // Сб. научн. ст. «Углеродные наночастицы в конденсированных средах». Минск, 2013. С. 9–14.

УДК 621.396

## ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗАТОРА ЦЕПЕЙ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ДЛИН ВОЛН

Д.А. КОНДРАШОВ, А.В. ГУСИНСКИЙ, А.М. КОСТРИКИН

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 17 апреля 2014*

Представлена схема построения векторного анализатора цепей (анализируются параметры  $S_{21}$  и  $S_{11}$ ) гомодинного типа с формированием квадратурных сигналов на основе использования аппаратного многопозиционного фазовращателя СВЧ-сигналов в диапазоне частот 75–110 ГГц, приводится математическая модель обработки квадратурных сигналов и ее реализация в программной модели.

*Ключевые слова:* векторный анализатор цепей, фазовращатель, квадратурный сигнал.

### Введение

Значительное место в радиоэлектронике занимают вопросы создания и применения радиоэлектронных СВЧ-систем и средств миллиметрового диапазона волн. Исследование характеристик и параметров СВЧ-устройств при их создании и проверка соответствия таких устройств спецификационным требованиям при производственном выпуске, а также многие другие задачи и исследования требуют соответствующих средств инструментального анализа СВЧ-устройств и их соединений [1, 2].

Современные методы анализа и расчета СВЧ-устройств и их соединений базируются на «цепном» их представлении, когда СВЧ-устройство представляется эквивалентным многополюсником, описываемым определенной системой параметров. При исследовании таких устройств и соединений важно знать, насколько согласованы устройства, каковы в них потери и т.п. К числу наиболее эффективных измерительных средств, предназначенных для анализа параметров СВЧ-устройств (СВЧ-цепей), относятся векторные анализаторы СВЧ-цепей (ВАЦ). ВАЦ представляют собой современные высокопроизводительные информационно-измерительные системы, позволяющие провести необходимые измерения параметров устройств с гарантированной точностью в широких частотных диапазонах с соответствующей обработкой, представлением и хранением измеренной информации о параметрах и характеристиках испытываемых устройств [3].

Рассматриваемый в данной статье ВАЦ выполнен по гомодинному принципу построения и предназначен для автоматизированного измерения комплексных коэффициентов передачи и отражения ( $S_{11}$  и  $S_{21}$ ) волноводных устройств с цифровым отсчетом измеряемых величин и воспроизведением их частотных характеристик в декартовой и полярной системе координат на экране встроенного в ВАЦ компьютера. Объектами измерения могут быть устройства оконечного типа – двухполюсники и проходного типа – четырехполюсники. В гомодинном ВАЦ используется модуляция опорного и измерительного сигналов фазовой манипуляцией по алгоритму 0– $\pi$ .

Схемы с одновременной модуляцией как опорного, так и измерительного сигнала позволяют объединить достоинства, свойственные методам модуляции только измерительного и только опорного сигналов. Такое решение позволяет получить относительно простыми средствами результирующий сигнал, характерный для гетеродинных ВАЦ. Данный метод

универсален относительно используемых видов модуляции при условии, что модуляция раздельная, а частоты модулирующих напряжений разные.

### Схема построения панорамного измерителя

Принцип действия ВАЦ основан на раздельном выделении падающей на объект измерения, отраженной и прошедшей волн СВЧ-сигнала. Напряжения, пропорциональные амплитудам падающей, отраженной и прошедшей волн после усиления и вычисления по специальным алгоритмам преобразуются в значения измеряемых параметров: модуль  $|S_{11}|$  и фазу  $argS_{11}$  коэффициента отражения, КСВН, модуль  $|S_{21}|$  и фазу  $argS_{21}$  коэффициента передачи. Измеряемая информация отображается в виде частотных зависимостей в декартовой системе координат с отсчетом при помощи маркера значений измеряемых параметров в любой частотной точке диапазона рабочих частот ВАЦ. Структурная схема ВАЦ представлена на рис. 1. ВАЦ состоит из генератора качающейся частоты (ГКЧ), измерительного СВЧ-тракта, блока обработки сигналов измерительной информации (БОС), ЭВМ, ЖКИ и блока питания.

Работа ВАЦ осуществляется следующим образом. Сигнал с выхода ГКЧ поступает на вход измерительного СВЧ тракта, к которому подключается объект измерений. СВЧ-сигнал, несущий информацию об измеряемых  $S$ -параметрах, с выхода объекта измерений поступает на БОС, который осуществляет ее преобразование, и подачу на ЭВМ в форме сигналов, удобных для представления информации об измеренных параметрах на ЖКИ.

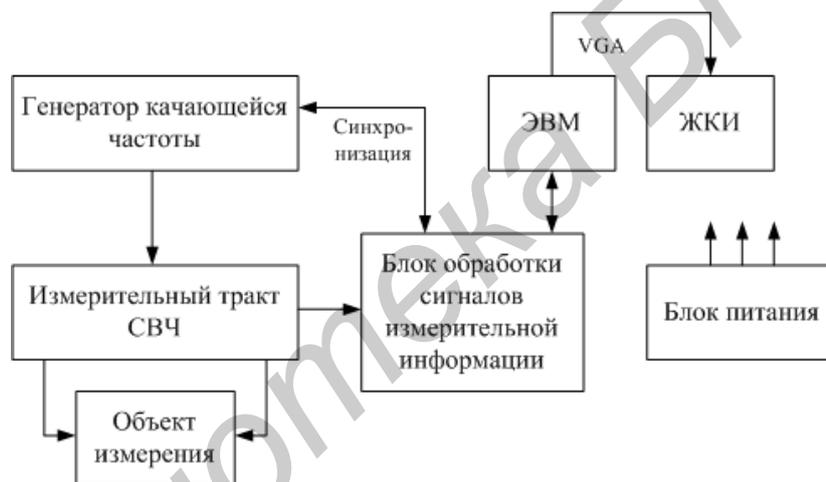


Рис. 1. Структурная схема ВАЦ

### Математическая модель

ВАЦ с модуляцией опорного и измерительного сигналов позволяет измерять как модуль так и фазовую характеристику параметров испытуемого устройства. Поэтому возникает необходимость снятия квадратурных сигналов, несущих информацию о косинусной и синусной составляющей сигнала.

Обычно в измерительной схеме информация об измеряемом параметре содержится в сигнале, который выражается в виде [4, 5]:  $U_1 = k_1 \cdot |S_x| \cdot \cos(\varphi_x + \varphi_0)$ , где  $S_x$  и  $\varphi_x$  – модуль и фаза измеряемой характеристики,  $k_1$  и  $\varphi_0$  – некие параметры схемы.

Для извлечения фазы  $\varphi_x$  нужно иметь синусную составляющую:  $U_2 = k_2 \cdot |S_x| \cdot \sin(\varphi_x + \varphi_0)$ , где  $k_2$  – параметр схемы.

Тогда фаза может быть найдена как взятая с соответствующим знаком величина:

$$\varphi_x = \arctg\left(\frac{U_2 \cdot k_1}{U_1 \cdot k_2}\right) - \varphi_0.$$

Используемый в рассматриваемом ВАЦ способ формирования квадратурных сигналов основан на введении в опорный канал анализатора цепей электрически управляемого

бинарного фазовращателя, осуществляющего фазовую коммутацию опорного сигнала по алгоритму  $0-\pi/2$ . Структурная схема волноводного СВЧ-тракта приведена на рис. 2.



Рис. 2. Структурная схема СВЧ тракта, используемого для получения квадратурных сигналов в ВАЦ 75–110 ГГц

Математическую модель обработки сигнала в ВАЦ можно разделить на два этапа: калибровку и измерение. При калибровке прибора снимаются массивы данных  $U_{1c}$ ,  $U_{2c}$ , соответствующие разным положениям фазовращателя, и производятся следующие вычисления над ними:

$$K_c = \frac{U_{1c}}{2}, \quad (1)$$

$$K_s = \frac{U_{2c}}{2}. \quad (2)$$

При измерениях производятся следующие вычисления над сохраненными калибровочными массивами и постоянно снимаемыми массивами  $U_{1m}$  и  $U_{2m}$ :

$$H_c = \frac{K_c \cdot U_{1m} + K_s \cdot U_{2m}}{2 \cdot (K_c \cdot K_c + K_s \cdot K_s)}, \quad H_s = \frac{K_c \cdot U_{2m} - K_s \cdot U_{1m}}{2 \cdot (K_c \cdot K_c + K_s \cdot K_s)}, \quad |H| = \sqrt{H_c^2 + H_s^2}, \quad \text{где } |H| \text{ – модуль}$$

параметра  $S_{21}$  исследуемого устройства.

$$\varphi = \arctg\left(\frac{H_s}{H_c}\right), \quad \text{где } \varphi \text{ – фаза параметра } S_{21} \text{ исследуемого устройства.}$$

Характеристики параметра  $S_{11}$  вычисляются аналогично, за исключением формул (1) и (2), они заменяются формулами (3) и (4):

$$K_c = -\frac{U_{1c}}{2}, \quad (3)$$

$$K_s = -\frac{U_{2c}}{2}. \quad (4)$$

### Программное обеспечение

Программное обеспечение в одной из своих подпрограмм реализует приведенную математическую модель. При выборе пользователем режима калибровки и нажатия кнопки «Выполнить калибровку» начинается съем данных с АЦП для параметра  $S_{21}$ :

1. Фазовращатель переключается в положение 1 (фазового сдвига нет), данные об амплитудно-частотной характеристике сохраняются в двухмерный массив «амплитуда, частота»  $U_{1c}$  из 256 точек.

2. Фазовращатель переключается в положение 2 (фазовый сдвиг на первую, вторую и третью ячейки фазовращателя), данные сохраняются в двухмерный массив «амплитуда, частота»  $U_{2c}$  из 256 точек.

3. Два массива сохраняются в конфигурационный файл, что позволяет немедленно начинать измерения при следующем включении прибора.

4. Все шаги с фазовращателем повторяются для параметра  $S_{11}$ .

При выборе пользователем режима измерений происходит непрерывный съем данных с АЦП и расчет отображаемых характеристик.

1. Фазовращатель переключается в положение 1 (фазового сдвига нет), данные об амплитудно-частотной характеристике сохраняются в двухмерный массив «амплитуда, частота»  $U_{1m}$  из 256 точек.

2. Фазовращатель переключается в положение 2 (фазовый сдвиг на первую, вторую и третью ячейки фазовращателя), данные сохраняются в двухмерный массив «амплитуда, частота»  $U_{2m}$  из 256 точек.

3. Происходит перерасчет отображаемых характеристик модуля и фазы измеряемого  $S$ -параметра согласно формулам математической модели.

4. К отображаемым результатам применяются специальные алгоритмы цифровой обработки, что позволяет компенсировать нелинейные искажения сигнала в волноводном тракте во время калибровки и измерений.

Управление работой ВАЦ, выбор режимов измерения и калибровки, а также выбор формы индикации и регистрации результатов измерения осуществляется в диалоговом режиме органами управления, расположенными на передней панели ВАЦ. Программное обеспечение и алгоритмы отдельных подпрограмм разработаны таким образом, чтобы исключить неверные действия оператора. На рис. 3 представлено окно программы с результатами калибровки.

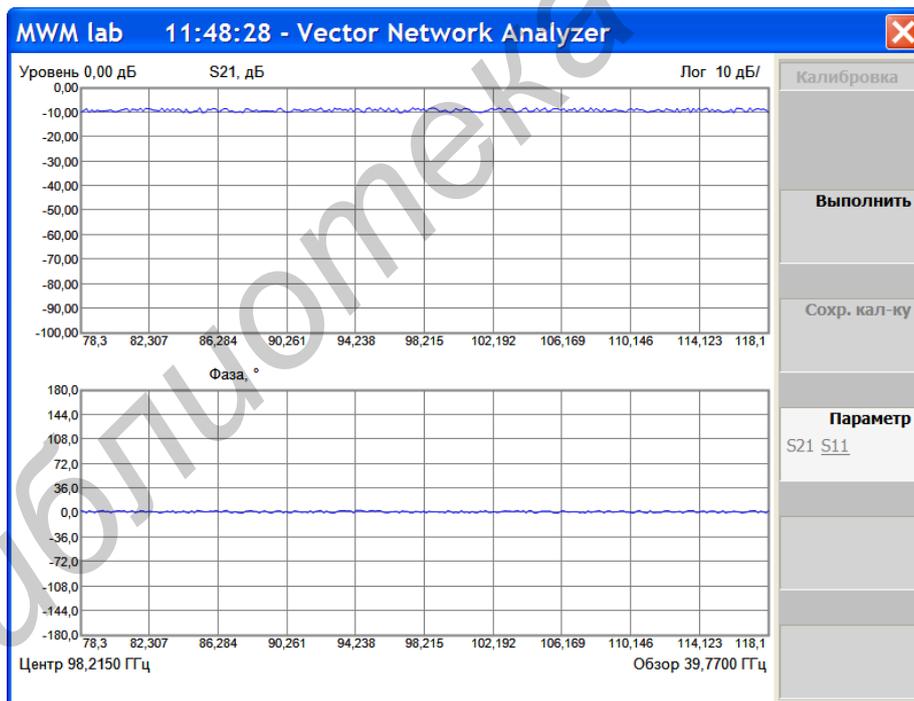


Рис. 3. Главное окно программы управления ВАЦ после выполнения калибровки

### Заключение

Разработана математическая модель обработки квадратурных сигналов для векторного анализатора цепей в диапазоне частот 75–110 ГГц. Предложенная модель позволяет строить более дешевые ВАЦ гомодинного типа и получать результаты близкие к величинам, полученным в гетеродинных системах. Также применение универсального программного обеспечения позволило реализовать все достоинства математической модели.

# SOFTWARE OF VECTOR NETWORK ANALYZER IN MILLIMETER WAVE RANGE

D.A. KONDRASHOV, A.V. GUSINSKI, A.M. KOSTRIKIN

## Abstract

A scheme for constructing Vector Network Analyzer of transmission and reflection coefficients (parameters  $S_{21}$  and  $S_{11}$ ) of the homodyne type with the formation quadrature signals based on the use of multi-point hardware shifter microwave signals in the frequency range 75–110 GHz is presented, provides a mathematical model for the processing of the quadrature signals and its implementation in the programming model.

## Список литературы

1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1988.
2. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.П.* Цифровая обработка сигналов. М., 1985.
3. *Гусинский А.В., Шаров Г.А., Кострикин А.М.* Векторные анализаторы цепей миллиметровых длин волн. Ч. 1. Минск, 2004.
4. *Рабинер Л., Голд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. М., 1978.
5. *Куланчев А.П.* Компьютерный контроль процессов и анализ сигналов. Т. 3. М., 1999.

УДК 517.444::534.442:620.179.1::621.88/83 -045.79

## АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ ПОВТОРЕНИЯ УДАРНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА ОСНОВЕ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

И.Г. ДАВЫДОВ, С.Ю. ВАСЮКЕВИЧ, А.В. ЦУРКО, И.М. СЕГЛЮК

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 24 июня 2014*

Предложен алгоритм оценки частоты повторения ударных импульсов на основе периодического вейвлет-преобразования. Проверена эффективность алгоритма путем обработки данных моделирования и измерений. Подтверждена применимость алгоритма для вибрационной диагностики технического состояния ротационных узлов механических систем по моделям дефектов.

*Ключевые слова:* вибродиагностика, периодическое вейвлет-преобразование, частота повторения ударных импульсов.

### Введение

Ротационные узлы современной техники, такие как подшипники, редукторы и передаточные механизмы, подвержены быстрому износу и поломкам в силу высоких нагрузок и скоростей вращения. Анализ сигналов вибрации этих узлов позволяет заблаговременно выявлять дефекты и планировать обслуживание. Наличие периодически повторяющихся ударных импульсов в сигнале свидетельствуют об источнике повышенного износа, зачастую это уже имеющийся в системе дефект.

Ударные импульсы, присутствующие в вибрационном сигнале, характеризуются рядом параметров, таких как резонансная частота, момент возникновения, декремент затухания, начальная амплитуда и частота повторения [1]. Приведенные параметры являются диагностическими признаками, отображающими физическое состояние механической системы, и используются при решении задач выявления и классификации дефектов.

Классический вейвлет-анализ позволяет оценить резонансную частоту и время возникновения [2], но не частоту повторения ударных импульсов. Применение Фурье-анализа малоэффективно при недостаточной длительности записи данных и обладает меньшими, чем вейвлеты, диагностическими возможностями [3].

С целью преодоления вышеуказанных проблем в работе предлагается алгоритм оценки частоты повторения ударных импульсов на основе периодического вейвлет-преобразования (ПВП). Выделение периодичностей с помощью аппарата вейвлет-анализа, рассмотрено в [3, 4]. Данная работа отличается использованием специальной материнской (базовой) вейвлет-функции и направленностью алгоритма на диагностирование по моделям дефектов.

### Теоретический анализ

ПВП требует определения функционального базиса. Процедура выбора материнской вейвлет-функции не является формализованной. Выбор, как правило, производится исходя из информации, которую требуется извлечь из анализируемого сигнала [5]. Для оценки частоты следования ударных импульсов целесообразно применить периодическое продолжение

некоторого одиночного вейвлета  $\Psi_m(t)$  на интервале наблюдения  $T$  исследуемого сигнала, имеющее вид:

$$\Psi(t, a, F) = \sum_{n=0}^N \Psi_m\left(t - \frac{n}{F}, a\right), \quad (1)$$

где  $F$  – частота повторения импульсов в герцах;  $N = FT$  – количество вейвлетов  $\Psi(t)$ , укладываемых на интервале анализа  $T$ ;  $a$  – масштаб одиночного вейвлета.

Данное исследование в качестве базовой вейвлет-функции  $\Psi_m(t)$  использует “sin\_pow” [2], определяемую выражением (2). Одним из преимуществ функции “sin\_pow” является линейный характер зависимости доминирующей частоты от масштабного коэффициента [6]. Доминирующей называется частота, которой соответствует максимум энергетического спектра вейвлет-функции при различных масштабных коэффициентах [2].

$$\Psi_m(t) = \begin{cases} \left(\frac{4}{\pi^2}\right) \left(\frac{\pi^2}{4} - (\omega t)^2\right) \exp\left(\frac{-2(\omega t)^2}{\pi^2}\right), & -\infty < t \leq 0 \\ \cos(\omega t) \exp\left(-\frac{t}{k}\right), & 0 < t < \infty \end{cases}, \quad (2)$$

где  $k$  – скорость убывания экспоненты,  $\omega$  – доминирующая частота.

ПВП определяется на основе (1) по аналогии с обычным (непрерывным) вейвлет-преобразованием следующим образом:

$$W_p(\nu, F) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi(t - \nu, F, a) dt, \quad \nu, F \in R, \quad (3)$$

где  $x(t)$  – анализируемый сигнал,  $\nu$  – временной сдвиг, значения  $a$  задаются явно.

Введенное вейвлет-преобразование (3) может быть представлено в виде свертки:

$$W_p(\nu, F) = x(\nu) * \bar{\Psi}_F(\nu), \quad (4)$$

где  $\bar{\Psi}_F(t) = \Psi(-t, F)$ ,  $*$  – операция свертки.

Известно, что свертка периодических функций также периодична, следовательно, ПВП  $W_p(\nu, F)$  также имеет периодический характер вдоль оси временного сдвига  $\nu$ .

На основе ПВП предлагается следующий алгоритм выделения диагностических признаков.

1. На основе базисной функции  $\Psi_m(t)$  путем обычного вейвлет-преобразования строится скалограмма  $E(a)$ , по максимумам которой определяются коэффициенты  $a$ , соответствующие доминирующим (резонансным) частотам импульсов в составе сигнала.

2. Выбранные коэффициенты  $a$ , являясь входными параметрами  $\Psi(t, a, F)$ , задают масштаб одиночной функции  $\Psi_m(t, a)$ , которая размещается с периодом  $T_r = 1/F$  на интервале наблюдения сигнала  $T$ .

3. Сигнал  $x(t)$  посредством ПВП  $W_p(\nu, F)$  отображается на плоскость с координатами  $\nu \times F$  (временной сдвиг, с  $\times$  частота повторения, Гц).

4. С целью более компактного представления диагностической информации предлагается рассматривать не плоскость  $\nu \times F$ , а плоскость  $a \times F$  (масштабный коэффициент  $\times$  частота повторения, Гц). Для перехода на плоскость  $a \times F$  каждой паре параметров  $a$  и  $F$  ставится в соответствие глобальный максимум функции  $W_p(\nu, F)$  вдоль оси  $\nu$ . Полученная в координатах  $(a, F)$  двумерная функция обозначается как  $G(a, F)$ .

При анализе следует учесть, что функция  $G(a, F)$  при фиксированном значении параметра  $a$  будет периодической. В случае единственной периодичности ударных импульсов частота повторения  $G(a, F)$  равна частоте повторения импульсов в исследуемом сигнале. Это

обусловлено корреляцией исследуемого сигнала  $x(t)$  с периодической базисной функцией  $\Psi(t, F)$  не только на частоте повторения ударных импульсов, но и на частотах кратных ей в целое число раз. Поэтому, в простейшем случае после фиксации глобального максимума скалограммы и применения ПВП, вычисляется кепстр, глобальный максимум которого соответствует частоте повторения импульсного воздействия.

5. Для выделения частоты (частот) повторения ударных импульсов вычисляется кепстр  $S(a, F)$  функции  $G(a, F)$  и определяется его глобальный (локальные) максимумы.

### Экспериментальная часть

Проверка эффективности алгоритма проведена путем моделирования в среде MATLAB. На основе модели дефекта зубчатой пары синтезирован модельный вибросигнал в виде последовательности из восьми ударных импульсов с резонансной частотой  $f_r = 1 \text{ кГц}$  и декрементом затухания  $\alpha = 500 \text{ с}^{-1}$  на интервале анализа  $T = 1 \text{ с}$  в отсутствие шумов. На рис. 1, *a*, *б* представлены временная диаграмма вибросигнала  $x(t)$  без шума и его скалограмма  $E(a)$  при  $a \in [1, 200]$ .

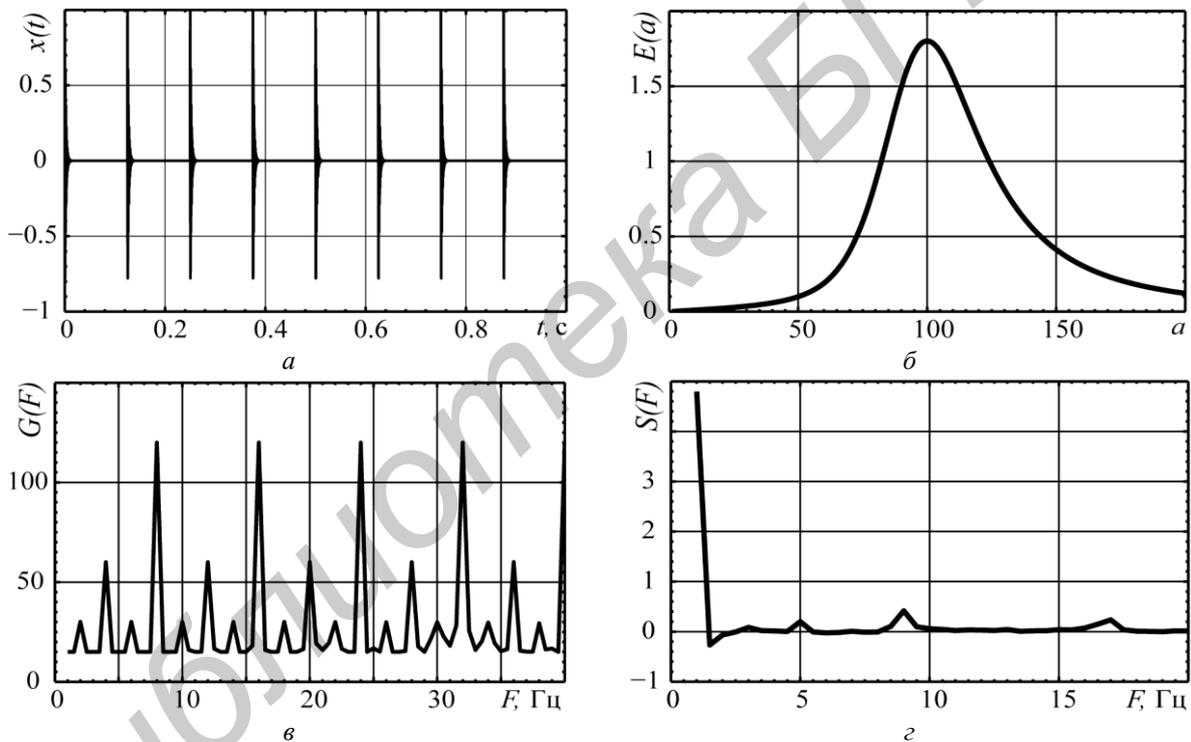


Рис. 1. Вибросигнал без шума: *a* – временная диаграмма; *б* – скалограмма; *в* – вейвлет-спектр; *г* – кепстр

Из скалограммы видно, что глобальный максимум находится при масштабном коэффициенте  $a = 100$ , что соответствует резонансной частоте сформированного сигнала  $f_r = 1 \text{ кГц}$ . При фиксации масштабного коэффициента  $a = 100$  плоскость  $a \times F$ , содержащая результат ПВП, редуцируется к оси  $F$ . Результаты вычисления ПВП в форме  $G(F)$  для масштабного коэффициента  $a = 100$ , шага  $\Delta F = 0,5 \text{ Гц}$  и диапазона частот повторения базисной функции  $\Psi(t, a, F) \in [1, 40] \text{ Гц}$  и его кепстра  $S(F)$  представлены на рис. 1, *в*, *г*.

Анализ вейвлетного спектра  $G(F)$  показывает, что с периодом 8 Гц, равным частоте повторения импульсов в модельном сигнале, периодически повторяется основной пик на частоте 8 Гц, а также побочные пики на частотах 2 и 4 Гц с амплитудами соответственно 50 %

и 25 % от основного. Глобальный максимум в кепстре  $S(F)$  на частоте 9 Гц приближенно (с погрешностью 12,5 %) отражает период вейвлет-спектра и соответствует частоте повторения импульсов.

В продолжение эксперимента к модельному сигналу добавлен шум до соотношения сигнал/шум  $snr = 5$  дБ. В качестве модели шума использован аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ). На рис. 2, *a*, *б* представлены временная диаграмма зашумленного вибросигнала  $x(t)$  в присутствии шума и его скалограмма  $E(a)$  при  $a \in [1, 200]$ .

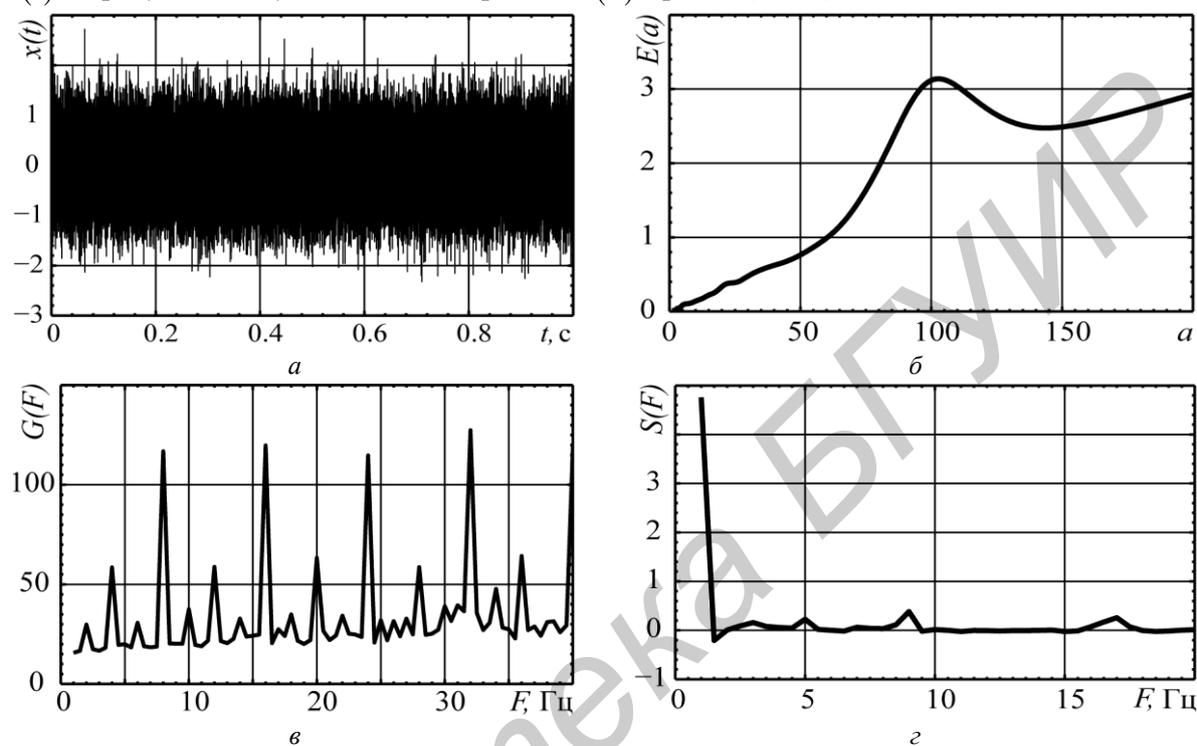


Рис. 2. Вибросигнал в присутствии шума: *a* – временная диаграмма; *б* – скалограмма; *в* – вейвлет-спектр; *г* – кепстр

По скалограмме видно, что при  $snr = 5$  дБ отчетливо выражен глобальный максимум при масштабном коэффициенте  $a = 103$ . В то же время, значительное повышение отклика на масштабах более 150 означает, что при  $snr \leq 5$  дБ метод окажется непригодным. На рис. 2, *в*, *г* представлены результаты вычисления ПВП в форме  $G(F)$  при  $a = 103$ ,  $\Delta F = 0,5$  Гц,  $\Psi(t, a, F) \in [1, 40]$  Гц и его кепстра  $S(F)$ , из которых следует, что уровень побочных максимумов возрос незначительно (до 10 %) и внесение АБГШ практически не повлияло на качество определения частоты повторения ударных импульсов. Глобальный максимум в кепстре  $S(F)$ , как и в случае отсутствия шума, располагается на частоте 9 Гц и приближенно (с той же погрешностью 12,5 %) отражает период вейвлет-спектра.

Проверка эффективности алгоритма на реальных данных осуществлена при помощи среды MATLAB. Реализация сигнала представляет собой запись вибрации редуктора клетки прокатного стана длительностью  $T = 1$  с, в котором присутствует дефект одного из зубчатых колес, вращающегося с частотой  $F_d = 12,9$  Гц. На рис. 3, *a*, *б* представлены временная диаграмма вибросигнала  $x(t)$  и его скалограмма  $E(a)$  при  $a \in [1, 200]$ .

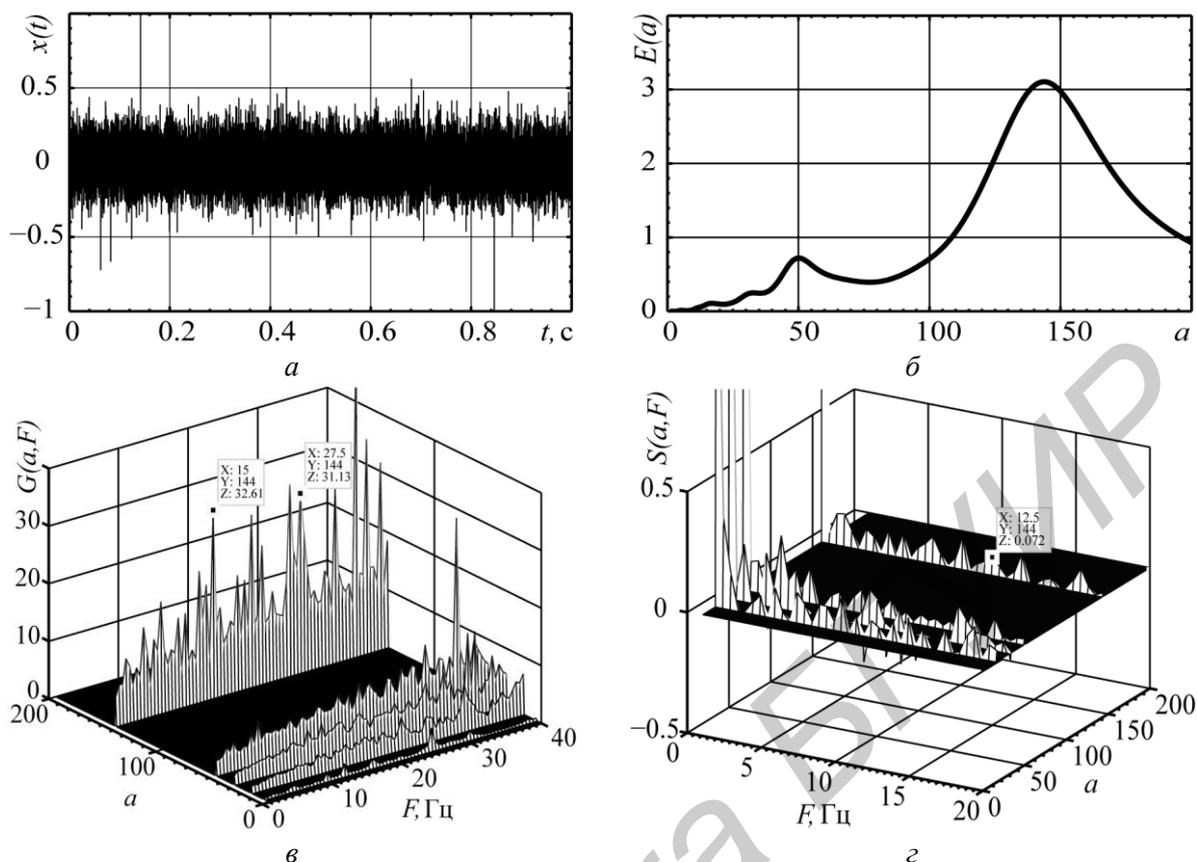


Рис. 3. Вибросигнал редуктора: *a* – временная диаграмма; *б* – скалограмма; *в* – вейвлет-спектр; *г* – кепстр

Из скалограммы определены локальные максимумы при масштабных коэффициентах  $a = 5, 17, 33, 50, 144$ . Результаты вычисления ПВП в форме  $G(a, F)$  при вышеуказанных значениях  $a$ ,  $\Delta F = 0,5$  Гц,  $\Psi(t, a, F) \in [1, 40]$  Гц и его кепстра  $S(a, F)$  представлены на рис. 3, *в*, *г*. В полученном вейвлет-спектре при  $a = 144$  выражен пик на частоте 15 Гц, и его повторение на 27,5 Гц. Соответствующий локальный максимум кепстра расположен на частоте 12,5 Гц, что соответствует искомой частоте дефекта  $F_d = 12,9$  Гц с погрешностью 3,1 %.

### Заключение

Предложен алгоритм оценки частоты повторения ударных импульсов в вибрационных сигналах на основе периодического вейвлет-преобразования и вейвлета “sin\_pow”.

Эффективность алгоритма проверена путем обработки данных модели дефекта зубчатой пары, а также данных измерений аналогичного дефекта редуктора клетки прокатного стана на РУП БМЗ.

В чистом сгенерированном сигнале однозначно выделена частота повторения ударных импульсов с погрешностью 12,5 %. Добавление к сигналу БГШ до отношения сигнал/шум 5 дБ вызвало незначительное повышение уровня побочных максимумов (до 10 %), что не повлияло на точность определения частоты моделируемого дефекта. Использование алгоритма при отношении сигнал/шум менее 5 дБ оказалось невозможным.

Поиск в наборе реальных данных возможных дефектов на основе их моделей привел к верному обнаружению присутствующих в сигнале импульсных периодичностей и выявлению дефекта зубчатой пары (с погрешностью выявления частоты 3,1 % относительно модельной). Обнаружено, что слабым местом предложенного алгоритма является применение кепстрального анализа в чистом виде, так как на данном шаге в автоматическое определение частот повторения импульсов вносится наибольшая погрешность.

Таким образом, подтверждена применимость алгоритма для вибрационной диагностики

технического состояния ротационных узлов механических систем по моделям дефектов. Предложенный способ определения периодичностей продемонстрировал удовлетворительные результаты, что позволяет рекомендовать его к внедрению в практическую диагностику ротационных узлов. Предметом дальнейшего исследования предлагается сделать эффективность автоматического выявления дефектов описанных большим числом различных моделей и улучшение способов анализа на последнем шаге алгоритма.

## SHOCK PULSE REPETITION FREQUENCY ESTIMATION BY PERIODIC WAVELET TRANSFORM

I.G. DAVYDOV, S.U. VASIUKEVICH, A.V. TSURKO, I.M. SEGLIUK

### Abstract

The algorithm for shock pulse repetition frequency estimation based on periodic wavelet transform was proposed. The algorithm was applied to both synthesized and real vibration data. The applicability of the algorithm for vibration diagnostics of rotating machinery health by model defects was confirmed.

### Список литературы

1. *Генкин М.Д., Соколова А.Г.* Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М., 1987.
2. *Давыдов И.Г., Лыньков Л.М., Левкович В.Н.* // Докл. БГУИР. 2005. Т. 1, № 3. С. 48–52.
3. *Щукин Е.Л.* Разработка метода анализа импульсных составляющих случайных процессов вибрации приводов горных машин : Дисс. ... канд. техн. наук. Кемерово, 2003.
4. *Benedetto J.J., Pfander G.E.* // SIAM Journal on Applied Mathematics. 2006. Vol. 62, Is. 4 P. 1329–1368.
5. *Астафьева Н.М.* // Успехи физических наук. 1996. Т.166, № 11. С. 1145–1170.
6. *Васюкевич С.Ю., Давыдов И.Г., Мигалевич С.А.* // Тез. докл. VIII Белорусско-российской НТК «Технические средства защиты информации». Браслав, 24–28 мая 2010. С. 106.

УДК 621.383

## ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ПОСЛЕИМПУЛЬСОВ В ЛАВИННЫХ ФОТОПРИЕМНИКАХ

А.О. ЗЕНЕВИЧ

Высший государственный колледж связи  
Ф. Скорины, 8/2, Минск, 220114, Беларусь

Поступила в редакцию 24 июня 2014

Предложена модель образования послеимпульсов в лавинных фотоприемниках, работающих в режиме счета фотонов, которая позволяет учитывать тип ловушечного уровня захвата носителя, вид носителя заряда захваченного на такой уровень и эффект мертвого времени.

*Ключевые слова:* счет фотонов, лавинный фотоприемник, послеимпульсы.

### Введение

В науке и технике лавинные фотоприемники (ЛФП), работающие в режиме счета фотонов, получили широкое распространение в квантовой криптографии, устройствах для тестирования опико-волоконных линий связи, при регистрации кинетики затухания флюоресценции, измерении статистики фотонов, в системах лазерной локации.

Одной из характеристик ЛФП в режиме счета фотонов является вероятность образования послеимпульсов [1–4]. Послеимпульсами называются импульсы, которые образуются в фотоприемнике вслед за темновыми импульсами и сигнальными импульсами и имеющие с ними корреляционную связь. Послеимпульсы приводят к искажениям при регистрации статистических распределений и корреляционных функций потоков фотонов, изменению пороговой чувствительности фотоприемника. Поэтому необходимо установить физические процессы, условия эксперимента (температура, напряжение питания и др.), влияющие на образование послеимпульсов, чтобы уменьшить их количества.

Предложена физическая модель образования послеимпульсов в ЛФП [5]. Согласно этой модели основной вклад в образование послеимпульсов вносит захват свободных носителей заряда на ловушечные уровни с последующей их реэмиссией (электронов в зону проводимости и дырок в валентную зону). Однако в ней не учитываются влияния на образование послеимпульсов размеров микроплазменного канала, вида носителя заряда, захваченного на ловушечный уровень, и эффекта мертвого времени.

Поэтому целью данной работы является построение фотоэлектрической модели образования послеимпульсов, которая учитывает размер микроплазменного канала, вид носителя заряда, захваченного на ловушечный уровень, и эффект мертвого времени.

### Физическая модель образования послеимпульсов

Счет фотонов ЛФП реализуется при микроплазменном пробое  $p$ - $n$ -перехода [3], поэтому вероятность захвата носителей зарядов будет зависеть от их концентрации и числа незаселенных ловушечных уровней  $N_{\text{л}}$  в канале микроплазменного пробоя. Во время микроплазменного пробоя будут возникать два типа носителей электрического заряда – электроны и дырки. Концентрацию электронов  $n_e$  и дырок  $n_p$  в канале микроплазменного

пробоя можно считать приблизительно одинаковой, так как при ударной ионизации в полупроводнике нейтрального атома образуются электрон и дырка.

По своей физической природе ловушечные уровни можно разделить на три основных типа: а) кулоновские центры притяжения, б) нейтральные, в) кулоновские центры отталкивания.

Каждый из ловушечных уровней имеет свое эффективное сечение захвата электрона  $\sigma_e$ , и чем больше его величина, тем выше вероятность захвата свободного носителя заряда на этот уровень. Далее будем считать, что в области микроплазменного пробоя присутствуют ловушечные уровни только одного вида. Это значит, что они имеют одинаковое значение  $\sigma_e$  и одинаковое время жизни  $\tau_e$  носителей на этих уровнях. Тогда вероятность  $P_{л}$  захвата электрона на ловушечный уровень равна:  $P_{л} = \frac{N_{л}\sigma_e}{S_{мк}}(1 - f_e)$ , где  $S_{мк}$  – площадь поперечного сечения

канала микроплазменного пробоя,  $f_e$  –доля ловушечных уровней, заселенных электронами в состоянии термодинамического равновесия.

Количество электронов  $N_e$ , захваченных на ловушечные уровни, будет зависеть от числа электронов  $M_e$ , образующихся в канале микроплазмы во время ее пробоя. В свою очередь, величина  $M_e$  определяется емкостью микроплазменного канала  $C_{мк}$  и зависит от превышения напряжением питания ЛФП  $U_{п}$  величины напряжения пробоя канала микроплазмы  $U_{пр}$ , т.е. от перенапряжения  $\Delta U = U_{п} - U_{пр}$ . Для числа электронов, захваченных на ловушечные уровни, можно записать следующее выражение:

$$N_e = M_e P_{л} = \frac{C_{мк} \Delta U}{e} \frac{N_{л} \sigma_e}{S_{мк}} (1 - f_e), \quad (1)$$

где  $e$  – заряд электрона.

Долю заселенных ловушечных уровней можно определить из функции распределения Ферми-Дирака [6], тогда выражение (1) можно записать в следующем виде:

$$N_e = \frac{C_{мк} \Delta U}{e} \frac{N_{л} \sigma_e}{S_{мк}} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_e - W_F}{kT}\right]} \right), \quad (2)$$

где  $W_e$  – энергия ловушечного уровня,  $W_F$  – энергия уровня Ферми,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – температура,  $g$  – фактор вырождения.

С увеличением  $\Delta U$  растет число электронов, захваченных на ловушечные уровни, до тех пор, пока число электронов, образующихся во время пробоя, не станет значительно большим  $N_{л}$ . В этом случае после протекания микроплазменного пробоя все ловушечные уровни окажутся заселенными. Уменьшение температуры приводит к увеличению числа незаселенных ловушечных уровней, поэтому при понижении температуры увеличивается число электронов, захваченных на ловушечные уровни.

Захват электронов на незаселенные ловушечные уровни происходит во время пробоя микроплазменного канала. После прекращения электрического пробоя в канале микроплазмы происходит уменьшение числа заселенных ловушечных уровней. Для этого процесса можно записать следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dN_{л}}{N_{л}} = -\frac{dt}{\tau_e}, \quad (3)$$

где  $dN_{л}$  – изменение числа заселенных ловушечных уровней после окончания пробоя за промежуток времени  $dt$ .

Возьмем за начальный момент времени  $t = 0$  время окончания пробоя в микроплазменном канале. Тогда решение уравнения (3) имеет вид:

$$N_{л} = N_{0л} \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right), \quad (4)$$

где  $N_{0л}$  – количество заселенных ловушечных уровней в канале микроплазмы после окончания пробоя в нем.

Уменьшение числа заселенных ловушечных уровней  $N_{л}$  будет происходить за счет процесса рекомбинации через ловушечные уровни и реэмиссии электронов в зону проводимости. Процесс реэмиссии электронов приводит к появлению свободных электронов, способных инициировать микроплазменные пробои, формирующие послеимпульсы в ЛФП. Поскольку  $N_{0л} = N_e$ , то на основании формул (2) и (4) можно записать выражение для числа электронов  $N_{re}$ , реэмиссия которых произошла в зону проводимости:

$$N_{re} = \frac{P_{er} C_{мк} \Delta U}{e} \frac{N_{ел} \sigma_e}{S_{мк}} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_e - W_F}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_e}\right),$$

где  $P_{er}$  – вероятность реэмиссии электрона с ловушечного уровня в зону проводимости,  $N_{ел}$  – число незаселенных ловушечных уровней электронами.

Если после прохождения сигнального (обусловленного фотоном регистрируемого оптического излучения) или темнового (возникающего в результате термогенерации носителей заряда в ЛФП) импульса реэмиссия носителей заряда с ловушечных уровней произойдет в течение мертвого времени ЛФП  $\tau_d$ , то это не приведет к возникновению пробоя в канале микроплазмы, и следовательно, импульс тока на выходе фотоприемника не будет сформирован.

Поэтому величину  $N_{re}$  в конце интервала времени  $\tau_d$  можно определить по формуле:

$$N_{re} = \frac{P_{er} C_{мк} \Delta U}{e} \frac{N_{ел} \sigma_e}{S_{мк}} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_e - W_F}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t + \tau_d}{\tau_e}\right).$$

Пусть вероятность запуска лавинного пробоя в канале микроплазмы свободным электроном  $P_e$ . Тогда вероятность возникновения пробоя в канале микроплазмы  $z$  в момент времени  $t > \tau_d$  можно определить по формуле:

$$z = P_e N_{re} = \frac{P_e P_{er} C_{мк} \Delta U}{e} \frac{N_{ел} \sigma_e}{S_{мк}} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_e - W_F}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t + \tau_d}{\tau_e}\right). \quad (5)$$

Величина  $z$  не может быть больше единицы. Поэтому, если в выражении (5) произведение  $P_e N_{re} > 1$ , то его значение необходимо взять равным единице.

Вероятность  $Z_e$  возникновения только послеимпульса в момент времени  $t$  будет равна произведению вероятности  $P_0$  возникновения темнового или сигнального импульса в начальный момент времени  $t_0$  на  $z$  и на вероятность  $P_{и}$  того, что на промежутке времени от  $t_0$  до  $t$  не произойдет образование темнового или сигнального импульсов:

$$Z_e = P_0 P_{и} P_e N_{re} = \frac{P_0 P_{и} P_e C_{мк} \Delta U}{e} \frac{N_{ел} \sigma_e}{S_{мк}} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_e - W_F}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t + \tau_d}{\tau_e}\right). \quad (6)$$

Учитывая, что в случае регистрации предельно слабых оптических сигналов статистика отсчетов темновых и сигнальных импульсов лавинного фотоприемника соответствует распределению Пуассона [3], входящую в формулу (6) вероятность  $P_{и}$  можно записать в следующем виде:

$$P_{и} = \exp(-n_{st}(t + \tau_d)), \quad (7)$$

где  $n_{st}$  – скорость счета темновых и сигнальных импульсов.

Подставив (7) в выражение (6), получим:

$$Z_e = \frac{P_0 P_u P_p P_{pr} C_{\text{МК}} \Delta U}{e} \frac{N_{\text{ел}} \sigma_e}{S_{\text{МК}}} \exp(-n_{st}(t + \tau_d)) \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_e - W_F}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t + \tau_d}{\tau_e}\right).$$

В канале микроплазмы могут находиться ловушечные уровни с различными значениями эффективного сечения захвата электронов. Каждому такому ловушечному уровню будет соответствовать свое среднее время жизни носителя заряда на этом уровне. Тогда выражение (6) можно записать так:

$$Z_e = \frac{P_0 P_u P_p P_{pr} C_{\text{МК}} \Delta U}{e} \frac{1}{S_{\text{МК}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{ел}}} \sigma_{ei} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_{ei} - W_F}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t + \tau_d}{\tau_{ei}}\right),$$

где  $\sigma_{ei}$  – эффективное сечение захвата электронов  $i$ -ого ловушечного уровня,  $W_{ei}$  – энергия  $i$ -ого ловушечного уровня захвата электронов,  $\tau_{ei}$  – время жизни электрона на  $i$ -ом ловушечном уровне.

Проделав аналогичные рассуждения, можно получить значение  $Z_p$  для случая захвата на ловушечные уровни только дырок:

$$Z_p = \frac{P_0 P_u P_p P_{pr} C_{\text{МК}} \Delta U}{e} \frac{1}{S_{\text{МК}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{пл}}} \sigma_{pi} \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{g} \exp\left[\frac{W_F - W_{pi}}{kT}\right]} \right) \exp\left(-\frac{t + \tau_d}{\tau_{pi}}\right),$$

где  $\sigma_{pi}$  – эффективное сечение захвата дырок  $i$ -ого ловушечного уровня,  $W_{pi}$  – энергия  $i$ -ого ловушечного уровня захвата дырок,  $\tau_{pi}$  – время жизни дырок на  $i$ -ом ловушечном уровне,  $P_{pr}$  – вероятность реэмиссии дырки с ловушечного уровня в валентную зону,  $P_p$  – вероятность запуска лавинного пробоя в канале микроплазмы дыркой,  $N_{\text{ел}}$  – число незаселенных ловушечных уровней дырками.

В случае, когда в области микроплазменного пробоя может произойти захват на ловушечный уровень как электрона, так и дырки, вероятность возникновения послеимпульса  $Z = Z_e + Z_p$ . Далее выполнена экспериментальная проверка модели.

### Методика и условия эксперимента

Для экспериментального определения зависимости  $Z(t)$  может быть использована автокорреляционная функция выходных импульсов ЛФП, работающего в режиме счета фотонов. Для этого вычисляется автокорреляционная функция выходного потока импульсов фотоприемника, работающего в режиме счета фотонов, по формуле:  $G(l) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m N_j N_{j+l}$ , где

$m$  – число измерений,  $j$  – номер временного канала,  $N_j$  и  $N_{j+l}$  – число импульсов в каналах  $j$  и  $j+l$  соответственно,  $l = 1, 2, \dots, n$ . Если на ЛФП поступают фотоны с пуассоновской статистикой, то образованный этими фотонами поток электрических импульсов должен иметь автокорреляционную функцию, равную постоянному значению [7]. Послеимпульсы приводят к отклонению статистического распределения импульсов ЛФП от распределения Пуассона, что можно определить по виду автокорреляционной функции, значение которой перестает быть постоянным.

Измерения автокорреляционных функций осуществлялись при помощи однобитового коррелятора [3]. В однобитовом корреляторе длительность временного канала  $\Delta t$  выбиралась такой, чтобы за интервал  $\Delta t$  ЛФП регистрировал не более одного импульса. Отметим, что в качестве стартового импульса для начала измерения автокорреляционной функции использовался первый регистрируемый импульс. Все это позволяет измерить  $P_l$  вероятность

появления импульса в ЛФП после стартового импульса для темновых и смеси темновых и сигнальных импульсов. Тогда  $P_l$  можно записать в виде:  $P_l = \frac{G(l)}{m}$ .

Вероятность  $Z(t)$  можно определить по следующей формуле:  $Z(t) \approx P_l - P_0 = \frac{G(l) - G(100)}{m}$ , где  $P_0$  – вероятность образования импульсов на выходе ЛФП в

отсутствие послеимпульсов. Считалось, что при  $l = 100$  после стартового импульса послеимпульсы отсутствуют.

В качестве объектов исследования использовались серийно выпускаемые кремниевые лавинные фотодиоды ФД-115Л и ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом, изготовленные в Институте физике НАН Беларуси.

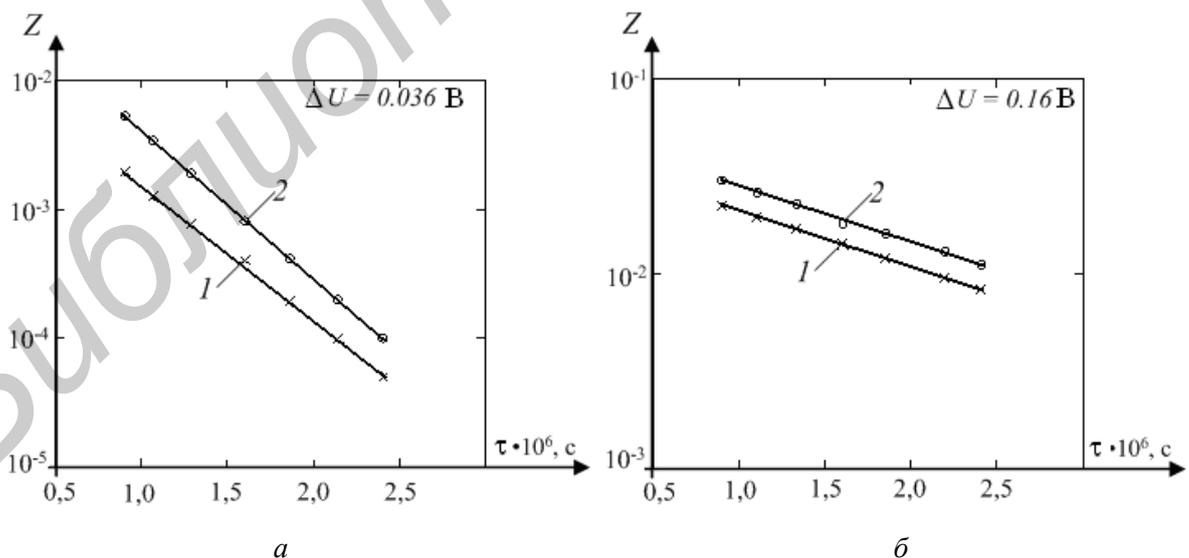
Для реализации режима счета фотонов ЛФП включался по схеме пассивного гашения лавины [3]. Для проведения исследований использовалась установка, описание которой дано в работе [8], в ней вместо аппаратно-программного измерительного комплекса использовался одноканальный коррелятор, который вычислял автокорреляционную функцию выходного потока импульсов ЛФП.

В качестве источника оптического излучения с пуассоновской статистикой фотонов использовались светодиоды с различными длинами волн в диапазоне 0,5÷1,1 мкм. Излучение от светодиода подавалось на ЛФП через нейтральный светофильтр и диафрагму. Величина коэффициента ослабления оставалась постоянной. Диафрагма использовалась для перекрытия оптического излучения, поступающего на ЛФП. Исследования проводились при температуре 293 К.

Поскольку для различных ЛФП напряжения пробоя  $U_{пр}$  различны, то при сравнении зависимостей их характеристик от напряжения питания использовалась величина перенапряжения  $\Delta U$ . Напряжение пробоя для ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом  $U_{пр} = 75,00$  В, а для ФД-115Л  $U_{пр} = 51,44$  В.

### Экспериментальные результаты

На рисунке представлены зависимости  $Z(t)$  для двух типов исследуемых кремниевых ЛФП для темновых и смешанных (темновых и сигнальных) импульсов.



Зависимость вероятности возникновения послеимпульсов от времени для темновых (1) и смешанных (2) импульсов: а – ФД-115Л скорость счета темновых импульсов  $n_t = 11098$  с<sup>-1</sup>, а  $n_{st} = 17231$  с<sup>-1</sup>; б – ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом,  $n_t = 8348$  с<sup>-1</sup>, а  $n_{st} = 16750$  с<sup>-1</sup>

Зависимости  $Z(t)$  для обоих типов ЛФП имеют экспоненциальный вид. Для ФД-115Л вероятность послеимпульсов изменялась от 0,001 до 0,016, а ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом – от 0,033 до 0,12. С увеличением перенапряжения  $\Delta U$  вначале вероятность образования

послеимпульсов увеличивалась, а затем уменьшалась. При увеличении длины волны  $\lambda$  регистрируемого оптического излучения происходило незначительное уменьшение времени жизни  $\tau$ , при этом вероятность образования послеимпульсов не изменялась.

Среднее время жизни носителей заряда на ловушечных уровнях принимало значение от  $\tau = 1,9 \cdot 10^{-7}$  с до  $\tau = 5,3 \cdot 10^{-7}$  с для темновых и смешанных импульсов при изменении перенапряжения и интенсивности засветки ФД-115Л, а для ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом – от  $\tau = 7,2 \cdot 10^{-7}$  с до  $\tau = 2,8 \cdot 10^{-6}$  с.

### Заключение

Из полученных экспериментальных результатов следует, что зависимость вероятности образования послеимпульсов от времени изменяется по экспоненциальному закону. Это свидетельствует о том, что в  $p$ - $n$ -переходах, рассматриваемых лавинных фотоприемников, захват носителей заряда осуществляется в основном на ловушечные уровни одного типа.

Отличие вероятностей образования послеимпульсов в ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом от лавинных фотодиодов ФД-115Л связано с различной концентрацией ловушечных уровней в каналах микроплазменного пробоя этих фотоприемников. Большую концентрацию ловушечных уровней имели ЛФП с плавным  $p$ - $n$ -переходом, поэтому для них наблюдается и большая вероятность образования послеимпульсов. На основании изменения времени жизни на ловушечном уровне от длины волны оптического излучения можно сделать вывод, что оно различно для электронов и дырок, поскольку изменение длины волны приводило к изменению энергии и типа носителей зарядов, которые инициируют появление сигнальных импульсов.

Увеличение перенапряжения приводило вначале к росту вероятности образования послеимпульсов, а затем к ее уменьшению. Это связано с увеличением коэффициента умножения носителей заряда в микроплазменном канале с увеличением  $\Delta U$ , что влечет рост количества носителей заряда, захваченных на ловушечные уровни, и, следовательно, увеличивается вероятность образования послеимпульсов. С ростом перенапряжения происходит увеличение скорости счета темновых импульсов  $n_t$ . При значительном увеличении темновых импульсов (в нашем случае  $n_t \geq 10^5$  с<sup>-1</sup>) начинает проявляться эффект мертвого времени, который и приводит к уменьшению образования послеимпульсов. Действие этого эффекта заключается в том, что чем выше скорость счета импульсов, тем больше длительность мертвого времени, поскольку при включении ЛФП по схеме пассивного гашения лавины мертвое время является подливающимся [3]. Увеличение времени жизни носителей заряда на ловушечных уровнях с увеличением перенапряжения, по всей видимости, связано с тем, что с ростом  $\Delta U$  увеличивается энергия, которую приобретают свободные носители зарядов между соударениями. Это способствует их захвату на долгоживущие ловушечные уровни.

Таким образом, предложенная модель учитывает основные процессы, приводящие к образованию послеимпульсов, их зависимость от температуры, величины перенапряжения, спектрального состава и мертвого времени ЛФП.

*Работа выполнена при поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (договор №Т11ОБ-043).*

## PHOTOELECTRIC PATTERN OF AFTERPULSES GENERATION IN AVALANCHE PHOTODETECTORS

A.O. ZENEVICH

### Abstract

The pattern of afterpulses generation in avalanche photodetectors, operating in the photon counting mode is offered. This pattern allows to take into account the trapped level type of carrier trapping, type of charge carrier, trapped on such level and the dead time effect.

### Список литературы

1. *Апанасович В.В.* // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 12. С. 2409–2412.
2. *Апанасович В.В., Новиков Е.Г.* // Радиотехника и электроника. 1988. Вып. 3. С. 620–624.
3. *Гулаков И.Р., Холондырев С.В.* Метод счета фотонов в оптико-физических измерениях. Минск, 1989.
4. *Гулаков И.Р., Зеневич А.О.* // Докл. БГУИР. 2008. № 2 (32). С. 19–25.
5. *Jensen K.E., Norton P.I., Dierr E.K. et al.* // Applied Physics Letters. 2006. № 88. P. 133503-1–133503-3.
6. *Смит Р.* Полупроводники. М., 1982.
7. *Гулаков И.Р., Зеневич А.О., Тимофеев А.М.* // ПТЭ. 2012. № 5. С. 83–87.
8. *Гулаков И.Р., Залесский В.Б., Зеневич А.О. и др.* // ПТЭ. 2010. № 4. С. 92–97.

УДК 621.391.26

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИИ

А.А. ДЯТКО, С.М. КОСТРОМИЦКИЙ, П.Н. ШУМСКИЙ

ОАО «КБ Радар» – управляющая компания холдинга «Системы радиолокации»  
Коммунистическая, 11, Минск, 220029, Беларусь

Поступила в редакцию 17 апреля 2014

Рассмотрен метод моделирования виртуальной траектории летательного аппарата с целью дезинформации некоторой радиолокационной станции (РЛС) о воздушной обстановке в зоне ее ответственности. Приведены алгоритмы вычисления временных интервалов, определяющих моменты времени для излучения в сторону РЛС сигналов, имитирующих реальную цель.

*Ключевые слова:* траектория, система координат, аффинные преобразования.

### Введение

В современных условиях информация и информационные технологии превратились в важный ресурс, обеспечивающий обороноспособность и национальную безопасность государства. Благодаря достижениям в области информационных технологий, элементной базы и цифровых методов обработки сигналов в последние 15–20 лет наметился явный качественный скачок в развитии радиоэлектронного вооружения. Важнейшее значение в этих условиях имеет применение средств радиоэлектронной борьбы [1]. Без современных средств радиоэлектронной борьбы (РЭБ) невозможно добиться превосходства над противником, которое достигается за счет дезорганизации его информационно-управляющих и телекоммуникационных систем.

В представленной статье демонстрируется один из приемов РЭБ – создание виртуальной траектории летательного аппарата с целью дезинформации РЛС о воздушной обстановке в зоне ее ответственности.

### Постановка задачи

Имеется некоторая радиолокационная станция и система радиоэлектронной борьбы, содержащая помимо прочих устройств радиоприемное и передающее устройства.

Радиолокационная станция предполагается двухкоординатной, т.е. способной определять азимут цели и наклонную дальность до цели. Система РЭБ способна определить необходимые для имитации отраженного от цели сигнала параметры радиолокационной станции (РЛС). Будем полагать, что РЛС не способна различать сигналы, принятые по основному и боковым лепесткам диаграммы направленности антенны (ДНА). Перед системой РЭБ ставится задача: путем излучения радиоимпульсов в направлении РЛС создать у нее иллюзию сопровождения некоторой цели по заданной траектории. Будем говорить о виртуальной цели и виртуальной траектории или просто о цели и траектории.

В силу поставленной задачи возникает необходимость определения моментов времени, в которые РПУ РЭБ должен излучать в сторону РЛС сигналы, имитирующие полет цели по заданной траектории. В статье представлена методика расчета моментов времени для излучения имитирующего сигнала.

### Исходные данные и вычисление моментов времени для излучения имитирующего цель сигнала

Пусть заданы:  $(\vartheta_{RLS}, \psi_{RLS})$  – географические координаты (широта, долгота) точки расположения РЛС;  $(\vartheta_{EW}, \psi_{EW})$  – географические координаты (широта, долгота) точки расположения системы РЭБ; множество декартовых координат  $R_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N$ , определяющих траекторию цели в СК системы РЭБ;  $\Delta t$  – интервал дискретизации по времени при вычислении координат траектории цели;  $T_a$  – период вращения антенны (период обзора) РЛС,  $T_p$  – период повторения зондирующего сигнала РЛС.

Зададим на земной поверхности, которую будем считать плоской, правую систему координат (СК)  $XYZ$ , ось  $Y$  которой направлена на север. В начале этой СК расположим систему РЭБ (рис.1). Азимут цели в заданной СК будем отсчитывать от оси  $Y$  по часовой стрелке.

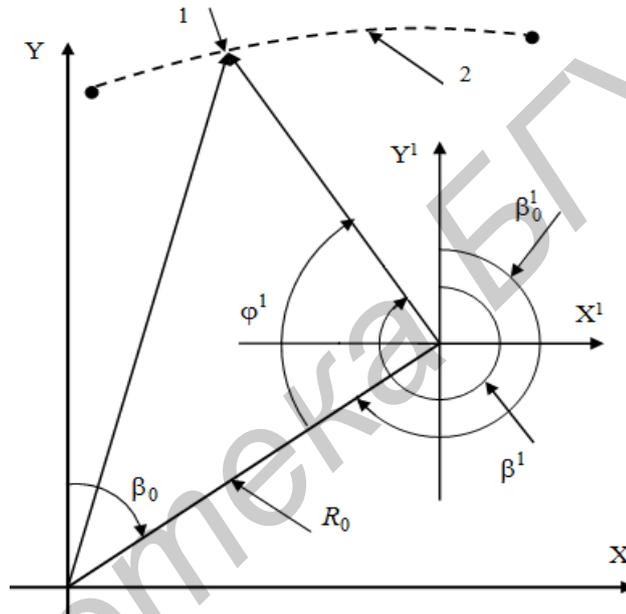


Рис. 1. Системы координат системы РЭБ и РЛС; 1 – текущее положение цели; 2 – фрагмент траектории цели

Введем в рассмотрение и другую правую систему координат  $X^1Y^1Z^1$ , ось  $Y^1$  которой направлена на север, начало которой находится в точке расположения РЛС (рис. 1). Будем полагать, что расстояние между системой РЭБ и РЛС таково, что кривизной земной поверхности и сходом меридианов можно пренебречь. В силу принятого предположения координатные оси обеих систем будут параллельны. Линию, соединяющую точки расположения системы РЭБ и РЛС, назовем линией визирования.

Введем следующие обозначения (рис. 1):  $\beta_0$  – азимут РЛС в СК системы РЭБ (азимут линии визирования);  $R_0$  – горизонтальная дальность точки расположения РЛС от точки расположения системы РЭБ;  $\beta^1$  – азимут луча ДНА РЛС для текущего положения;  $\beta_0^1$  – азимут системы РЭБ в СК РЛС (азимут линии визирования).

Вычислим декартовы координаты РЛС  $(x_s, y_s, y_s)$  в системе координат системы РЭБ:

$$\begin{cases} x_s = R_E \cos \vartheta_{EW} \Delta \psi \\ y_s = R_E \Delta \vartheta \\ z_s = 0 \end{cases}$$

и расстояние между точками расположения системы РЭБ и РЛС:  $R_0 = \sqrt{x_s^2 + y_s^2}$ , где  $\Delta \vartheta = \vartheta_{RLS} - \vartheta_{EW}$ ,  $\Delta \psi = \psi_{RLS} - \psi_{EW}$ ,  $R_E$  – средний радиус Земли.

Воспользовавшись аффинным преобразованием координат [2], получим координаты траектории цели в системе координат РЛС (СК  $X^1Y^1Z^1$ ):

$M^1 = T(x_s, y_s, z_s)M$ , где

$$M = \begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_N \\ y_0 & y_1 & \dots & y_N \\ z_0 & z_1 & \dots & z_N \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}, T(x_s, y_s, z_s) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_s \\ 0 & 1 & 0 & -y_s \\ 0 & 0 & 1 & -z_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, M^1 = \begin{pmatrix} x_0^1 & x_1^1 & \dots & x_N^1 \\ y_0^1 & y_1^1 & \dots & y_N^1 \\ z_0^1 & z_1^1 & \dots & z_N^1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

Для полученных координат траектории вычислим соответствующие им наклонную дальность и азимут:

$$D_i^1 = \sqrt{(x_i^1)^2 + (y_i^1)^2 + (z_i^1)^2}, \theta_i^1 = \arctg\left(\frac{x_i^1}{y_i^1}\right) + \frac{\pi}{2}(2 - \operatorname{sgn} x_i^1 - \operatorname{sgn} x_i^1 \cdot \operatorname{sgn} y_i^1),$$

$$\text{где } \operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & \text{при } x < 0 \\ 1, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}.$$

Вычислим также декартовы координаты начала координат системы РЭБ  $V_r = (x_r, y_r, z_r)^T = (0, 0, 0)^T$  в системе координат РЛС

$$V_r' = (x_r', y_r', z_r')^T$$

$$\begin{cases} x_r' = x_r - x_s = -x_s \\ y_r' = y_r - y_s = -y_s \\ z_r' = z_r - z_s = 0 \end{cases}$$

и азимут  $\beta_0^1$  системы РЭБ в СК РЛС (азимут линии визирования со стороны РЛС)

$$\beta_0^1 = \arctg\left(\frac{x_r'}{y_r'}\right) + \frac{\pi}{2}(2 - \operatorname{sgn} x_r' - \operatorname{sgn} x_r' \cdot \operatorname{sgn} y_r').$$

Повернем СК РЛС на угол  $\beta_0^1$  по часовой стрелке так, что ось  $Y^1$  совпадет с линией визирования и будет направлена в точку расположения системы РЭБ. В повернутой системе координат азимут  $\phi^1$  (рис. 1) будет отсчитываться от линии визирования и определяться соотношением  $\phi^1 = \beta^1 - \beta_0^1$ .

Вычислим азимуты точек траектории цели после поворота СК РЛС:

$$\phi_i^1 = \begin{cases} \theta_i^1 - \beta_0^1, & \text{при } \theta_i^1 - \beta_0^1 \geq 0 \\ \theta_i^1 - \beta_0^1 + 2\pi, & \text{при } \theta_i^1 - \beta_0^1 < 0 \end{cases} \quad (1)$$

Выполняя обзор пространства, ДНА один или два раза за период обзора будет направлена в сторону цели либо не встретит цель вообще (в зависимости от азимута цели). На рис. 2 представлена ситуация, когда контакт с целью происходит два раза, а на рис. 3 показан случай отсутствия контакта за период обзора.

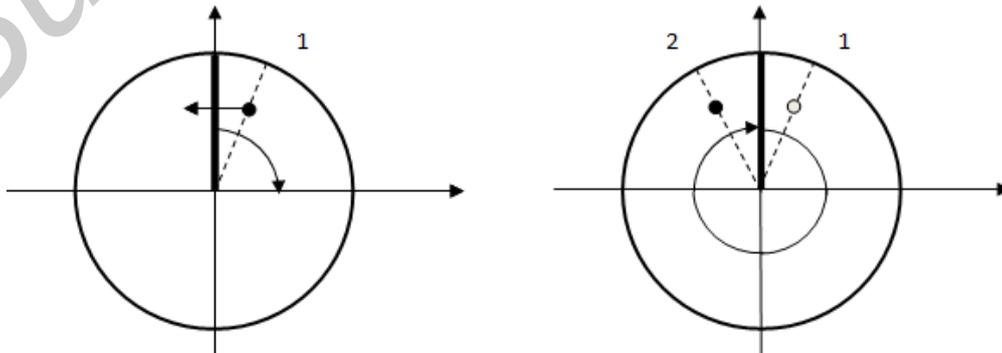


Рис. 2. Иллюстрация двукратного контакта с целью за период обзора

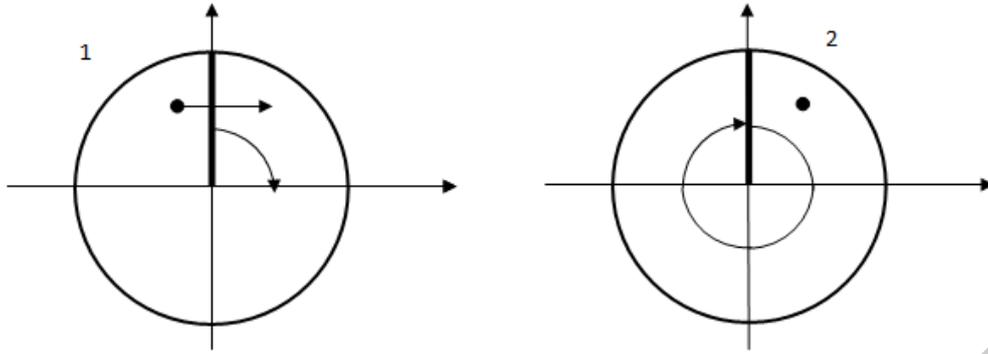


Рис. 3. Иллюстрация отсутствия контакта с целью за период обзора

Для каждого оборота антенны, когда ДНА встречает цель, можно определить момент(ы) времени, считая от момента прохождения линии визирования, когда максимум ДНА имеет направление на цель. Будем полагать, что старт цели происходит в момент времени  $t_0 = 0$  по часам РЛС, когда луч ДНА первый раз проходит линию визирования. Тогда в момент контакта ДНА РЛС с целью справедливо равенство

$$\phi^1(nT_a + t_n^x) = \phi^1(t_n^x), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_a - 1, \quad (2)$$

где  $t_n^x$  – момент времени по часам РЛС, считая от момента прохождения линии визирования, когда на  $n+1$ -ом обороте антенны положение максимума ДНА РЛС соответствует азимуту цели,  $\phi^1 = \phi^1(t)$  – азимут цели в повернутой СК РЛС,  $\phi^1 = \phi^1(t)$  – положение максимума ДНА в повернутой СК РЛС,  $n$  – число полных оборотов антенны РЛС до текущего,  $N_a = \left\lfloor \frac{N\Delta t}{T_a} \right\rfloor$  – число полных оборотов антенны РЛС за время полета цели по заданной траектории,  $[\cdot]$  – целая часть числа. Назовем это время временем виртуального контакта.

Так как  $\phi^1(t) = \omega_a t = \frac{2\pi}{T_a} t$ , где  $\omega_a = \frac{2\pi}{T_a}$  – частота вращения антенны, то уравнение (1)

можно переписать в виде

$$\phi^1(nT_a + t_n^x) = \omega_a t_n^x, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_a - 1. \quad (3)$$

Уравнение (3) представляет собой нелинейное относительно переменной  $t_n^x$  уравнение, которое для любого значения  $n$  может иметь единственный корень (один контакт с целью за период обзора), два корня (два контакта с целью за период обзора), либо не иметь корней вообще (нет контактов с целью за время обзора) для  $0 \leq t_n^x < T_a$ .

Для поиска корней уравнения (3) можно воспользоваться любым подходящим численным методом. При этом следует иметь в виду, что в случае одного контакта с целью за период обзора решение уравнения (3) следует искать для  $t_n^x \in [0, 2\pi)$ . Если же за период обзора происходит два контакта с целью, то уравнение (3) следует решать дважды – для  $t_n^x \in [0, \pi)$  и  $t_n^x \in [\pi, 2\pi)$ .

Поскольку функция  $\phi^1(t)$  определена набором своих значений (1) в дискретные моменты времени, то для любого момента времени  $t \in [t_k, t_{k+1}]$  можно воспользоваться интерполяционной формулой

$$\phi^1(t) \approx \phi_L^1(t) = \phi_k^1 + \frac{\phi_{k+1}^1 - \phi_k^1}{\Delta t} (t - t_k) = \phi_k^1 + (\phi_{k+1}^1 - \phi_k^1) \left( \frac{t}{\Delta t} - k \right), \quad (4)$$

где  $k = k(t) = \left\lfloor \frac{t}{\Delta t} \right\rfloor$ .

Заметим, что применение интерполяционной формулы (4) для вычисления значения азимута цели имеет свою особенность, связанную с тем, что при изменении угла отклонения цели  $\phi$  от оси  $Y$  в любом направлении азимут всегда находится в пределах  $[0, 2\pi)$  и вычисляется в соответствии с выражениями

$$\alpha = \text{mod}(\phi, 2\pi), \quad (5)$$

$$\phi = \begin{cases} \alpha, & \text{при } \alpha \geq 0 \\ \alpha + 2\pi, & \text{при } \alpha < 0 \end{cases}, \quad (6)$$

где функция  $\text{mod}()$  выполняет операцию деления по модулю  $2\pi$ , т. е. вычисляет остаток от деления значения угла  $\phi$  на  $2\pi$ .

Указанное обстоятельство приводит к тому, что при перемещении цели азимут как функция времени претерпевает скачок на  $-2\pi$  при переходе нулевой отметки (оси  $Y$ ) по часовой стрелке и на  $2\pi$  при переходе нулевой отметки (оси  $Y$ ) против часовой стрелки. Для этих ситуаций необходима модификация алгоритма интерполяции (4), которая приводится ниже.

Рассмотрим сначала вариант пересечения нулевой отметки по часовой стрелке. Пусть  $\phi_k$  – значение азимута до пересечения нулевой отметки, а  $\phi_{k+1}$  – после пересечения нулевой отметки. Введем новую переменную  $\phi'_{k+1}$ , где скомпенсируем скачек на  $-2\pi$ :  $\phi'_{k+1} = \phi_{k+1} + 2\pi$ . Выполним интерполяцию согласно (4), опустив для удобства верхние индексы

$$\beta'(t) = \phi_k + (\phi'_{k+1} - \phi_k) \left( \frac{t}{\Delta t} - k \right) = \phi_k + (\phi_{k+1} + 2\pi - \phi_k) \left( \frac{t}{\Delta t} - k \right) = \phi_L(t) + 2\pi \left( \frac{t}{\Delta t} - k \right).$$

После интерполяции скачек по углу восстанавливается  $\beta(t) = \beta'(t) - 2\pi$  и значение азимута определяется согласно выражениям (5) и (6).

Рассмотрим теперь вариант пересечения нулевой отметки против часовой стрелки. Пусть, как и ранее,  $\phi_k$  – значение азимута до пересечения нулевой отметки, а  $\phi_{k+1}$  – после пересечения нулевой отметки. Введем новую переменную  $\phi'_{k+1}$ , где скомпенсируем скачек на  $2\pi$ :  $\phi'_{k+1} = \phi_{k+1} - 2\pi$ .

$$\text{После преобразований, аналогичных предыдущим, получим } \beta'(t) = \phi_L(t) - 2\pi \left( \frac{t}{\Delta t} - k \right).$$

После интерполяции скачек по углу восстанавливается  $\beta(t) = \beta'(t) + 2\pi$  и значение азимута определяется согласно выражениям (5) и (6). Определим способ фиксации факта пересечения нулевой отметки азимута. Пусть  $v = |\vec{v}|$  – модуль вектора скорости цели в некоторой точке имитируемой траектории,  $v_\tau$  – модуль тангенциальной составляющей вектора  $\vec{v}$  и  $D^1$  – соответствующая этой точке дальность до цели в СК РЛС. Положим, что за время  $\Delta t$  изменение модуля азимута цели составит величину  $\Delta\beta$ . Тогда можно записать равенство

$$D^1 \Delta\beta = v_\tau \Delta t. \quad (7)$$

Из (7) получаем, что  $\Delta\beta = \frac{v_\tau \Delta t}{D^1} \leq \frac{(v_\tau)_{\max} \Delta t}{D^1} \leq \frac{v \Delta t}{D^1_{\min}} \leq \frac{v_{\max} \Delta t}{D^1_{\min}}$ , где  $(v_\tau)_{\max} = v$ ,  $v_{\max} = \max(v)$  – максимальное значение модуля скорости цели для всей траектории а  $D^1_{\min}$  – минимальное значение дальности до цели для всей траектории в СК РЛС.

Таким образом, максимальное значение изменения азимута цели за время  $\Delta t$  может составить величину  $\Delta\beta_{\max} = \frac{v_{\max} \Delta t}{D^1_{\min}}$ .

Теперь для каждого номера обзора  $n=0, 1, 2, \dots, N_a$  вычисляем азимут цели для моментов времени  $t_n = nT_a$  и  $t_{n+1} = (n+1)T_a$ :  $\phi_n^1 = \phi^1(nT_a)$ ,  $\phi_{n+1}^1 = \phi^1[(n+1)T_a]$  и значение  $\Delta\phi_n = |\phi_{n+1}^1 - \phi_n^1|$ . Тогда, если  $\Delta\phi_n > \Delta\beta_{\max}$ , то за период обзора цель пересекает нулевую отметку

азимута. При этом, если  $\phi_n^1 > \phi_{n+1}^1$ , то контакт ДНА с целью на обзоре с номером  $n+1$  не происходит (рис. 3), а при  $\phi_n^1 < \phi_{n+1}^1$  происходит два контакта ДНА с целью на одном обзоре номером  $n+1$  (рис. 2).

Далее, представим непрерывное во времени вращение антенны РЛС в виде дискретных перемещений по азимуту с интервалом времени  $T_p$ . Для такой модели излучение зондирующего импульса и прием отраженного от цели сигнала можно интерпретировать как происходящее при неподвижной антенне. Причем посылка зондирующего импульса происходит в момент перехода в очередное дискретное состояние. Пусть  $K = \lceil t_n^x / T_p \rceil$  – ближайшее к  $t_n^x$  целое число периодов излучения РЛС. Будем полагать, что  $t_n^x \approx t_n^0 = KT_p$ . В этом случае азимут цели в несмещенной СК РЛС определится из выражения  $\beta_n^1 = \beta^1(t_n^0) = \omega_a t_n^0 + \beta_0^1$ .

В момент времени  $t_n^0$  РЛС излучает зондирующий импульс и через промежуток времени  $t_n^d$ , определяемый дальностью до цели, должна получить отраженный сигнал.

Значение задержки  $t_n^d$  можно получить, воспользовавшись выражением  $t_n^d = \frac{2D^1(nT_a + t_n^0)}{c}$ , где

$c$  – скорость света, а функция  $D^1(t) \approx D_L^1(t) = D_k^1 + (D_{k+1}^1 - D_k^1) \left( \frac{t}{\Delta t} - k \right)$  представляет собой интерполяционную формулу для вычисления дальности до цели в произвольные моменты времени.

Таким образом, промежуток времени с момента прохождения ДНА линии визирования до получения отраженного от цели сигнала по часам РЛС составит

$$\Delta t_n^1 = t_n^0 + t_n^d = t_n^0 + \frac{2D^1(nT_a + t_n^0)}{c}.$$

Учтем, что в момент прохождения линии визирования РЛС излучает зондирующий сигнал, который принимается приемным устройством РЭБ с задержкой  $\tau_d = R_0/c$ .

Тем самым фиксируется начало отсчета времени по часам системы РЭБ для очередного периода обзора. Сигнал, излученный системой РЭБ в сторону РЛС достигает ее антенны также с задержкой  $\tau_d$ .

С учетом этих замечаний можно определить момент времени (по часам системы РЭБ), когда на  $n+1$ -ом обороте антенны РЛС система РЭБ должна излучить в ее сторону сигнал, имитирующий цель.  $\Delta t_n = \Delta t_n^1 - 2\tau_d$ .

Отсчет времени начинается после приема зондирующего сигнала РЛС в момент прохождения максимума ДНА линии визирования.

### Заключение

Рассмотрен метод имитации сигнала, отраженного от цели, движущейся по заданной траектории, для некоторой РЛС, выполняющей обзор пространства. Это позволяет создать эффект присутствия реального объекта в зоне ответственности этой РЛС. Метод основан на посылке системой РЭБ в сторону подавляемой РЛС сигналов, имитирующих перемещение некоторого объекта по заданной траектории.

## VIRTUAL TRAJECTORY MODELING

A.A. DYATKO, S.M. KOSTROMITSKI, P.N. SHUMSKI

### Abstract

Considered the method of modeling a virtual path of the aircraft for the purpose of some misinformation radar on the air situation in its area of responsibility. The method is based on the premise system electronic warfare in the overwhelming radar signals that mimic the movement of an object along a predetermined path. The algorithms for calculating time intervals defining moments for the radiation in the direction of the radar signals that mimic the real purpose are given.

### Список литературы

1. *Куприянов А.И., Сахаров А.И.* Теоретические основы радиоэлектронной борьбы. М., 2007.
2. *Порев В.Н.* Компьютерная графика. СПб, 2002.

Библиотека БГУИР

УДК 621.396.662

## ПРЯМОЙ ЦИФРОВОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ СИНТЕЗАТОР ЧАСТОТЫ С ДЕЛЬТА-СИГМА ФАЗОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИЕЙ

А.И. ПОЛИКАРОВСКИХ

*Одесская национальная академия связи имени О.С.Попова  
ул. Ковальська, 1, Одесса, 65045, Украина*

*Поступила в редакцию 19 марта 2014*

Рассмотрен дельта-сигма вычислительный синтезатор прямого синтеза с фазовой интерполяцией. Фазовая интерполяция выполнена с помощью интегратора на единичном конденсаторе и цифро-аналоговом преобразователе. Дельта-сигма преобразование обеспечивает высокую разрешающую способность по частоте и низкий шум квантования на выходе прямого цифрового синтезатора частоты. Промоделирована работа такого синтезатора, что подтвердило высокие качественные характеристики синтезированных сигналов.

*Ключевые слова:* вычислительный синтезатор частоты, фазовая интерполяция, фазовый шум, дельта-сигма модуляция.

### Введение

Прямые цифровые синтезаторы частоты играют важную роль в современных радиоэлектронных устройствах. Это обеспечивается многими значительными преимуществами таких синтезаторов: скоростью перестройки частоты, высокой разрешающей способностью, широкой синтезированной полосой частот. Многоуровневые DDS в силу своей технологичности, надежности, возможности микроминиатюризации и уникальности технических характеристик (неразрывность фазы во время переключения с частоты на частоту, возможность формирования сигналов сложной формы, цифровое управление амплитудой, частотой и фазой исходного колебания) на сегодня нашли широкое применение в системах связи. Одним из основных параметров синтезаторов частоты является относительная спектральная плотность мощности (СПМ) фазовых шумов, которая измеряется при разных значениях частоты отстройки от опорного колебания.

Типичный ЦВС (цифровой вычислительный синтезатор – DDS) состоит из фазового аккумулятора [1], постоянного запоминающего устройства со значениями преобразования фаза-амплитуда и цифро-аналогового преобразователя. Фазовый аккумулятор превращает значение входного слова синтезированной частоты в значение фазы синтезированного сигнала. После чего постоянное запоминающее устройство превращает отсчеты фазы в отсчеты амплитуды выходного сигнала. Уровень искажений выходного сигнала значительно возрастает вследствие операции отсечения фазового слова синтезатора, которое проводится из-за невозможности использования в синтезаторах больших объемов постоянного запоминающего устройства по ряду причин: стоимость, большая потребляемая мощность, площадь, которую будет занимать такой синтезатор, низкое быстродействие считывания значения отсчетов амплитуды из ПЗУ. Для уменьшения размера ПЗУ используют целый ряд техник, которые подробно описаны в [2].

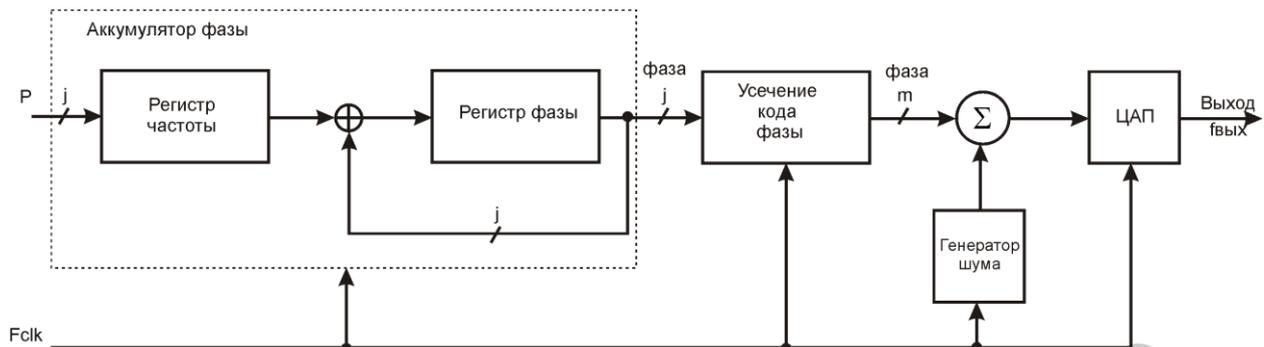


Рис. 1. Структурная схема синтезатора с псевдощумовым генератором для компенсации периодической составляющей отсечения фазового слова

Другим подходом для уменьшения уровней боковых синтезированных колебаний является использование псевдощумовых генераторов, сигналы которых прибавляются к фазовому слову синтезатора (рис. 1).

Относительно новым подходом к уменьшению боковых составляющих считается использование ЦВС с фазовой интерполяцией. В этом случае фазовый аккумулятор направляет значение фазы в генератор задержки. Генератор задержки задерживает исходный сигнал пропорционально величине фазовой ошибки относительно возникновения сигнала переноса фазового аккумулятора. Такой синтезатор будет иметь высокие показатели максимальной синтезированной частоты с малым значением потребляемой мощности вследствие отказа от преобразователя фаза-амплитуда.

### Результаты и их обсуждение

Необходимо рассмотреть структурные элементы прямых цифровых синтезаторов частоты, которые позволят уменьшить фазовую нестабильность положения импульсов переполнения фазового аккумулятора. В работе поставлены следующие цели:

- исследовать структурные элементы прямых цифровых синтезаторов частоты, которые приводят к фазовой нестабильности положения импульсов переполнения фазового аккумулятора;
- разработать математические модели фазовых аккумуляторов прямых цифровых синтезаторов частоты и структур, которые уменьшат фазовую нестабильность выходного сигнала синтезатора;
- исследовать с помощью разработанной математической модели шумовые характеристики ЦВС.

На рис. 2 представлена структурная схема ЦВС с интерполяцией положения фазовых импульсов. Он состоит из фазового интерполятора, который управляется исходным словом фазового аккумулятора. Шаг фазового интерполятора пропорционален  $\frac{2\pi}{2^{N_a}}$ , где  $N_a$  – разрядность фазового аккумулятора. Каждый тактовый цикл аккумулятор фазы прибавляет постоянное значение к своему выходу, соответственно задержка фазового интерполятора возрастает с ростом значения фазового аккумулятора.

Временная диаграмма на рис. 3 описывает работу фазового интерполятора. Аккумулятор фазы возрастает с каждым тактовым импульсом  $Clk$  на величину  $P$ . Тогда задержка фазового интерполятора будет пропорциональной значению фазы фазового аккумулятора. Когда сигнал переноса формируется в фазовом аккумуляторе, выход фазового интерполятора должен быть задержан для каждого такта  $Clk(i)$  фазы  $\varphi_A + 2\pi$  или  $Clk(i+1)$  фазы  $\varphi_A$ . Для того чтобы ликвидировать двусмысленность переходы через полный цикл  $2\pi$ , сигнал  $Clk\_2$  формируется из сигнала  $Clk$  с удалением  $Clk(i)$  импульса.

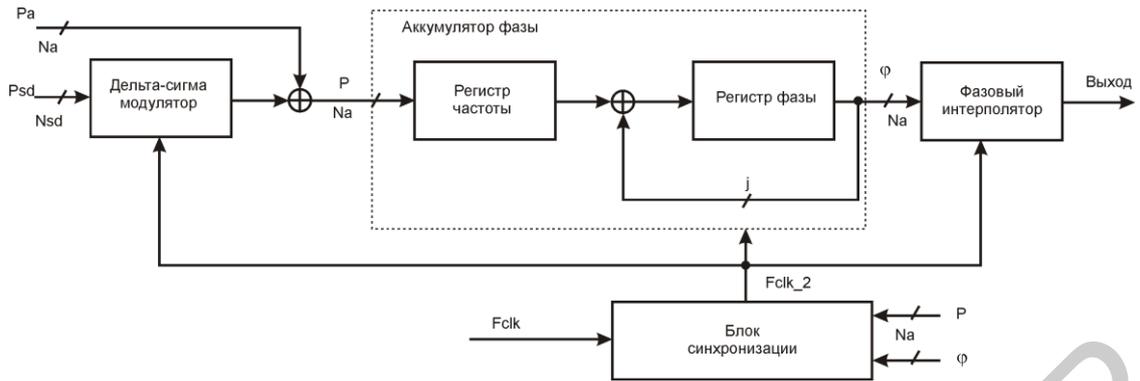


Рис. 2. Структурная схема прямого цифрового синтезатора с дельта-сигма интерполятором фазы

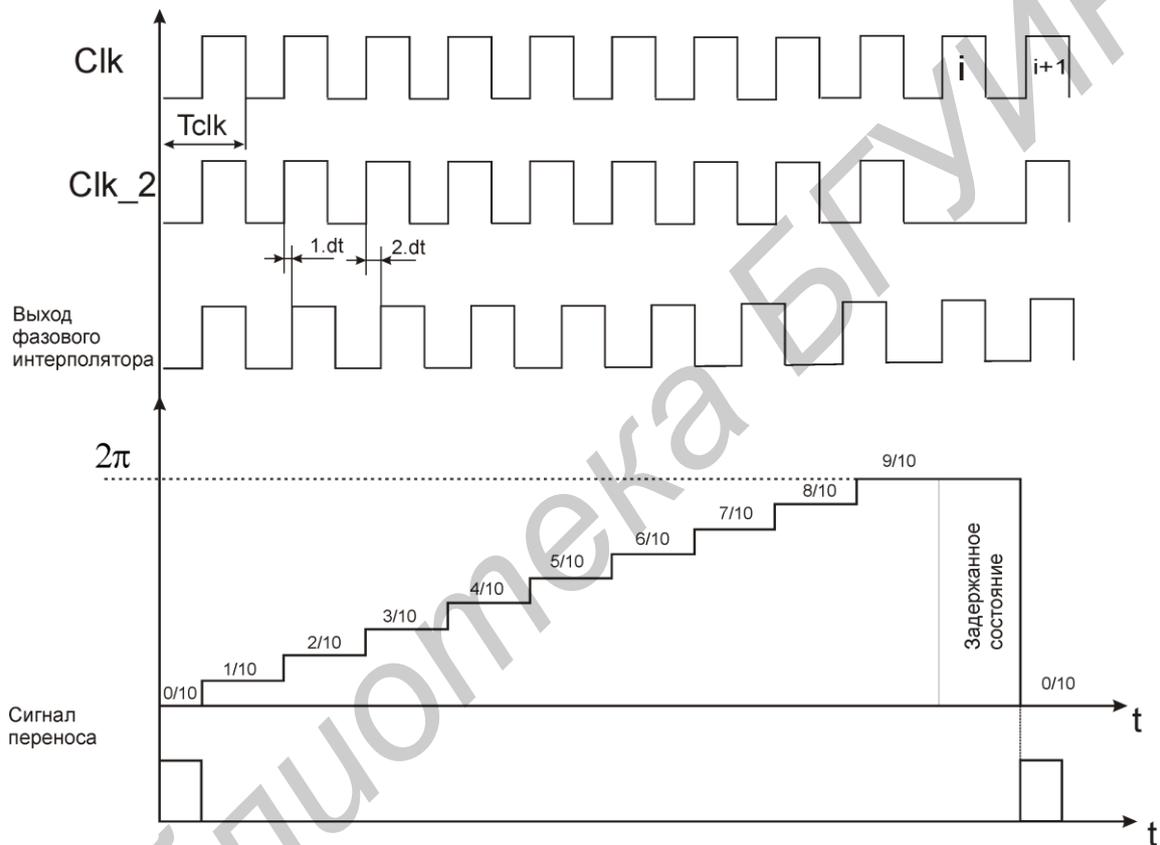


Рис. 3. Временная диаграмма работы прямого цифрового синтезатора с интерполятором фазы

Таким образом, синтезированный период может быть записан следующим образом:

$$T = T_{clk} + dt \cdot \quad (1)$$

Временной прирост может быть представлен как

$$\frac{dt}{T_{clk}} = \frac{\varphi_A}{2\pi} = \frac{P}{2^{N_a}} \cdot \quad (2)$$

Исходная частота импульсов ЦВС тогда может быть вычислена методом подстановки (2) в (1):

$$f_{out} = \frac{f_{clk}}{1 + \frac{P}{2^{N_a}}} \cdot \quad (3)$$

Рост разрешающей способности синтезатора по частоте может быть обеспечен увеличением разрядности фазового аккумулятора или дельта – сигма модуляцией значения  $P$  [3]. Применение дельта-сигма модуляторов приводит к росту потребляемой мощности

синтезатором. Кроме того дельта-сигма модуляция подавляет шумы квантования в полосе синтезированного сигнала [4].

Чем выше частота тактирования, тем выше находится полоса подавления и тем легче выполнить фильтрацию. Использование дельта-сигма модулятора как показано на рис. 2, позволяет представить фазу  $P$  которая состоит из двух частей:  $P_a$  – как целая часть значения фазы и  $P_{sd}$  – как дробовое значение фазы.  $P_{sd}$  – это величина которая имеет знак и меняется в пределах  $-2^{sd} \dots +2^{sd}$ . Изберем в качестве дельта-сигма модулятора 2-х модулятор MASH11 [5]. То есть значение выхода дельта-сигма модулятора будет находиться в пределах  $-3$  и  $3$ . Тогда уравнение (3) можно преобразовать в (4):

$$f_{out} = \frac{f_{clk}}{1 + \frac{P_a + \frac{P_{sd}}{2^{N_{sd}-1}}}{2^{N_a}}} \quad (4)$$

Фазовый интерполятор состоит из интегратора двойного наклона на единичном конденсаторе для предотвращения несогласования и минимизации площади интегратора, см. рис. 4. Интерполятор функционирует следующим образом: 1 – конденсатор  $C$  – разряженный, 2 – происходит зарядка ток  $V_c$ , 3 – после этого происходит сбрасывание заряда конденсатора, после появления сигнала переноса на выходе аккумулятора, для предотвращения перехода через значение  $2\pi$ . Для того чтобы реализовать все функции фазового интерполятора блок логики на рис 4. должен функционировать на частоте в 4 раза выше чем синтезированный сигнал. Значение наклона кривой интегрирования можно вычислить из (5), где  $K$  лежит в пределах от 0 до  $2^{N_a} - 1$ :

$$V = \int_0^{T_{clk}} \frac{I_v}{C} dt = \int_0^{T_{clk}} \frac{K \cdot I_0}{C} dt = K \cdot \frac{I_0}{C} \cdot T_{clk} \quad (5)$$

Постоянная наклона формируется, когда все источники тока цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) переключатся и напряжение будет пропорциональным:

$$V_c = \int_0^{\Delta T_i} \frac{I_c}{C} dt = \int_0^{\Delta T_i} \frac{(2^{N_a-1}) \cdot I_0}{C} dt = (2^{N_a-1}) \cdot \frac{I_0}{C} \cdot \Delta T_i \quad (6)$$

Напряжение на конденсаторе уравнивается с напряжением источника питания в момент времени  $T_{clk} + \Delta T_i$  когда напряжение питания равно

$$V_{пит} = (2^{N_a-1}) \cdot \frac{I_0}{C} \cdot T_{clk} \quad (7)$$

Подстановка (5), (6) и (7) приводит к

$$\Delta T_i = \frac{(2^{N_a} - 1) \cdot K}{2^{N_a} - 1} \cdot T_{clk} \quad (8)$$

То есть  $\Delta T_i$  представляет собой время интерполяции и оно ограничено периодом тактовой частоты  $T_{clk}$ .

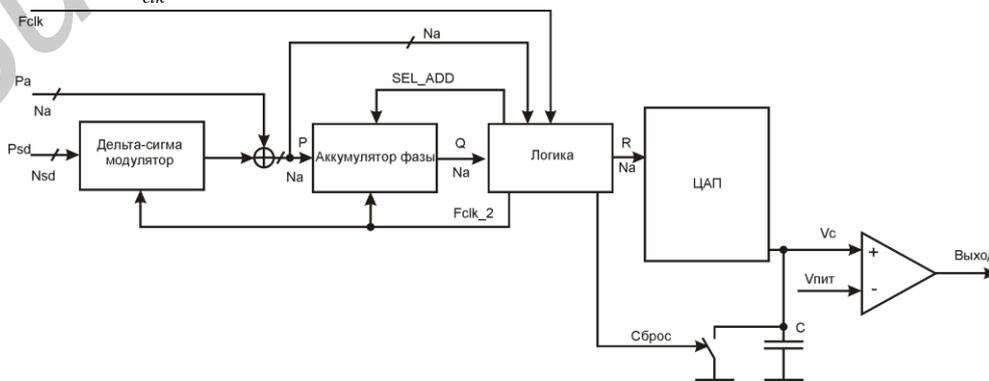


Рис. 4. Детализированная структурная схема прямого цифрового синтезатора с дельта-сигма интерполятором фазы

Выходная тактовая частота прямого цифрового вычислительного синтезатора частоты составляет

$$f_{out} = \frac{f_{clk}}{1 + \frac{P_a + \frac{P_{sd}}{2^{N_{sd}-1}}}{(2^{N_a} - 1) \cdot 4}} \quad (9)$$

Тем не менее, для того чтобы не возникала ошибка перехода фазы сигнала через  $2\pi$ , фазовый аккумулятор был модифицирован так как это показано на рис. 5.

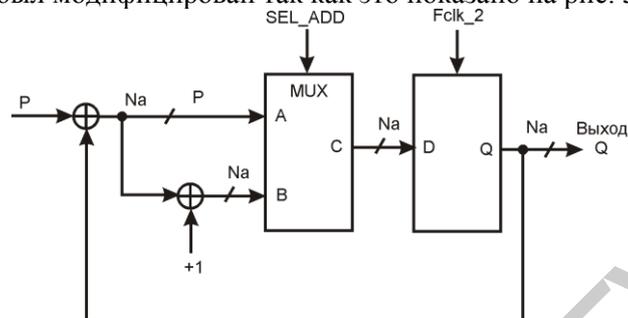


Рис. 5. Структурная схема прямого цифрового синтезатора с выбором слагаемых

Моделирование предложенной схемы прямого цифрового синтезатора с дельта-сигма интерполятором в среде NI Multisim 10.0 дало возможность проанализировать параметры синтезатора. В качестве опорного генератора был избран тактовый генератор в 1 ГГц. Тогда теоретически максимальная синтезированная частота составит 250 МГц. Сильный фазовый шум  $-40...45$  дБ – наблюдается в диапазоне частот  $10...40$  МГц. Подавление боковых составляющих на частоте синтезированного сигнала в 100 МГц – 65 дБ.

### Заключение

Рассмотрены структурные элементы прямых цифровых синтезаторов частоты, которые позволят уменьшить фазовую нестабильность положения импульсов переполнения фазового аккумулятора цифровых вычислительных синтезаторов. Исследованы структурные элементы прямых цифровых синтезаторов частоты, которые приводят к фазовой нестабильности положения импульсов переполнения фазового аккумулятора. Разработаны математические модели фазовых аккумуляторов прямых цифровых синтезаторов частоты и структур, которые уменьшат фазовую нестабильность исходного сигнала синтезатора. Было проведено исследование фазовых шумов предложенной структуры синтезатора с помощью разработанной математической модели шумовых характеристик ЦВС. Показано, что использование фазового интерполятора с дельта-сигма модулятором дает возможность уменьшить потребляемую мощность синтезатора, уменьшить площадь синтезатора в интегральном исполнении. Моделирование в специализированных САПР даст возможность более детально оценить параметры синтезированных сигналов и четко определить сферу применения подобных синтезаторов.

## DELTA-SIGMA PHASE INTERPOLATION DIRECT DIGITAL FREQUENCY SYNTHESIZER

O.I. POLIKAROVSKYKH

### Abstract

We consider the delta sigma direct computer synthesizer direct synthesis of phase interpolation. The phase interpolation is performed using a single capacitor integrator and digital-to-analog converters. Delta-sigma conversion of distinguished ability provides high frequency and low noise quantization the output direct digital frequency synthesizer. Simulated operation of the synthesizer, confirmed the high quality features of the synthesized signals.

### Список литературы

1. *Макаренко В.* // Электронные компоненты и системы. 2010. № 1. С. 34–46
2. *Vankka J.* Direct Digital Synthesizers: Theory, Design and Applications. Helsinki, 2000.
3. *Полікаровських О.І.* // Вісник Хмельницького національного університету. Хмельницький, 2013. Том. 2. С. 171–175.
4. *Полікаровських О.І.* // Інформаційні технології. 2013. Том. 4. С. 142–146
5. *Norsworthy S.R.* Delta-sigma Data Converters: Theory, Design, Simulation. Wiley, 1996.

Библиотека БГУИР

УДК 519.2:005

## ИНФОРМАЦИОННАЯ ПРОГНОЗИРУЕМОСТЬ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

А.В. ОВСЯННИКОВ

*Белорусский государственный университет  
пр. Независимости, 4, Минск, 220030, Беларусь*

*Поступила в редакцию 10 марта 2014*

Приведено определение информационной прогнозируемости стохастического процесса и его параметров. Получены соотношения, связывающие прогнозируемость стохастического процесса в целом с прогнозируемостью его отдельных параметров. Приведены примеры определения информационной прогнозируемости для процессов, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями.

*Ключевые слова:* прогнозируемость, стохастический процесс, стохастическое дифференциальное уравнение, нестационарная плотность вероятности.

### Введение

Задача прогнозирования стохастических процессов, будущих состояний стохастических систем, при ее постановке, подразумевает, прежде всего, возможность осуществления такого прогноза, относящуюся непосредственно к самому процессу или системе. Количественная мера этой возможности – прогнозируемость – информация, содержащаяся в адекватной модели, описывающей стохастический процесс или систему, численно отражающая факт наличия знаний о них в любой будущей момент времени.

Классические определения прогнозируемости стохастических процессов и систем связаны с энтропийным подходом (Шеннон К., Колмогоров А.Н.), и последующим его развитием в работах Реньи А., Тсаллеса К. и др., использующих неэкстенсивную форму энтропии. В стационарном случае (в строгом смысле) прогнозируемость и способы прогнозирования связаны с корреляционно-регрессионными и спектральными методами (Андерсон Т., Бокс Дж., Дженкинс Г. и др.). Однако для нестационарных процессов и систем такие методы могут быть эффективны только в пределах узких временных интервалов, относительно которых может быть принята гипотеза их стационарного поведения [1].

В статье рассматривается теоретическое предложение о прогнозируемости на основе информационного подхода Фишера, используемого в асимптотической теории оценивания [2]. Предложение состоит в определении прогнозируемости как количества информации Фишера о прогнозируемом параметре стохастического процесса, процессе в целом или системе. Так, в случае одномерной стационарной гауссовской плотности распределения вероятности, прогнозируемость параметра смещения при однократном измерении будет постоянной, и определяться величиной дисперсии  $1/\sigma^2$  (при  $n$  наблюдениях соответственно  $n/\sigma^2$ ). Целесообразность такой оценки прогнозируемости состоит в ее непосредственной связи с рекуррентным асимптотическим алгоритмом эффективной оценки неизвестного параметра [2–4].

Для процессов, описываемых стохастическими дифференциальными уравнениями (СДУ) с последующим аналитическим или численным вычислением нестационарной плотности (НП) информационное количество Фишера оказывается функцией времени [5]. Такая зависимость характеризует поведение информационной прогнозируемости во времени и позволяет расширить классификацию стохастических процессов, учитывая «хорошо» и

«плохо» прогнозируемые. Количественная мера информационной прогнозируемости позволяет также оценить адекватную, поставленной задаче, величину горизонта прогноза применяемой прогностической модели.

Цель работы – дать определение информационной прогнозируемости стохастического процесса и его параметров, установить основные соотношения, связывающие прогнозируемость параметров с прогнозируемостью стохастического процесса в целом. Приводятся определения и свойства информационной прогнозируемости без учета эффектов накопления информации о прогнозируемом процессе.

### Определение информационной прогнозируемости стохастического процесса

Процесс  $\xi(t)$  описывается СДУ

$$\dot{\xi}(t) + a(t, \xi) = g(t)\zeta(t), \quad \xi(t_0) = \xi_0, \quad (1)$$

где  $\dot{\xi}(t) = d\xi(t)/dt$ ,  $a(t, \xi)$ ,  $g(t)$  – функции, удовлетворяющие условию Липшица,  $\zeta(t)$  – нормальный белый шум с нулевым средним  $\langle \zeta(t) \rangle = 0$  и дельтаобразной корреляционной функцией  $\langle \zeta(t)\zeta(t-\tau) \rangle = N\delta(\tau)/2$ ,  $b(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} (N/2\Delta t) \int_t^{t+\Delta t} g^2(x) dx$  – диффузия (при значении  $g = \text{const}$  коэффициент диффузии  $b = Ng^2/2$ ),  $N$  – односторонняя спектральная плотность. Решая уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК) известными аналитическими способами может быть получена нестационарная плотность (НП)  $P_\xi = P(t, \xi | \mathbf{X})$ , ( $P(t_0, \xi | \mathbf{X}) = P_{\xi_0}$ ,  $P(t, \pm\infty | \mathbf{X}) = 0$ ), где  $\mathbf{X} = \{X_i\}$ ,  $i = \overline{1, l}$  – набор параметров НП,  $\langle \rangle$  – операция статистического усреднения.

*Определение 1.* Будем называть информационной матрицей прогнозируемости вектора параметров  $\mathbf{X}$  стохастического процесса  $\xi(t)$  по Фишеру неотрицательную матрицу

$$\mathbf{IP}_\mathbf{X}(t) = \left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial \mathbf{X}} \right) \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \right\rangle_\xi, \quad t > 0, \quad (2)$$

представляющую собой информационную матрицу Фишера [2] с элементами зависящими от времени, при выполнении условий регулярности для  $P_\xi$ .

В частном случае одномерного параметрического множества информационная прогнозируемость параметра  $X$  представляется функцией информационного количества Фишера, зависящего от времени  $\mathbf{IP}_\mathbf{X}(t) = \left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial X} \right)^2 \right\rangle_\xi$ . Приведенное выше определение остается справедливым для плотностей вероятности, у которых хотя бы один из параметров является функцией времени. Очевидно также, что если  $\left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial X_i} \right) \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial X_j} \right) \right\rangle_\xi = 0$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j = \overline{1, l}$ , то матрица  $\mathbf{IP}_\mathbf{X}(t)$  имеет диагональный вид.

*Определение 2.* Будем называть информационной прогнозируемостью стохастического процесса  $\xi(t)$  по Фишеру в целом неотрицательную функцию

$$IP_\xi(t) = \left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial t} \right)^2 \right\rangle_\xi, \quad t > 0. \quad (3)$$

В приведенных определениях вместо НП  $P_\xi$  можно использовать плотность перехода (ПП)  $\pi_\xi = \pi(t, \xi | t_0, \xi_0, \mathbf{X})$ , при этом информационная прогнозируемость рассматривается как внутреннее свойство стохастического процесса без учета влияния начальных условий.

Следующая теорема устанавливает связь между информационной прогнозируемостью по параметрам НП  $\mathbf{IP}_\mathbf{X}(t)$  и информационной прогнозируемостью стохастического процесса в целом  $IP_\xi(t)$ .

*Теорема 1. Информационная прогнозируемость стохастического процесса  $\xi(t)$  по Фишеру в целом  $IP_\xi(t)$  определяется взвешенной суммой частных составляющих элементов главной диагонали матрицы  $IP_X(t)$ :*

$$IP_\xi(t) = \sum_i IP_{X_i}(t) \dot{X}_i^2 \quad (4)$$

*Доказательство.* Формула (4) непосредственно следует из определения 2 информационной прогнозируемости стохастического процесса  $\xi(t)$  в целом. Действительно,

$$\begin{aligned} IP_\xi(t) &= \left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial t} \right) \right\rangle_\xi = \left\langle \left[ \dot{\mathbf{X}}^T \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial \mathbf{X}} \right) \right] \left[ \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \dot{\mathbf{X}} \right] \right\rangle_\xi = \\ &= \dot{\mathbf{X}}^T \left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial \mathbf{X}} \right) \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial \mathbf{X}} \right)^T \right\rangle_\xi \dot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{X}}^T IP_X(t) \dot{\mathbf{X}}. \end{aligned}$$

Отсюда, с учетом условия отсутствия корреляции  $\left\langle \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial X_i} \right) \left( \frac{\partial \ln P_\xi}{\partial X_j} \right) \right\rangle_\xi = 0$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j = \overline{1, l}$  непосредственно следует равенство (4). Таким образом, теорема доказана.

Вклад (степень влияния) отдельных параметров НП или ПП в информационную прогнозируемость стохастического процесса в целом  $IP_\xi(t)$  можно оценить коэффициентом влияния  $\gamma_{X_j}(t) = IP_{X_j}(t) \dot{X}_j^2 / \sum_i IP_{X_i}(t) \dot{X}_i^2$ ,  $i, j = \overline{1, l}$ .

Представляет интерес связь определения информационной прогнозируемости процесса в целом (3) с характеристиками СДУ (1): коэффициентом сноса и диффузии. Для рассматриваемых в работе стохастических процессов коэффициент сноса и диффузии есть функции  $a(t, \xi)$ ,  $b(t)$ , и соответственно, уравнение ФПК, в логарифмической форме записи имеет вид

$$\frac{\partial \ln \pi_\xi}{\partial t} = \frac{\partial a(t, \xi)}{\partial \xi} + a(t, \xi) \frac{\partial \ln \pi_\xi}{\partial \xi} + \frac{b(t)}{2} \left[ \left( \frac{\partial \ln \pi_\xi}{\partial \xi} \right)^2 + \frac{\partial^2 \ln \pi_\xi}{\partial \xi^2} \right].$$

Введем обозначения  $Z_\xi = -\partial \ln \pi_\xi / \partial \xi$ ,  $Z_t = -\partial \ln \pi_\xi / \partial t$ , тогда уравнение ФПК можно записать в следующем виде:  $Z_t = -a'_\xi + a Z_\xi - \frac{b}{2} [Z_\xi^2 - Z'_\xi]$ . Для линейного СДУ с  $a(t, \xi) = \mu(t)\xi(t)$  получаем  $Z_t = -\mu(t) + \mu(t)\xi Z_\xi - \frac{b(t)}{2} [Z_\xi^2 - Z'_\xi]$ . Однако, использование этих соотношений для вычисления формулы (3) более трудоемко.

Рассмотрим соотношения между информационной прогнозируемостью и дифференциальной энтропией  $H$ . Сформулируем следующее утверждение для одного класса плотностей.

*Теорема 2. Пусть НП можно представить в виде  $P_\xi = cd^{-1} \exp(-B)$ , где  $B = B(y)$  – неотрицательная, четная функция потерь;  $y = (\xi - m) / d$ ;  $m = m(t)$  – смещение;  $d = d(t)$  – параметр масштаба;  $X = [m, d]$ ;  $c$  – нормирующая константа.*

Тогда справедливы следующие неравенства

$$\left( \frac{\partial H}{\partial X} \right)^2 < IP_X \left\langle \left( \ln P_\xi \right)^2 \right\rangle_\xi, \quad (5)$$

$$0 \leq -\partial^2 H / \partial X^2 < IP_X \quad (6)$$

*Доказательство.* Введем обозначение нелинейной функции  $Z_X = -\partial \ln P_\xi / \partial X$ , тогда  $\partial H / \partial X = \langle Z_X \rangle_\xi + \langle Z_X \ln P_\xi \rangle_\xi$ . Поскольку уравнение оценки параметра  $X$  имеет вид  $\langle Z_X \rangle_\xi = 0$ , то применяя неравенство Коши-Буняковского получаем (5).

Для получения неравенства (6) рассмотрим вторую производную дифференциальной энтропии по параметру  $-\partial^2 H / \partial X^2 = IP_X - \langle (Z'_X - Z_X^2) \ln P_\xi \rangle_\xi$ . Для доказательства (6) покажем, что второе слагаемое – положительная величина:

$$\Delta Z_X = \langle (Z'_X - Z_X^2) \ln P_\xi \rangle_\xi > 0. \quad (7)$$

В силу того, что  $\partial \langle Z_X \rangle_\xi / \partial X = \langle Z'_X - Z_X^2 \rangle_\xi = 0$ , неравенство (7) можно переписать в виде  $\langle (Z_X^2 - Z'_X) B \rangle_\xi > 0$ . Пусть  $X = m$ , тогда  $\langle (Z_m^2 - Z'_m) B \rangle_\xi = d^{-2} \langle (Z_y^2 - Z'_y) B \rangle_y$ . Функции  $Z_y^2, Z'_y, B$  четны относительно своего аргумента, асимптотический рост функций  $O(Z_y^2) > O(Z'_y)$ , следовательно  $\Delta Z_m > 0$ . Пусть теперь  $X = d$ , тогда  $\langle (Z_d^2 - Z'_d) B \rangle_\xi = d^{-2} \langle y^2 (Z_y^2 - Z'_y) B \rangle_y > 0$  по тем же соображениям, что и в предыдущем случае. Следовательно, неравенство (7) справедливо. Это, в свою очередь, означает справедливость неравенства (6). Таким образом, теорема доказана.

Из теоремы 2 следует, что величина  $-\partial^2 H / \partial X^2$  есть нижняя граница информационной прогнозируемости  $IP_X(t)$ .

Для гауссовской НП имеем  $P_\xi = (2\pi d^2)^{-1/2} \exp[-(\xi - m)^2 / 2d^2]$ ,  $d(t) = \sqrt{D(1 - e^{-2\mu})}$ ,  $m(t) = \xi_0 e^{-\mu}$ , величина  $H = \ln(\sqrt{2\pi e d^2})$  и  $-\partial^2 H / \partial d^2 = d^{-2}$ , а  $IP_d(t) = 2d^{-2}$ , что соответствует неравенству (6). Также выполняется неравенство  $-\partial^2 H / \partial m^2 = 0 < IP_m(t) = d^{-2}$ .

### Определение информационной прогнозируемости стохастических процессов, описываемых линейными СДУ с переменными параметрами

Рассмотрим примеры, поясняющие смысл определенных величин информационной прогнозируемости. Для процесса, описываемого линейным СДУ с переменными параметрами  $\dot{\xi}(t) + \mu(t)\xi(t) = g(t)\zeta(t)$ , математическое ожидание и дисперсия определяются выражениями:

$$M(t) = \xi_0 \varphi(t_0, t), \quad D(t) = (N/2) \int_{t_0}^t \varphi(s, t)^2 g(s)^2 ds, \quad \text{где } \varphi(q, t) = \exp\left(-\int_q^t \mu(\tau) d\tau\right), \quad q = [t_0, s].$$

При дельтаобразном характере начальных условий  $P_{\xi_0}$  и гауссовской форме  $P_\xi$ , выбрав в качестве  $\mathbf{X} = [M(t), D(t)]$ , матрица прогнозируемости параметров примет следующий вид:  $IP_X(t) = \text{diag}[IP_M(t); IP_D(t)]$ . В матрице информационная прогнозируемость математического ожидания и дисперсии соответственно равны

$$IP_M(t) = D(t)^{-1}, \quad IP_D(t) = 0,5D(t)^{-2}, \quad IP_D(t) = 0,5IP_M(t)^2. \quad (8)$$

С учетом формулы (4) информационная прогнозируемость стохастического процесса в целом имеет вид

$$IP_\xi(t) = \dot{M}(t)^2 / D(t) + 0,5(\dot{D}(t) / D(t))^2. \quad (9)$$

Таким образом, видно, что информационная прогнозируемость отдельных параметров НП и процесса в целом полностью определяется параметрами СДУ.

В теоретическом аспекте представляют интерес исследование и анализ различных моделей СДУ с точки зрения возможности прогнозирования процессов, которые могут быть описаны этими моделями.

В табл.1 приведены параметры СДУ, параметры НП и информационная прогнозируемость в целом для двух характерных нестационарных стохастических процессов: чисто диффузионного (столбец №1) и гауссовского (столбец №2). Замечаем, что для диффузионного и гауссовского процесса прогнозируемость в целом  $\lim_{t \rightarrow \infty} IP_\xi(t) = 0$ , в то время как прогнозируемость отдельных параметров  $\lim_{t \rightarrow \infty} IP_M(t) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} IP_D(t) = 0$  (для диффузионного

процесса) и  $\lim_{t \rightarrow \infty} IP_M(t) = \sigma^{-2} = \text{const}$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} IP_D(t) = 0,5\sigma^{-4} = \text{const}$  (для гауссовского процесса) оказывается различной. При постоянной величине прогнозируемости гауссовского процесса по параметрам ( $t \rightarrow \infty$ ) прогнозируемость самого процесса, тем не менее, в целом стремится к нулю.

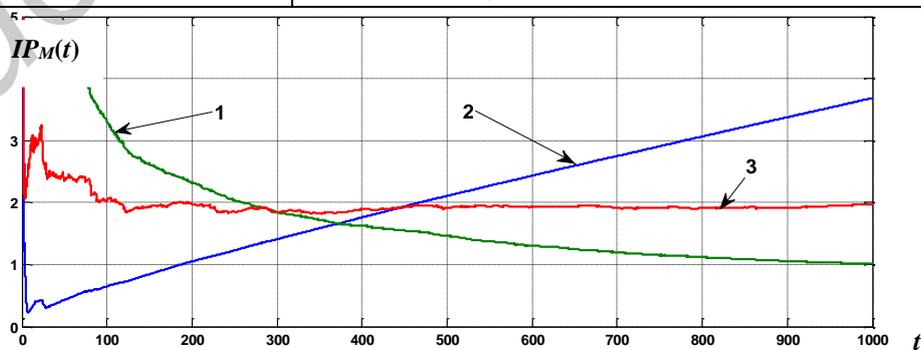
Таблица 1. Информационная прогнозируемость стохастических процессов

СДУ	№1	№2
Параметры СДУ	$\mu(t)=0, g(t)=g$	$\mu(t)=\mu, g(t)=g$
Параметры НП $P_\xi$	$D(t) = Ng^2t/2,$ $M(t) = \xi_0$	$D(t) = \sigma^2(1 - e^{-2\mu t}), M(t) = \xi_0 e^{-\mu t}, \sigma^2 = Ng^2/4\mu$
$IP_\xi(t)$	$0,5t^{-2}$	$\frac{\xi_0^2 \mu^2 e^{-2\mu t}}{\sigma^2(1 - e^{-2\mu t})} + 2 \left( \frac{\mu e^{-2\mu t}}{1 - e^{-2\mu t}} \right)^2$

Рассмотрим прогнозируемость стохастических процессов, описываемых СДУ с более сложными функциями  $\mu(t)$  и  $g(t)$  (табл. 2). Такого рода СДУ могут быть использованы для описания процессов с медленными нестационарными изменениями, процессов установления, процессов ухода из контрольной зоны, процессов, описывающих метрологические характеристики аппаратно-технических средств в теории надежности. В табл. 2 приведены параметры трех СДУ и соответствующие им параметры НП, позволяющие определить информационную прогнозируемость как по параметрам (2), (8) так и по процессу в целом (3), (9). В табл. 2 обозначены:  $\Gamma(x)$  – гамма функция,  $\Gamma(a, x) = \int_x^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$  – неполная гамма-функция,  $\text{Erfi}(x) = \text{Erf}(ix)/i$ ,  $\text{Erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x e^{-z^2} dz$  – функция ошибки. На рисунке приведены результаты моделирования трех нестационарных стохастических процессов (табл. 1 – столбец № 2, табл. 2 – строки № 1 и № 2) с целью получения функциональных зависимостей  $IP_M(t) = D(t)^{-1}$ .

Таблица 2. Параметры информационной прогнозируемости стохастических процессов, описываемых СДУ со сложными функциями  $\mu(t)$  и  $g(t)$

№	Параметры СДУ	Параметры НП $P_\xi$
1	$\mu(t) = \mu, g(t) = \sqrt{\sum_{k=0}^K g_k t^k}$	$D(t) = \sum_{k=0}^K (-2\mu)^{-k} \sigma_k^2 e^{-2\mu t} [\Gamma(1+k, -2\mu t) - k\Gamma(k)]$ $M(t) = \xi_0 e^{-\mu t}, \sigma_k^2 = Ng_k / 4\mu$
2	$\mu(t) = \mu_0 + \mu_1 t, g(t) = g$	$D(t) = \sigma^2 \exp(-\mu(t)^2 / \mu_1) [\text{Erfi}(\mu(t) / \sqrt{\mu_1}) - \text{Erfi}(\mu_0 / \sqrt{\mu_1})]$ $M(t) = \xi_0 \exp(-\mu_0 t - \mu_1 t^2 / 2), \sigma^2 = Ng^2 \sqrt{\pi} / 4\sqrt{\mu_1}$
3	$\mu(t) = \mu(t+c)^{-1}, c = \text{const},$ $g(t) = g$	$D(t) = \sigma^2 [t + c(1 - \eta(t)^2)]$ $M(t) = \xi_0 \eta(t), \sigma^2 = Ng^2 / 2(1 + 2\mu), \eta(t) = c^\mu (t+c)^{-\mu}$



Информационная прогнозируемость процесса  $IP_M(t)$ : 1 – строка №1, табл. 2,  $K = 1$ ; 2 – строка №2, табл. 2; 3 – столбец № 2, табл. 1

## Формирование СДУ с заданными свойствами информационной прогнозируемости

В описанных выше примерах (табл. 1 и 2) решается прямая задача – определение информационной прогнозируемости по параметрам СДУ или НП (ПП). Однако в теоретическом плане возможна и обратная задача – формирование СДУ (определение его параметров) исходя из заданной функции информационной прогнозируемости. Такая задача может возникнуть при необходимости формирования стохастического процесса с заданными свойствами. Так, например, используя одно из уравнений (8) получаем

$$\frac{d}{dt} [IP_M(t)^{-1} \varphi(t_0, t)^{-2}] = (N/2) \varphi_1(t_0, t)^2 g(t)^2, \quad (10)$$

здесь  $\varphi(s, t) = \varphi(t_0, t) \varphi_1(t_0, s)$ ,  $\varphi_1(t_0, s) = \exp\left(\int_{t_0}^s \mu(\tau) d\tau\right)$ , и, очевидно, должно выполняться

условие  $\frac{d}{dt} [IP_M(t)^{-1} \varphi(t_0, t)^{-2}] > 0$ . Тогда, с учетом связи  $IP_D(t) = 0,5 IP_M(t)^2$ , задаваясь функциями  $IP_M(t)$  (или  $IP_D(t)$ ),  $\mu(t)$  (или  $g(t)$ ) можно определить соответствующий неизвестный параметр СДУ. Пусть, например, заданы функции  $IP_M(t) = u + vt$ ,  $u, v > 0$  и  $\mu(t) = \mu > 0$ . Используя (10) получим  $g(t) = (a + bt)^{-1} \sqrt{[2\mu(u + vt) - v] / (N/2)}$ ,  $2\mu u > v$ . Для функций  $IP_M(t) = ue^{vt}$ ,  $u, v > 0$ ,  $\mu(t) = \mu > 0$  получим  $g(t) = \sqrt{e^{-vt} (2\mu - v) / (uN/2)}$ ,  $2\mu > v$ .

В упрощенном варианте формирования СДУ с заданной функцией информационной прогнозируемости можно положить  $\varphi_1(t_0, s) = g(s)^{-1}$  и  $\varphi_1(t_0, t) = g(t)$ . Тогда для прогнозируемости математического ожидания получим

$$IP_M(t) = D(t)^{-1} = [(N/2)(t - t_0)g(t)^2]^{-1} = [(t - t_0)b(t)]^{-1},$$

откуда следует  $g(t) = [(N/2)(t - t_0)IP_M(t)]^{-1/2}$  и  $\mu(t) = d \ln g(t) / dt$ .

## Заключение

Предложенное в статье определение прогнозируемости стохастического процесса и его параметров на основе информационного подхода позволяет теоретически обоснованно дать количественную оценку этой характеристики. В отличие от энтропийных мер, предложенная в работе величина прогнозируемости, основана на информационном количестве Фишера и непосредственно связана с асимптотическими алгоритмами теории оценивания. Вычислительная трудоемкость аналитического получения НП или ПП может быть преодолена с использованием численных методов и последующей аппроксимацией этих решений аналитическими функциями.

Практическая значимость введенной величины информационной прогнозируемости состоит в том, что: во-первых, эта величина может способствовать теоретически обоснованному выбору наиболее адекватного метода прогнозирования, во-вторых, становится возможна генерация стохастических процессов с заданными свойствами относительно их прогнозируемости.

## INFORMATION PREDICTABILITY OF STOCHASTIC PROCESSES IN CONTINUOUS TIME

A.V. AUSIANNIKAU

### Abstract

The definition of information predictability stochastic process and its parameters is given in the article. Obtain relations connecting the predictability of a stochastic process as a whole predictability of its individual parameters are received. The examples of the definition of information predictability for processes described by stochastic differential equations, are shown.

### Список литературы

1. Орлов Ю.Н., Осминин К.П. Нестационарные временные ряды: методы прогнозирования с примерами анализа финансовых и сырьевых рынков. М., 2011.
2. Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.З. Асимптотическая теория оценивания. М., 1979.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М., 1989.
4. Тартаковский Г.П. Теория информационных систем. М., 2005.
5. Овсянников А.В. // Докл. БГУИР. 2013. № 7 (77). С.71–77.

УДК 621.391, 621.384.3

## АНАЛИЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ РЕВЕРБЕРАЦИЙ НА ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ ДНА В ГИДРОЛОКАТОРЕ С СИНТЕЗОМ АПЕРТУРЫ АНТЕННЫ

С.Р. ГЕЙСТЕР, ЧАН ТАЙ ЧОНГ

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск 220013, Беларусь

Поступила в редакцию 17 июля 2014

Рассматривается модель реверберации в приложении к синтезу апертуры антенны в гидролокаторе. Путем математического моделирования с использованием модели реверберационного пространства выполняется оценка воздействия реверберации на качество формирования изображения дна в гидролокаторах с синтезом апертуры антенны.

*Ключевые слова:* гидролокатор, математическая модель реверберации, синтез апертуры антенны.

### Введение

При разработке гидролокаторов мониторинга морского дна наряду с обеспечением высокой разрешающей способности на большой дальности особое внимание необходимо уделять и обеспечению высокой контрастности изображения, то есть обеспечению высокого отношения сигнал/помеха в элементе разрешения.

В основе наиболее распространенного способа получения гидролокационных изображений дна лежит использование физических антенн с большими акустическими размерами, обеспечивающими малые размеры главного лепестка диаграммы направленности антенны (ДНА). Однако особенностью гидроакустических антенн является высокий уровень боковых лепестков ДНА, имеющий значение (-20...-10 дБ). Эта особенность проявляется в приеме реверберационных помех по боковым лепесткам ДНА [1, 2], приводящих к снижению контрастности и, соответственно, качества изображения. В гидролокаторах (ГЛ), использующих этот способ, отсутствует междупериодное когерентное накопление.

В движущемся ГЛ с синтезом апертуры антенны (САА) защита от реверберационных помех осуществляется естественным образом в ходе когерентного междупериодного накопления полезных сигналов, соответствующих отражениям от центров анализируемых элементов 3-мерного пространства. Междупериодное когерентное накопление в ходе движения гидролокатора (ГЛ) осуществляется на длительном интервале (единицы секунд) в соответствии с индивидуальными законами изменения фаз полезных сигналов [3], которые отличаются от законов изменения фаз помеховых сигналов ревербераций [4, 5].

Оценка воздействия ревербераций на формирование изображения в ГЛ может быть проведена путем математического моделирования. Моделирование воздействия ревербераций на ГЛ с большой физической апертурой не имеет сложностей, однако в приложении к САА такое моделирование требует разработки отдельной модели ревербераций.

### Математическая модель ревербераций в гидролокаторе с САА

*Статья I.* В прямоугольной системе координат  $X, Y, Z$  зона обзора, в которой будет формироваться изображение, разбивается на трехмерные блоки, соответствующие одному интервалу САА. Произвольный разрешаемый объем в блоке обозначим номером  $(j, g, h)$ ,

причем  $j = \overline{1; N_x}$ ,  $g = \overline{1; N_y}$ ,  $h = \overline{1; N_z}$ , где  $N_x, N_y, N_z$  – количество элементов разрешения в блоке по соответствующим осям координат.

Полагаем, что САА выполняется за время  $T_{SAA}$  при движении ГЛ со скоростью  $V_N$  параллельно координате  $X$  (см. рис. 1) в интервале  $[x_{j_a, g_a, h_a} - x_0; x_{j_a, g_a, h_a} + x_0]$ . Модель ревербераций рассмотрим на основе сигналов от отражателя в точке  $P$ , находящейся в центре  $(j_a, g_a, h_a)$ -го разрешаемого объема с координатами  $(x_{j_a, g_a, h_a}, y_{j_a, g_a, h_a}, z_{j_a, g_a, h_a})$ . При этом переменная  $x_0 = V_N T_{SAA} / 2$  представляет собой половину пространственного интервала САА, а количество зондирующих сигналов (ЗС), формируемых в ГЛ с периодом повторения  $T_r$  за время САА, составляет  $N_T = T_{SAA} / T_r$ .

Задержка  $t_z(j_a, g_a, h_a)$  сигнала, отраженного от мешающего отражателя в точке  $P$ , соответствует задержке от центра  $(j_a, g_a, h_a)$ -го разрешаемого объема.

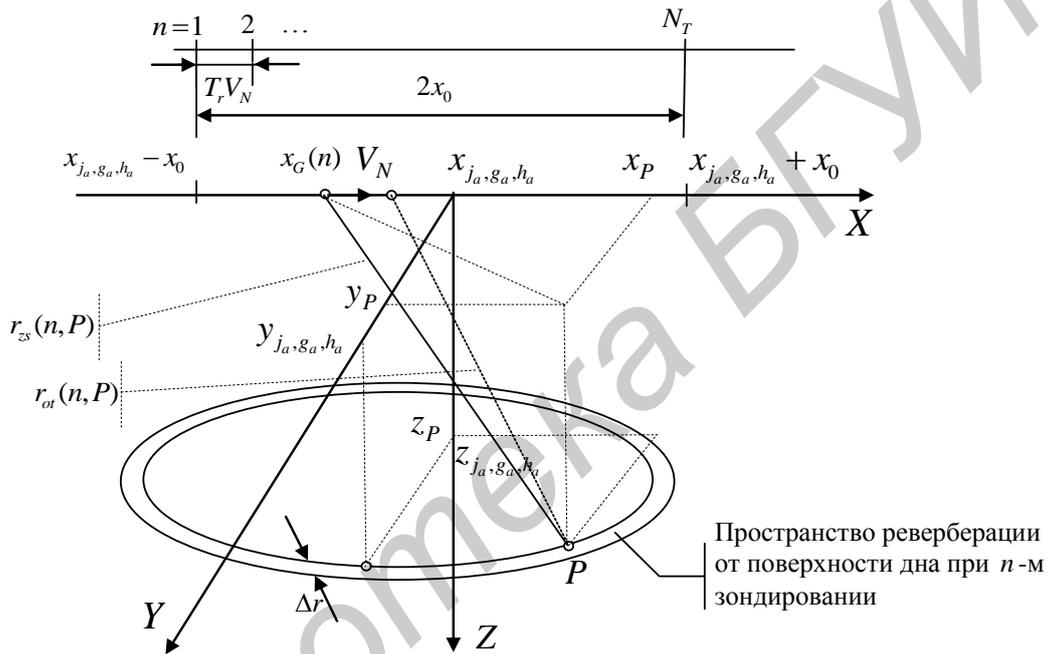


Рис. 1. Пояснение к определению пространства реверберации в  $n$ -ом зондировании

В момент излучения  $n$ -го ЗС фазовый центр антенны ГЛ находится в точке с координатой  $x_G(n) = (x_{j_a, g_a, h_a} - x_0 + (n-1)V_N T_r)$ , а расстояние между ГЛ и точкой  $P$  описывается выражением:

$$r_{zs}(n, P) = \sqrt{z_P^2 + y_P^2 + (x_{j_a, g_a, h_a} - x_0 + (n-1)V_N T_r - x_P)^2}. \quad (1)$$

Соответствующий этому зондированию сигнал будет принят через интервал времени  $t_z(n, j_a, g_a, h_a)$ . Расстояние между ГЛ и точкой  $P$  в момент приема описывается выражением:

$$r_{ot}(n, P) = \sqrt{z_P^2 + y_P^2 + (x_{j_a, g_a, h_a} - x_0 + (n-1)V_N T_r + V_N t_z(n, j_a, g_a, h_a) - x_P)^2}. \quad (2)$$

На основе выражений (1) и (2), а также равенства  $r_{zs}(n, P) + r_{ot}(n, P) = c_v t_z(n, j_a, g_a, h_a)$ , получим уравнение, описывающее ближнюю границу пространства, на которой находятся отражатели, для которых отраженные сигналы в  $n$ -ом зондировании имеют одинаковую задержку  $t_z(n, j_a, g_a, h_a)$ :

$$\left(1 - \left(\frac{V_N}{c_v}\right)^2\right) \left(x_{j_a, g_a, h_a} - x_0 + (n-1)V_N T_r - x\right)^2 + y^2 + z^2 - \left(\frac{V_N (c_v^2 - V_N^2) t_z(n, j_a, g_a, h_a)}{c_v^2}\right) \times$$

$$\times \left(x_{j_a, g_a, h_a} - x_0 + (n-1)V_N T_r - x\right) - \left(\frac{(c_v^2 - V_N^2)}{2c_v}\right)^2 (t_z(n, j_a, g_a, h_a))^2 = 0, \quad (3)$$

где  $c_v$  — скорость распространения акустической волны в воде.

Таким образом, сигнал ревербераций в ходе  $n$ -го зондирования является суммой сигналов, отраженных от всех отражателей, находящихся в объеме, ограниченном двумя поверхностями, вне главного лепестка. Граница ближайшей поверхности описывается выражением (3), а граница второй сдвинута на величину разрешающей способности по дальности  $\Delta r$ .

### Сопоставительный анализ влияния ревербераций на качество формирования изображения дна в типовом ГЛ и в ГЛ с САА

Сопоставительный анализ проведен путем математического моделирования для типового ГЛ, в котором высокое разрешение обеспечивается за счет узкой диаграммы направленности антенны (ДНА) с большой физической апертурой, и для ГЛ с САА при одинаковых значениях длины волны и ширины спектра ЗС. Основное требование к обоим ГЛ — одинаковые линейные размеры разрешающих способностей по азимуту на дальности анализа  $r_a$  в ГЛ с большой физической апертурой  $\Delta L_{Ph} = 2r_a \sin\left(\frac{\Delta\beta_{Ph}}{2}\right)$  при ширине ДНА  $\Delta\beta_{Ph}$  и в ГЛ с САА  $\Delta L_{CAA} = 2r_a \sin\left(\frac{\Delta\beta_{CAA}}{2}\right)$  при ширине ДНА  $\Delta\beta_{CAA}$ , т.е.  $\Delta L_{Ph} = \Delta L_{CAA}$ .

Анализ проведен путем сопоставления гидролокационных изображений набора отражателей (см. рис. 2) при отсутствии и наличии ревербераций. Пространство анализа по азимуту ограничено значением  $\Delta\theta_{an} = 180$  град.

На первом этапе при отсутствии ревербераций формировались изображения 17 разрешаемых объемов, в центрах 5-ти из которых установлены отражатели с одинаковой эффективной отражающей поверхностью (ЭОП). Отражатели располагались на линии, параллельной по оси  $X$ , в разрешаемых объемах с номерами  $j = 3, 6, 9, 12$  и  $15$ .

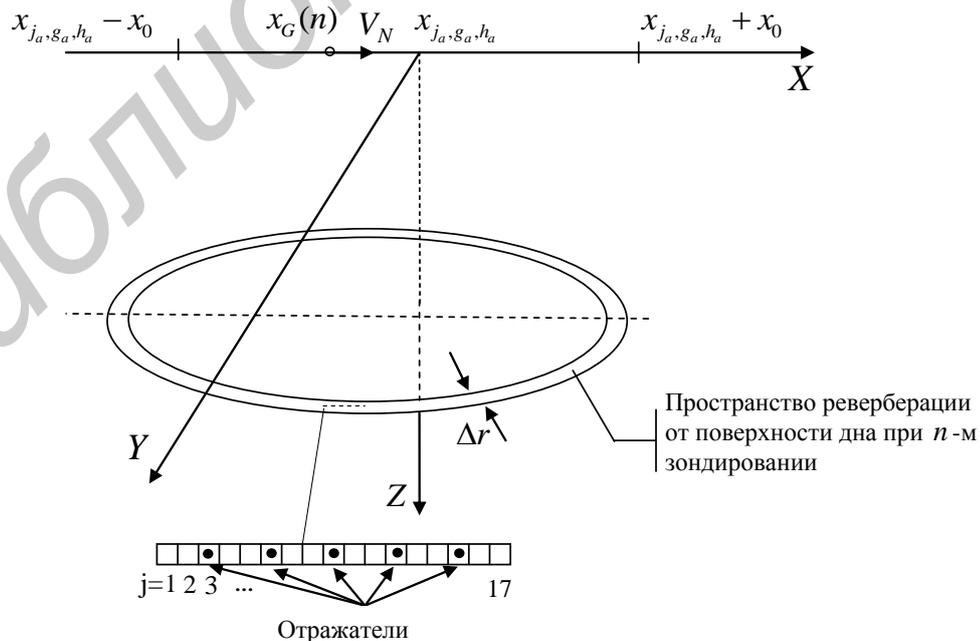


Рис. 2. Пояснение к расположению анализируемых объемов

На втором этапе анализировались изображения для набора тех же отражателей при наличии реверберации.

Для проведения объективной оценки влияния ревербераций шумы приемных устройств не моделировались. При моделировании использовались следующие параметры ГЛ:

– параметры ЗС: пиковая мощность  $P_0 = 1$  Вт, длительность импульса  $T_0 = 0,02$  с, несущая частота  $f_0 = 75$  кГц; закон модуляции ЗС – ЛЧМ с девиацией  $\Delta f_M = 3,75$  кГц; длина волны  $\lambda = 0,02$  м; период повторения импульсов  $T_r = 0,05$  с;

– коэффициенты усиления антенн на передачу и прием  $G_{Tr} = G_{Rc} = 50$ ;

– коэффициенты преобразования мощности электрического сигнала в мощность акустического поля и коэффициент преобразования мощности акустического поля в мощность электрического сигнала:  $K_{P-Tr} = 0,5$ ;  $K_{P-Rc} = 0,5$ ;

– уровень боковых лепестков диаграмм направленности физических антенн  $\eta = -15$  дБ;

– разрешающие способности по X, Y, Z:  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,5$  м.

Дополнительные параметры для ГЛ с САА: скорость движения носителя ГЛ  $V_N = 5$  м/с, время САА  $T_{САА} = 6$  с и длина физической апертуры антенны  $l_A = 1$  м.

Отражатели, создававшие полезные сигналы и реверберации по боковым лепесткам ДНА, характеризовались следующими параметрами:

– первый разрешаемый объем имел координаты  $x_{1,1,1} = 20$  м;  $y_{1,1,1} = 600$  м,  $z_{1,1,1} = 1375$  м;

– ЭОП каждого из пяти отражателей, создававших полезные сигналы,  $\sigma_r = 0,5$  м<sup>2</sup>;

– ЭОП каждого отражателя, создававшего реверберации,  $\sigma_r = 0,1$  м<sup>2</sup>, а количество этих отражателей в секторе анализа  $N_{от} = 1260$ .

Скорость распространения акустической волны в воде выбрана равной  $c_v = 1495$  м/с.

Для случая отсутствия ревербераций на рис. 3 представлены изображения 17-ти разрешаемых объемов. Изображения представлены в виде нормированных к максимальному значению квадратов модулей комплексных амплитуд, относящихся к 17 разрешаемым объемам и полученных на выходах устройств обработки двух сопоставляемых ГЛ: на рисунке 3а для ГЛ с большой физической апертурой и на рис. 3, б для ГЛ с САА. Результаты аналогичного моделирования при наличии ревербераций представлены на рис. 4.

Результаты моделирования показывают следующее:

– при отсутствии ревербераций в обоих ГЛ формируются четкие и контрастные изображения, на которых видны все 5 полезных отражателей;

– при наличии ревербераций изображение, полученное в ГЛ с САА, практически не изменилось – отчетливо видны все полезные отражатели, однако изображение, полученное в ГЛ с большой физической апертурой, не соответствует желаемому результату – полезные отражатели не наблюдаются с высокой контрастностью на фоне принятых ревербераций.

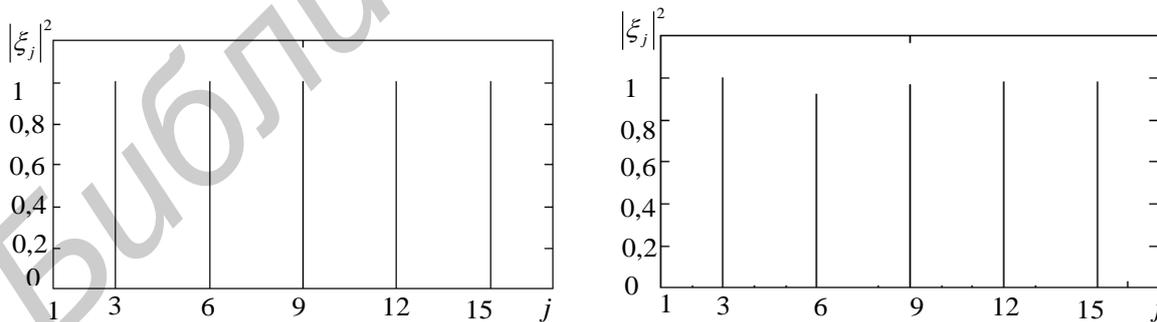


Рис. 3. Изображения на выходах устройств обработки при отсутствии реверберации:

а – в ГЛ с большой физической апертурой; б – в ГЛ с САА

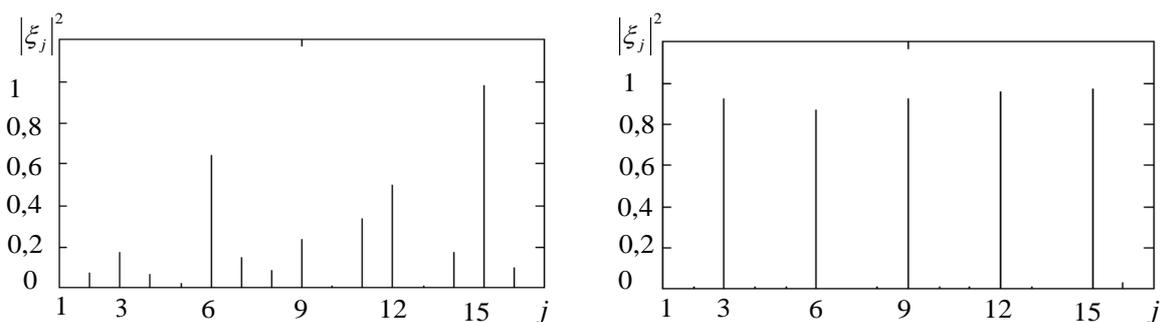


Рис. 4. Изображения на выходах устройств обработки при наличии ревербераций:  
*a* – в ГЛ с большой физической апертурой; *б* – в ГЛ с САА

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, реверберации негативно влияют на построение изображения поверхности дна в движущемся ГЛ с большой апертурой физической антенны, в котором не реализуется когерентное междупериодное накопление. Отсутствие когерентного накопления в движущемся ГЛ не позволяет выделить полезные сигналы на фоне сигналов ревербераций, что исключает получение в таком ГЛ изображений подводных объектов с низкой контрастностью относительно поверхности дна. Наиболее эффективно такие движущиеся ГЛ могут работать при отсутствии источников ревербераций, что гипотетически возможно при расположении ГЛ и наблюдаемых объектов на сравнительно большом удалении как от поверхности дна, так и от поверхности воды. Во-вторых, гидролокаторы с САА обладают наиболее высокой устойчивостью к воздействию ревербераций. Это обеспечивается использованием специального междупериодного накопления, позволяющего выполнить как сверхразрешение элементов поверхности дна, так и отделение полезных сигналов от сигналов ревербераций на основе учета индивидуальности законов изменения фаз полезных сигналов при движении ГЛ относительно анализируемой поверхности.

## ANALYSIS OF REVERBERATION EFFECT ON FORMATION OF SEABED IMAGE IN SYNTHETIC APERTURE SONAR

S.R. HEISTER, TRAN TAI TRONG

### Abstract

A model of reverberation in the synthetic aperture sonar is considered. A assessment of reverberation effect on quality formation of seabed image in synthetic aperture sonar is performed by mathematical simulation with model of reverberant space.

### Список литературы

1. *Ольшевский В.В.* Статистические свойства морской реверберации. М., 1966.
2. *Чан Тай Чонг.* // Матер. 49-й науч. конф. аспирантов, магистрантов и студентов БГУИР. Минск, 7 мая 2013. С. 26.
3. *Гейстер С.Р., Чан Тай Чонг.* // Докл. БГУИР. 2014. № 3 (81). С. 71–77.
4. *Чан Тай Чонг, Гейстер С.Р.* // Тез. докл. XI Белорусско-российская науч.-техн. конф «Технические средства защиты информации». Минск, 5–6 июня 2013 г. С. 27.
5. *Чан Тай Чонг.* // Матер. 50-й науч. конф. аспирантов, магистрантов и студентов БГУИР. Минск, 7 мая 2014 г. С. 10–11.

УДК 621.396.96

## КОНСТРУКТОР ОБЪЕКТОВ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

А.С. СОЛОНАР, С.Н. ЯРМОЛИК, А.С. ХРАМЕНКОВ,  
А.А. МИХАЛКОВСКИЙ, П.А. ХМАРСКИЙ

*Военная академия Республики Беларусь  
Независимости, 220, Минск, 220057, Беларусь*

*Поступила в редакцию 9 апреля 2014*

Рассмотрены принципы построения программного комплекса моделирования радиолокационных сигналов, отраженных от объектов различных классов. Имитируемые объекты представляются совокупностью распределенных в пространстве областей локального отражения. Пространственное распределение элементарных отражателей определяется конфигурацией моделируемого объекта. Разработанный программный комплекс учитывает конфигурацию объекта, его ориентацию и особенности пространственного перемещения, наличие на поверхности объекта систем вращающихся отражателей и параметры зондирования. Разработанный программный комплекс может использоваться в интересах решения задач радиолокационного обнаружения, измерения и распознавания объектов.

*Ключевые слова:* отраженный сигнал, математическая модель цели, «блестящие точки».

### Введение

Решение задач радиолокационного наблюдения (обнаружения, измерения, распознавания) предполагает обработку реализаций принятого сигнала [1]. На этапе создания радиолокационного тракта обработки сигналов возникает задача проведения многократных экспериментов, связанных с отладкой алгоритмов проектируемых устройств. Процесс отладки предполагает наличие реализаций случайных сигналов, адекватно характеризующих исследуемые объекты. Такие реализации могут быть получены несколькими способами: путем регистрации записей реальных сигналов наблюдаемых объектов; в результате проведения полунатурных экспериментов; с помощью систем имитационного математического моделирования.

На современном этапе развития вычислительных средств метод математического моделирования приобретает особую актуальность. Являясь экономически наиболее выгодным, он позволяет формировать реализации случайных процессов в соответствии с потребностями решаемых задач: обеспечивает требуемую степень точности описания физических процессов, учитывает характеристики и особенности радиолокационных объектов в заданных условиях наблюдения [2, 3].

В рамках данной статьи рассматриваются особенности построения программного комплекса, обеспечивающего моделирование сигналов, отраженных от наблюдаемых радиолокационных объектов. При этом основное внимание уделено принципам построения конструктора имитируемых радиолокационных целей, обеспечивающего требуемое распределение областей локального отражения по поверхности объекта.

Разработанный программный комплекс позволяет имитировать реализации отраженных радиолокационных сигналов от наблюдаемых надводных, наземных и воздушных объектов. При моделировании реализаций сигналов учитываются пространственное положение цели, ее геометрические размеры и форма, особенности конструкции и наличие наблюдаемых

вращающихся компонент, значение эффективной поверхности рассеяния применительно к заданным параметрам зондирования.

### Основная часть

Любой объект радиолокационного наблюдения можно представить совокупностью определенным образом расположенных в пространстве областей локального отражения («блестящих точек» (БТ)) [1] (рис. 1).



Рис. 1. Представление цели в виде совокупности областей локального отражения

В общем случае временная структура отраженного сигнала (ОС) представляет собой результат когерентного сложения сигналов, отраженных от отдельных элементов конструкции цели [1]:

$$m(t) = \sum_{x=1}^{N_\chi} m_x(t) = \sum_{x=1}^{N_\chi} E_x(t) U_L(t - t_{r_x}) e^{j2\pi f_0 [t - t_{r_x}(t)] + \phi_{zc}}, \quad (1)$$

где  $N_\chi$  – количество областей локального отражения на поверхности объекта (число БТ);

$m_\chi(t)$  – временная структура ОС от  $\chi$ -й области локального отражения;  $E_x(t) = \sqrt{2\sigma_{cx}^2(t)}$  – амплитуда сигнала, отраженного от  $\chi$ -й БТ;  $U_L(t - t_{r_x})$  – комплексный закон модуляции ограниченной последовательности  $L$  одиночных радиоимпульсов с учетом текущего времени запаздывания ОС;  $t_{r_x}(t) = \frac{2r_{цх}(t)}{c}$  – текущее время запаздывания ОС, обусловленное дальностью  $r_{цх}(t)$  от РЛС до  $\chi$ -й БТ;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – круговая несущая частота зондирующего сигнала;  $\phi_{zc}$  – начальная фаза излучаемого зондирующего сигнала.

Приближенное представление наблюдаемого радиолокационного объекта совокупностью распределенных в пространстве наблюдения блестящих точек является физически оправданным, поскольку позволяет при моделировании обеспечить учет основных особенностей отражений, присущих сигналам реальных объектов. При этом существенное упрощение процесса моделирования делает указанный подход весьма привлекательным с точки зрения практической реализации.

Рассматриваемый подход позволяет формировать результирующий сигнал как сумму отражений от совокупности БТ, спроектированных на линию визирования (ЛВ) «радиолокационная станция (РЛС) – цель» (рис. 2).

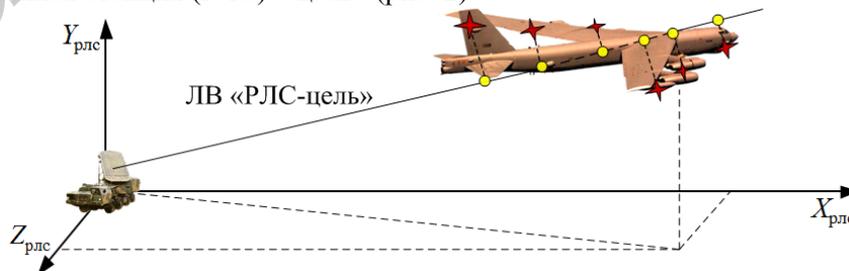


Рис. 2. Проектирование БТ на ЛВ

Разработанный программный комплекс моделирования позволяет формировать реализации сигналов, отраженных от имитируемой цели требуемого класса. При этом обеспечивается имитация дискретных отсчетов ОС с учетом особенностей пространственного

перемещения цели, условий ее наблюдения и значений параметров радиолокатора. Обобщенная структурная схема, поясняющая процесс моделирования ОС, приведена на рис. 3.



Рис. 2. Обобщенная структурная схема, поясняющая процесс моделирования ОС

В состав программного комплекса входят:

- генератор траектории объекта (по исходным данным в требуемые моменты времени обеспечивает выдачу текущих координат и параметров движения объекта);
- конструктор радиолокационных объектов (на основе заданных характеристик моделируемого объекта позволяет имитировать его геометрическую форму и пространственное распределение областей локального отражения);
- формирователь отраженного сигнала (с учетом тактико-технических характеристик РЛС, параметров движения и характеристик цели осуществляет векторное суммирование отражений от проекций совокупности блестящих точек на линию визирования РЛС-цель).

Одним из наиболее значимых компонент программного комплекса является конструктор объектов. В связи с этим целесообразно более детально рассмотреть принципы его построения применительно к задаче формирования ОС.

*Особенности реализации конструктора радиолокационных объектов.* Конструктор радиолокационных объектов позволяет на основании заданных характеристик цели формировать пространственное распределение совокупности БТ, определяющее отражательные свойства поверхности имитируемого объекта. При этом форма поверхности наблюдаемой цели аппроксимируется совокупностью элементарных геометрических компонент. После определения проекций на ЛВ выбранной совокупности БТ производится расчет реализации ОС (см. (1)).

В процессе моделирования имитируемый радиолокационный объект представляется набором БТ, распределенных в пределах области пространства, ограниченной размерами цели (рис. 1). При этом геометрический объем, занимаемый моделируемым сложным радиолокационным объектом, формируется при помощи  $m$  типовых элементарных компонент (ЭК) – геометрических фигур: прямоугольного параллелепипеда, эллипсоида и эллиптического цилиндра. Так, например, планер летательного аппарата может быть представлен эллипсоидом, крылья – прямоугольными параллелепипедами, gondoly двигателей – цилиндрами (рис. 3).

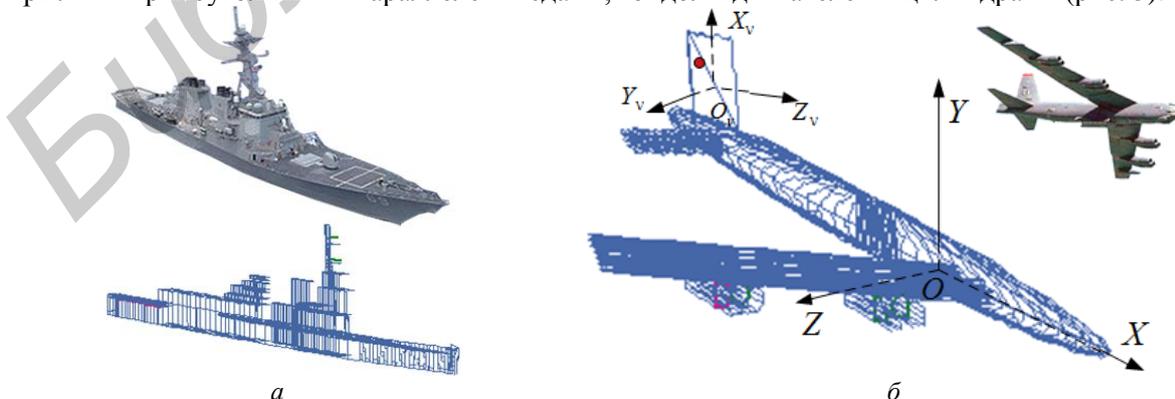


Рис. 3. Задание сложного моделируемого объекта при помощи элементарных компонент:  
 а – модель эскадренного миноносца типа «Арли Берк», представленная набором элементарных компонент; б – положение элементарных компонент в системе координат моделируемого объекта (стратегического бомбардировщика B-52H)

Каждый ЭК объекта, представляющий собой совокупность связанных отражателей, задается в своей локальной системе координат (СК)  $X_v, Y_v, Z_v$  (рис. 3, б).

Для обеспечения имитации отражений от вращающихся элементов конструкции цели, в составе конструктора объектов предусмотрена возможность синхронного вращения выбранной совокупности отражателей («вращающийся компонент»). Такой подход позволяет при расчетах имитировать отражения от наблюдаемых на поверхности объекта вращающихся лопастей винтов, лопаток турбовинтовых и турбореактивных двигателей.

*Задание пространственной конфигурации объекта.* Имитация пространственной конфигурации каждого ЭК объекта обеспечивается путем генерации совокупности  $n$  распределенных в пространстве БТ. При этом точка  $\nu$ -ой ( $\nu = 1..m$ ) поверхности считается принадлежащей моделируемому объекту, если она находится внутри элементарного компонента, описывающего определенную часть моделируемого объекта (рис. 3, б). Распределение «блестящих точек» в пределах объема элементарного компонента является случайным. Данное распределение может быть выбрано в соответствии с равномерным или гауссовским законами распределения. При моделировании распределение точек по каждой из координат пространства принято независимым.

Следует отметить, что эффективная отражающая поверхность (ЭОП) радиолокационного объекта представляется суммой ЭОП элементарных компонент. При этом ЭОП каждой БТ в пределах ЭК является одинаковой и определяется отношением ЭОП элементарного компонента объекта  $\sigma_k$  к количеству БТ:  $\sigma_{\text{БТ}}^k = \sigma_k / n$ . Количество БТ задается таким, чтобы их совокупность визуально определяла контуры объекта (рис. 4).

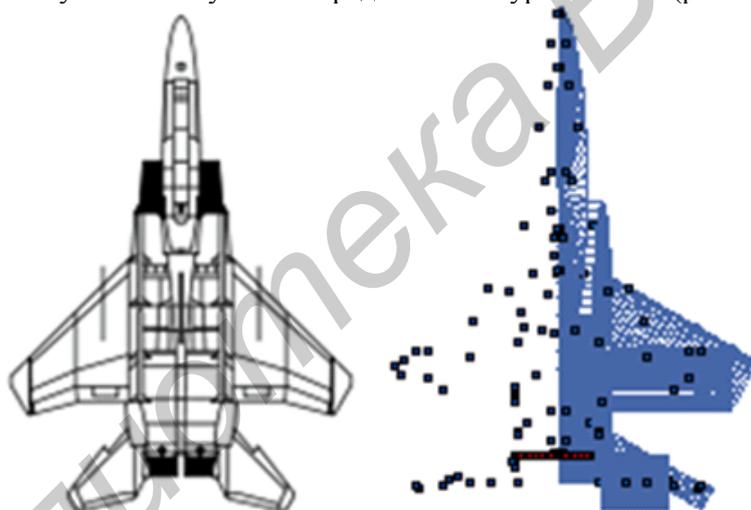


Рис. 4. Модель истребителя F-15SE, представленная совокупностью БТ

Разработанный конструктор радиолокационных объектов позволяет моделировать как симметричные объекты (самолет, ракета) и объекты с отсутствием симметрии (например, вертолет, надводный корабль, некоторые типы наземных объектов). В случае имитации симметричных объектов (рис. 3, б) с целью снижения вычислительных затрат моделируется конфигурация только правой части объекта. Левая часть объекта формируется путем симметричного отображения полученной части модели относительно плоскости симметрии (строительной плоскости  $XOY$ ).

После получения требуемого распределения совокупности элементарных отражателей производится расчет их проекций на линию визирования.

*Расчет проекций БТ на линию визирования.* Решение данной задачи предполагает последовательный анализ отражателей всех ЭК объекта. С этой целью каждая БТ, заданная в системе координат элементарного компонента цели, пересчитывается в СК центра масс цели, после чего осуществляется ее пересчет в СК, связанную с радиолокатором.

Основными операциями процесса пересчета координат являются [4]:

- перенос центра анализируемой системы координат;
- повороты анализируемых систем координат.

Процесс переноса центра локальной СК поясняется рис. 5, а.

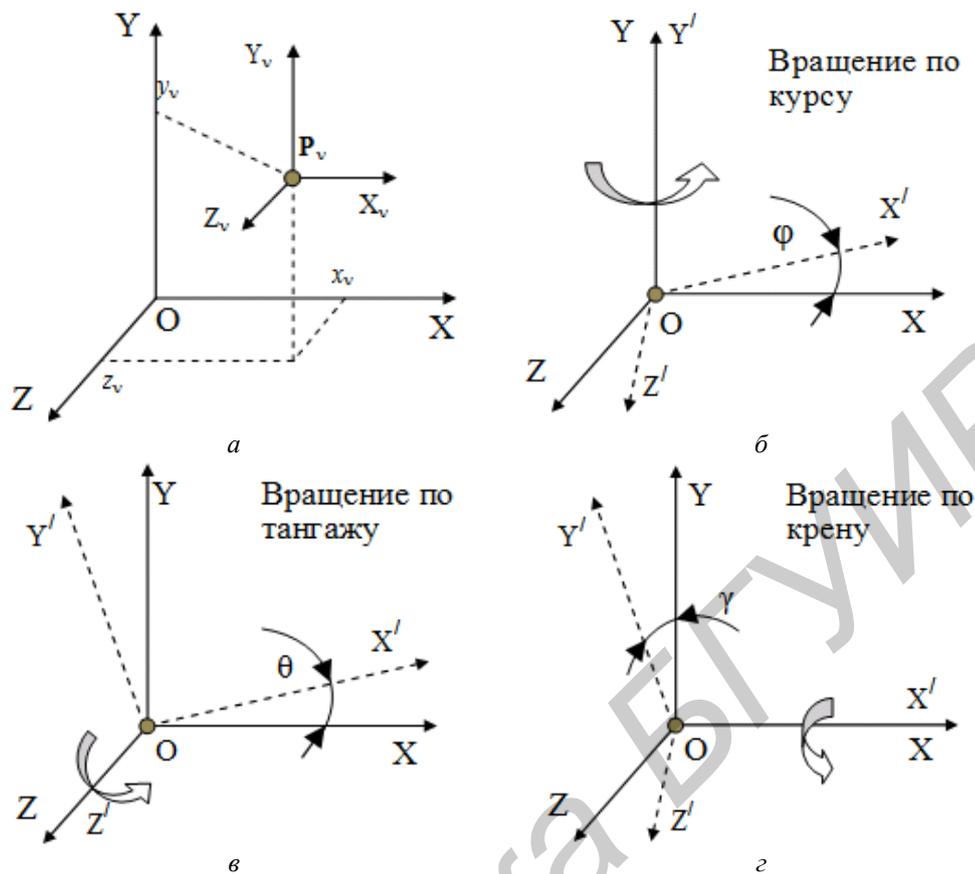


Рис. 5. Операции по пересчету координат:

*a* – перенос системы координат; *б* – вращение системы координат по курсу; *в* – вращение системы координат по тангажу; *з* – вращение системы координат по крену

Для переноса координат анализируемой точки  $\mathbf{P}_v = (x_v, y_v, z_v)^T$  по осям  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  используются соответствующие матрицы переноса (сдвига):

$$\mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_v \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y_v \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При вычислениях удобно использовать матрицу переноса, учитывающую совместный сдвиг координат по трем осям:

$$\mathbf{M}(\mathbf{P}_v) = \mathbf{M}_x \mathbf{M}_y \mathbf{M}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x_v \\ 0 & 1 & 0 & y_v \\ 0 & 0 & 1 & z_v \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $x_v$ ,  $y_v$ ,  $z_v$  – требуемая величина смещения координат по каждой из осей.

При моделировании для описания ориентации объекта в пространстве используются следующие параметры [4]:

- угол курса  $\phi$  (изменяется поворотом модели вокруг оси  $OY$ );
- угол тангажа  $\theta$  (изменяется поворотом модели вокруг оси  $OZ$ );
- угол крена  $\gamma$  (изменяется поворотом модели вокруг оси  $OX$ ).

Возможные повороты локальной системы координат поясняются рис. 5, *б*, *в*, *з*.

При моделировании все повороты (изменения углов) осуществляются по часовой стрелке. Для поворота (вращения) вокруг оси  $OY$  на угол курса  $\phi$ , вокруг оси  $OZ$  на угол тангажа  $\theta$ , вокруг оси  $OX$  на угол крена  $\gamma$  используются соответствующие матрицы поворотов [4]:

$$\mathbf{M}^{OY} = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{M}^{OZ} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \mathbf{M}^{OX} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Рассмотренные преобразования позволяют определить координаты анализируемой БТ поверхности отражения имитируемого объекта в СК радиолокационной станции (рис. 6).

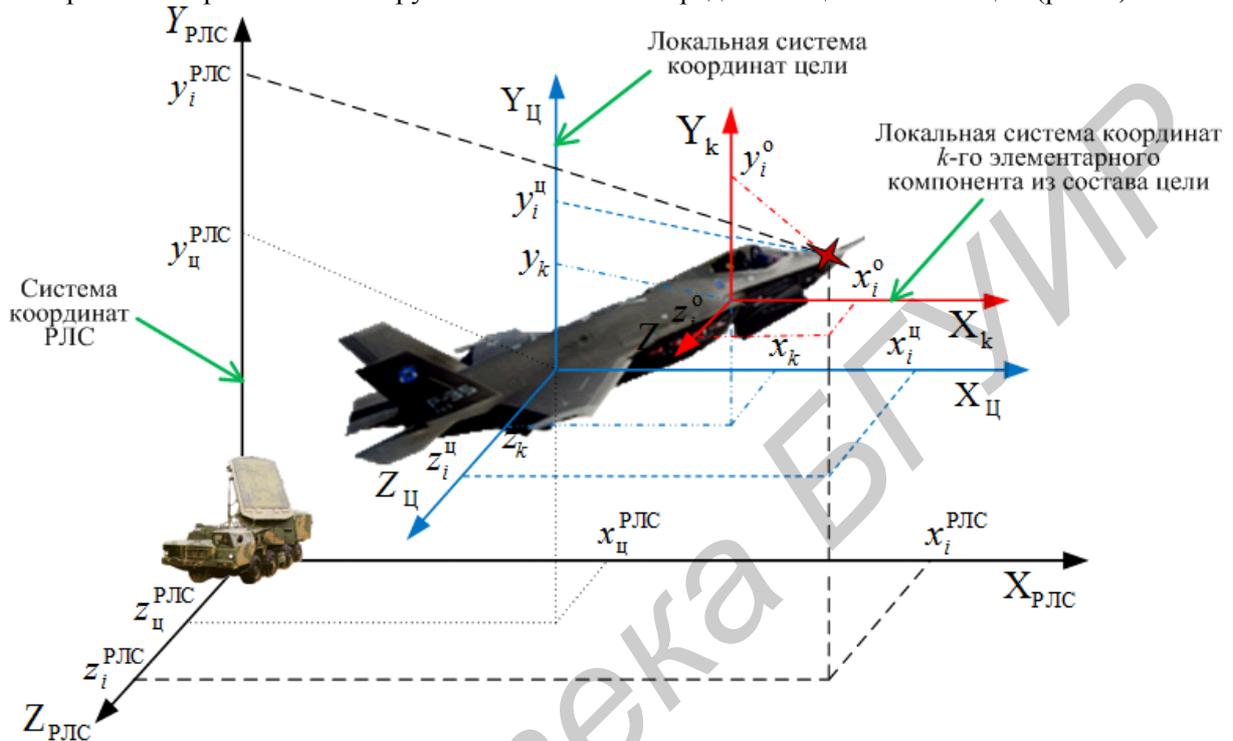


Рис. 6. Получение проекции БТ на ЛВБ

Для расчета проекций БТ на ЛВБ выполняется следующая последовательность действий:

1. Производится перенос  $i$ -ой БТ, характеризующейся координатами  $\mathbf{P}_i^o = (x_i^o \ y_i^o \ z_i^o \ 1)^T$  в СК  $k$ -го ЭК, из локальной СК анализируемого компонента в СК моделируемого объекта. Для этого выполняются повороты вокруг оси  $OY_k$  на угол  $\phi_k$ , вокруг оси  $OZ_k$  на угол  $\theta_k$ , вокруг оси  $OX_k$  на угол  $\gamma_k$ , после чего производится смещение в точку  $\mathbf{P}_k = (x_k \ y_k \ z_k \ 1)^T$  элементарного  $k$ -го компонента.

Матрица преобразования координат для  $k$ -го ЭК при этом имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{M}(\mathbf{P}_k) \cdot \mathbf{M}^{OX}(\gamma_k) \cdot \mathbf{M}^{OZ}(\theta_k) \cdot \mathbf{M}^{OY}(\phi_k), \quad (4)$$

Координаты  $i$ -ой БТ в СК цели рассчитываются как произведение вектора координат и матрицы преобразования  $\mathbf{P}_i^u = (x_i^u \ y_i^u \ z_i^u \ 1)^T = \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{P}_i^o$ .

2. Координаты БТ в СК РЛС находятся с помощью матрицы преобразования координат  $\mathbf{M}_c = \mathbf{M}(\mathbf{P}_c) \cdot \mathbf{M}^{OX}(\gamma_c) \cdot \mathbf{M}^{OZ}(\theta_c) \cdot \mathbf{M}^{OY}(\phi_c), \quad (5)$

где  $\mathbf{P}_c = (x_c^РЛС \ y_c^РЛС \ z_c^РЛС \ 1)^T$  – координаты центра масс объекта в СК РЛС.

В результате определяются координаты  $i$ -ой БТ в системе координат РЛС

$$\mathbf{P}_i^РЛС = (x_i^РЛС \ y_i^РЛС \ z_i^РЛС \ 1)^T = \mathbf{M}_c \cdot \mathbf{P}_i^u.$$

3. Проекция БТ на ЛВБ определяется как скалярное произведение двух векторов:

$$r_i^{\text{ЛВ}} = \frac{x_i^{\text{РЛС}} \cdot x_{\text{ц}}^{\text{РЛС}} + y_i^{\text{РЛС}} \cdot y_{\text{ц}}^{\text{РЛС}} + z_i^{\text{РЛС}} \cdot z_{\text{ц}}^{\text{РЛС}}}{\sqrt{(x_{\text{ц}}^{\text{РЛС}})^2 + (y_{\text{ц}}^{\text{РЛС}})^2 + (z_{\text{ц}}^{\text{РЛС}})^2}}. \quad (6)$$

После определения проекций всех наблюдаемых БТ на ЛВ, согласно выражению (1) осуществляется суммирование комплексных сигналов, отраженных от каждой «блестящей точки». При этом учитываются амплитудные и фазовые соотношения, обусловленные наличием частоты Доплера отраженных сигналов от совокупности БТ для текущих параметров РЛС.

Разработанный комплекс моделирования позволяет формировать случайные реализации сигнала отраженного от наблюдаемого объекта с учетом его размеров и конструктивных особенностей, пространственного перемещения цели, наличия вращающихся отражателей и характеристик излучения радиолокатора.

### Заключение

Рассмотрены особенности построения программного комплекса моделирования реализаций сигнала, отраженного от имитируемого радиолокационного объекта. В состав комплекса входят: генератор траектории объекта, конструктор радиолокационных объектов, формирователь отраженного сигнала. Объект радиолокационного наблюдения аппроксимируется набором элементарных компонент (прямоугольного параллелепипеда, эллипса и эллиптического цилиндра). В пределах объема ЭК в случайном порядке распределяются БТ, совокупность которых визуально определяет конфигурацию объекта. ОС представляет собой сумму сигналов, отраженных от наблюдаемых проекций блестящих точек на линию визирования «РЛС-цель». Рассмотрена методика расчета проекций БТ на ЛВ.

Реализованный подход позволил обеспечить требуемую точность вычислений при значительном снижении вычислительных затрат (по сравнению с фасетными моделями отражения [2]). Разработанная модель ОС учитывает основные отличительные признаки отражений радиолокационных объектов для заданных условий наблюдения. Программный комплекс моделирования представляет интерес для ученых и инженеров, занимающихся проектированием и реализацией систем, решающих задачи радиолокационного обнаружения, измерения и распознавания объектов.

## THE OBJECT DESIGNER OF PROGRAM MODELLING COMPLEX OF RADAR-TRACKING SIGNALS

A.S. SOLONAR, S.N. YARMOLIK, A.S. KHRAMENKOV,  
A.A. MIKHALKOVSKI, P.A. KHMARSKI

### Abstract

Principles of construction of program modelling complex of the radar-tracking signals reflected from objects of various classes are considered. The developed complex of modelling allows to form casual realizations of a signal reflected from observable object taking into account its sizes and design features, spatial moving of the purpose, presence of rotating reflectors and characteristics of radiation of a radar.

### Список литературы

1. *Охрименко А.* Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Ч.1. Основы радиолокации. М., 1983.
2. *Сухаревский О.И.* Рассеяние электромагнитных волн воздушными и наземными радиолокационными объектами. Х., 2009.
3. *Леонов А.И., Васенев В.И., Гойдуков Ю.И.* Моделирование в радиолокации. М., 1979.
4. *Горбатенко С.А., Максимов Э.М., Полушкин Ю.Ф.* Механика полета. Общие сведения. Уравнения движения. Инженерный справочник. М., 1969.

УДК 621.396.96

## РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ЗОН ДЕЙСТВИЯ ПАССИВНЫХ РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫХ СИСТЕМ ОБНАРУЖЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ С МИНИМИЗАЦИЕЙ ИНТЕРВАЛА ОБЗОРА ПО РАЗНОСТИ ХОДА

А.А. ДМИТРЕНКО, С.Ю. СЕДЫШЕВ

Военная академия Республики Беларусь  
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 17 апреля 2014

Представлены результаты анализа зон действия, точностных и энергетических характеристик различных вариантов реализации разностно-дальномерного алгоритма определения пространственных координат источников радиоизлучения с взаимнокорреляционной обработкой в частотной области и минимизацией интервала обзора по разности времен запаздывания в сравнении с другими пассивными системами.

*Ключевые слова:* базово-корреляционная обработка, минимизация интервала обзора по разности хода, разностно-дальномерный способ определения координат, псевдообзор по угловому положению.

### Введение

Многопозиционные пассивные радиолокационные комплексы (МП РЛК) позволяют решать весь перечень задач обеспечения безопасности воздушного пространства и управления воздушным движением. Кроме этого, МП РЛК обладают рядом преимуществ по сравнению с активными однопозиционными радиолокационными системами (РЛС), такими как скрытность, помехозащищенность, живучесть и т.д. [1–6]. По этой причине исследования, направленные на упрощение организации обзора пространства радиолокационного наблюдения (РЛН) в многопозиционных пассивных комплексах, сокращение числа приемных позиций (ПП) и объема аппаратуры, являются актуальными.

В статье приведены методика расчета и результаты сравнения зон действия комплексов пассивной локации (КПЛ) с различными способами определения пространственных координат: угломерным, разностно-дальномерным (РД) и различного рода их комбинаций. Также в статье показана перспективность применения в КПЛ минимизации интервала обзора по разности времен запаздывания между приемными позициями за счет использования априорной информации об угловом положении реальной или виртуальной диаграммы направленности антенны (ДНА). Такой способ построения КПЛ позволяет значительно упростить устройства обзора пространства РЛН, системы обнаружения источников радиоизлучения (ИРИ) и измерения их пространственных координат.

### Пассивная разностно-дальномерная система обнаружения ИРИ с минимизацией интервала обзора по разности хода

Комплексное использование угломерного и разностно-дальномерного способов может позволить повысить точность определения местоположения излучающих целей и увеличить дальность действия КПЛ [6–10]. В качестве центрального приемного пункта (ЦПП) может использоваться ПП с узконаправленной диаграммой направленности антенны (ДНА) и последовательным обзором по азимуту. В качестве периферийных позиций используются приемные пункты с невращающимися слабонаправленными ДНА.

Значение разности времен запаздывания сигналов ИРИ относительно ПП системы находится в функциональной зависимости от углового положения ИРИ (рис. 1), что позволяет осуществлять обзор не всего интервала возможных значений разности времен запаздывания, а только незначительной его части [11, 12]:

$$\Delta\tau_k(r,\beta) = \frac{1}{c} \cdot \left[ r - \sqrt{r^2 - 2r \cdot d_k \cos(\beta - \beta_{d_k})} + d_k^2 \right],$$

где  $\beta$  – значение текущего азимута ИРИ,  $\beta_{d_k}$  – азимут  $k$ -го ПП,  $d_k$  – расстояние от ЦПП до  $k$ -го ПП,  $r$  – текущая дальность,  $c$  – скорость света,  $\Delta\tau_k(r,\beta)$  – разность времен запаздывания комплексных огибающих сигналов ИРИ между ЦПП и  $k$ -м ПП. Получив данное значение, можно значительно уменьшить интервал обзора по разности времен запаздывания на выходе устройства вычисления максимума взаимнокорреляционной функции (ВКФ).

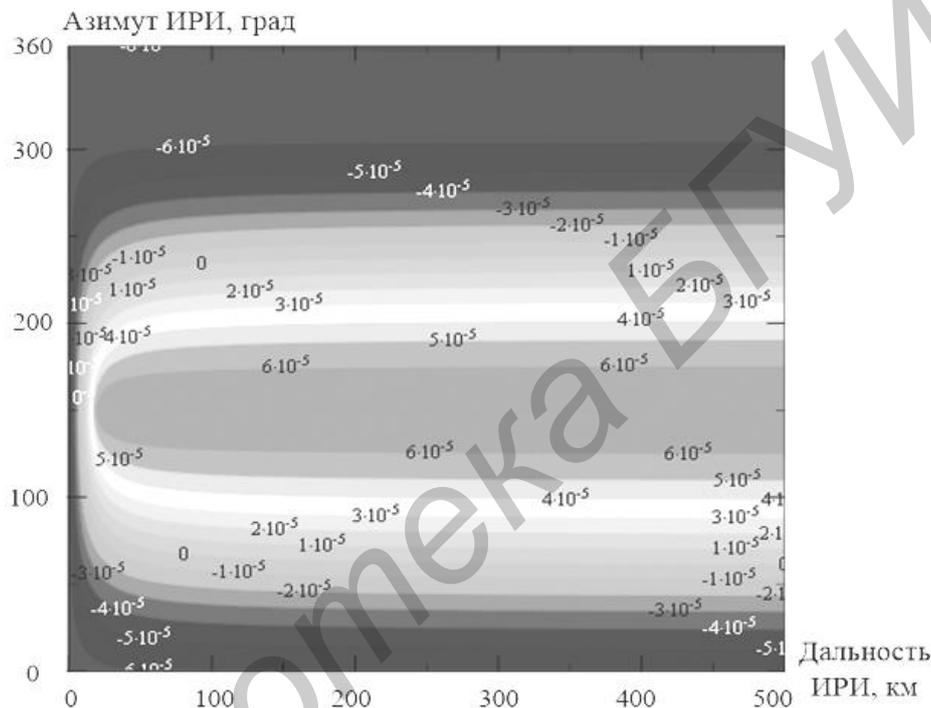


Рис. 1. Зависимость разности времен запаздывания от азимута и дальности местонахождения ИРИ для одной пары приемных позиций

Использование априорной информации об угловом положении ИРИ может позволить значительно снизить временные и вычислительные затраты на обработку сигналов [13], решить вопросы неоднозначности оценки пространственных координат ИРИ в многоцелевой ситуации и, кроме того, за счет высокого потенциала приемного канала ЦПП получение ВКФ возможно при меньших значениях отношения сигнал/шум (ОСШ) на входе ПП. Все это может обеспечить выигрыш в дальности обнаружения, сравнимом с дальностью действия угломерной системы при сохранении точности определения координат ИРИ как в разностно-дальномерном КПЛ [10].

Однако введение в состав МП РЛК направленной антенной системы (АС) с последовательным обзором по азимуту влечет значительное усложнение всей системы в целом. Стоимость направленной АС с возможностью пространственного сканирования в современных комплексах достигает 70 % от стоимости всего изделия. Также, в результате последовательного обзора по азимуту, вероятность обнаружения сигналов ИРИ, работающих на излучение непродолжительное время, уменьшается.

Реализация электронного псевдообзора по азимуту в базово-корреляционном КПЛ в совокупности с применением дешевых ненаправленных АС на всех ПП системы может позволить сохранить относительно низкую себестоимость МП КПЛ и одновременно предоставит возможность сокращения интервала возможных значений разности времен запаздывания относительно разнесенных в пространстве ПП, устранения неоднозначности измерений в многоцелевой ситуации [14]. Ведение последовательного обзора по псевдоугловой

координате дает возможность также получать оценку ее значения при отсутствии реального пеленгатора в составе системы [15].

### **Сравнительный анализ пространственных и энергетических характеристик различных вариантов реализации алгоритмов разностно-дальномерной взаимнокорреляционной обработки**

С целью проведения сравнительного анализа по точностным возможностям определения пространственных координат различными способами был осуществлен модельный вычислительный эксперимент применительно к комплексам пассивной локации, реализованным на основе угломерного, разностно-дальномерного и угломерно-разностно-дальномерного (УРД) способов. Наиболее общей интегральной характеристикой того или иного способа обработки является рабочая зона КПЛ – часть пространства, в пределах которой отклонение оценок координат целей от их истинных значений не превышает максимально допустимых  $\Delta_{\max}$  значений с вероятностью не хуже заданной  $P_{\Delta}$ . При расчетах принималось, что для горизонтальной плоскости  $\Delta_{\max} = 2500$  м при  $P_{\Delta} = 0,9$ .

Характеристики антенн и приемных устройств пеленгатора с узкой ДНА и ПП с ненаправленными антеннами оставались неизменными. При реализации угломерного и угломерно-разностно-дальномерного способов система представляла собой два разнесенных в пространстве на 20 км ПП. В случае расчета зон действия разностно-дальномерных КПЛ с направленной и ненаправленной АС на ЦПП геометрия системы представляла собой три ПП в углах равностороннего треугольника с расстояниями до ЦПП 12,5 км. В качестве источников радиоизлучения рассматривались ответчик системы Мк-12 (длина волны 0,3 м, мощность передатчика 500 Вт, ненаправленная антенна) и обладающая более высокой скрытностью многофункциональная (МФ) РЛС истребителя (длина волны 0,03 м, мощность передатчика 100 Вт, излучение принимается по боковым лепесткам ДНА). Все рабочие зоны строились при идеализированных условиях, в которых не учитывались влияние кривизны земной поверхности, углы закрытия и другие факторы. Значения ОСШ принимались к обработке без учета ограниченности линейного участка тракта обработки сигналов.

Методика проведения вычислительного эксперимента включала в себя следующие этапы.

1. Задавалась пространственная конфигурация ПП КПЛ на плоскости;
2. Определялась зона исследования в виде квадрата размером  $\pm X_{\max}$  и  $\pm Y_{\max}$ ;
3. Проводилось многократное последовательное генерирование координат источника излучения равномерно во всей зоне с координатами  $\pm X_{\max}$  и  $\pm Y_{\max}$ ;
4. Производился расчет величины отношения сигнал/шум на выходе линейной части тракта обработки для каждой из сгенерированных координат ИРИ [7–9]:  $\gamma = P_{\text{пер}} G_{\text{пер}} G_{\text{пр}} \lambda^2 T_0 / N_0 (4\pi)^2 r_c^2 K_z$ , где  $P_{\text{пер}}$  – импульсная мощность передатчика,  $G_{\text{пер}}$  – коэффициент усиления передающей антенны,  $G_{\text{пр}}$  – коэффициент усиления приемной антенны,  $N_0$  – спектральная плотность мощности внутренних шумов приемника,  $K_z$  – коэффициент затухания радиоволн в атмосфере,  $\lambda$  – длина волны,  $T_0$  – длительность импульса,  $r_c$  – дальность до ИРИ.
5. Проводился расчет флуктуационных ошибок измерения углов [7–9]:  $\sigma_{\beta, \Delta} = \sqrt{\Delta\theta(1+\gamma)/4\pi\gamma^2}$ , где  $\Delta\theta$  – разрешающая способность по азимуту,  $\gamma$  – ОСШ.
6. Проводился расчет флуктуационных ошибок измерения разности хода [7–9]:  $\sigma_{\beta, \Delta} = \sqrt{c^2 \Delta\alpha^2 (1+\gamma_{\text{pp}} \gamma_{\text{cpp}}) / 4\pi(\gamma_{\text{pp}} \gamma_{\text{cpp}})^2}$ , где  $\Delta\alpha$  – разрешающая способность по разности хода,  $\gamma_{\text{pp}}$  – ОСШ на входе периферийного ПП,  $\gamma_{\text{cpp}}$  – ОСШ на входе ЦПП.
7. Проводился расчет ошибок измерения линий положения угломерных ПП [7–9]:  $\sigma_{\beta} = r_c \sigma_{\beta, \Delta}$ ;
8. Проводился расчет ошибок измерения линий положения РД ПП [7–9]:  $\sigma_{\Delta} = \sigma_{\beta, \Delta} / \left[ 2 \sin(\Psi/2) \right]$ , где  $\Psi$  – угол между направлениями на ПП от ИРИ.

9. Проводился расчет ошибок определения пространственных координат ИРИ [7–9]:

– для угломерного КПЛ (УКПЛ):  $\sigma_{\Sigma} = \frac{1}{\sin(\Psi)} \sqrt{\sigma_{1\beta}^2 + \sigma_{2\beta}^2 + 2 \cos(\Psi) \sigma_{1\beta} \sigma_{2\beta} \rho}$ ,

– для разностно-дальномерного КПЛ (РДКПЛ):  $\sigma_{\Sigma} = \frac{1}{\sin(\Psi)} \sqrt{\sigma_{1\Delta}^2 + \sigma_{2\Delta}^2 + 2 \cos(\Psi) \sigma_{1\Delta} \sigma_{2\Delta} \rho}$ ,

– для угломерно-разностно-дальномерного КПЛ (УРДКПЛ):

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{1}{\sin(\Psi)} \sqrt{\sigma_{1\Delta}^2 + \sigma_{2\beta}^2 + 2 \cos(\Psi) \sigma_{1\Delta} \sigma_{2\beta} \rho},$$

где  $\rho$  – коэффициент корреляции измерений линий положения. Для всех рассматриваемых случаев  $\rho$  принимался равным нулю по причине фактического отсутствия корреляции между измеряемыми параметрами.

10. Производилось сравнение рассчитанного значения ошибки определения пространственных координат ИРИ для каждой из сгенерированных точек на плоскости с максимально допустимым значением  $\Delta_{\max}$ . Если для  $i$ -го положения источника выполнялось условие  $\sigma_{\Sigma} \leq \Delta_{\max}$ , то такая точка включалась в рабочую зону и отображалась на рисунке.

Результаты математического моделирования представлены на рис. 2.

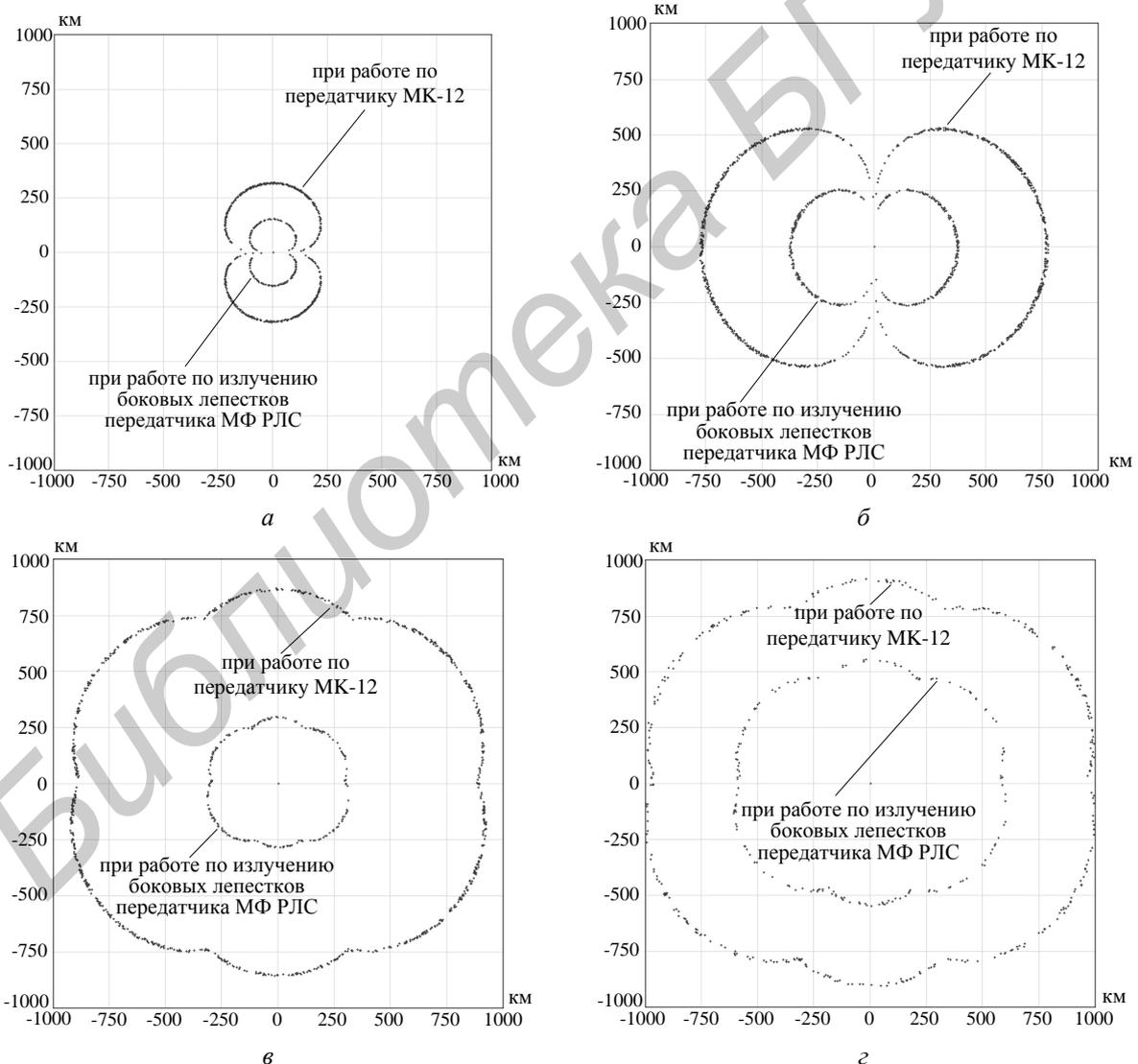


Рис. 2. Рабочие зоны КПЛ с различными способами определения пространственных координат ИРИ: а – угломерный; б – угломерно-разностно-дальномерный; в – разностно-дальномерный; г – разностно-дальномерный с высоконаправленной антенной системой на ЦПП.

Расчет величины отношения сигнал/шум (рис. 3) и значений среднеквадратичного отклонения (СКО) ошибок измерения пространственных координат (рис. 4) являлись этапами построения рабочих зон КПЛ. Условия расчета ОСШ и СКО ошибок измерения являются частными для каждого из вариантов. Однако в совокупности с анализом результатов моделирования зон действия различных типов КПЛ представление зависимостей ОСШ и СКО ошибок измерения координат от дальности до ИРИ, получаемых в КПЛ различного типа, представляет дополнительную информацию для проведения сравнительного анализа различных способов измерения пространственных координат в КПЛ.

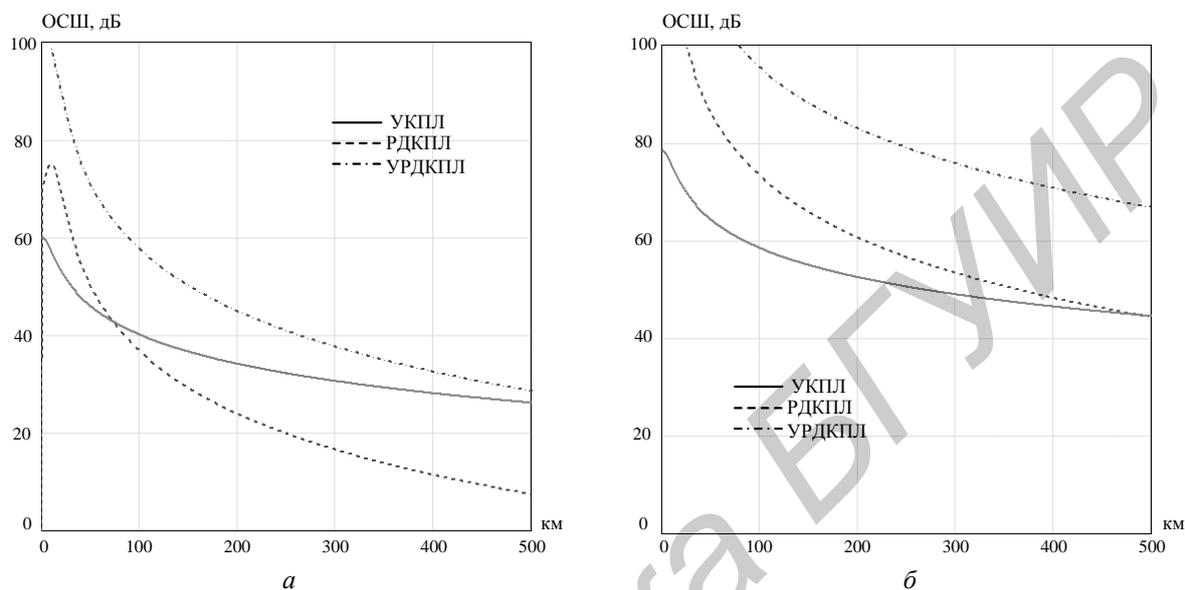


Рис. 3. Зависимость величины отношения сигнал/шум от дальности до ИРИ применительно к УКПЛ, РДКПЛ и УРДКПЛ: *a* – при работе по боковым лепесткам ДНА МФ РЛС; *б* – при работе по передатчику Мк–12

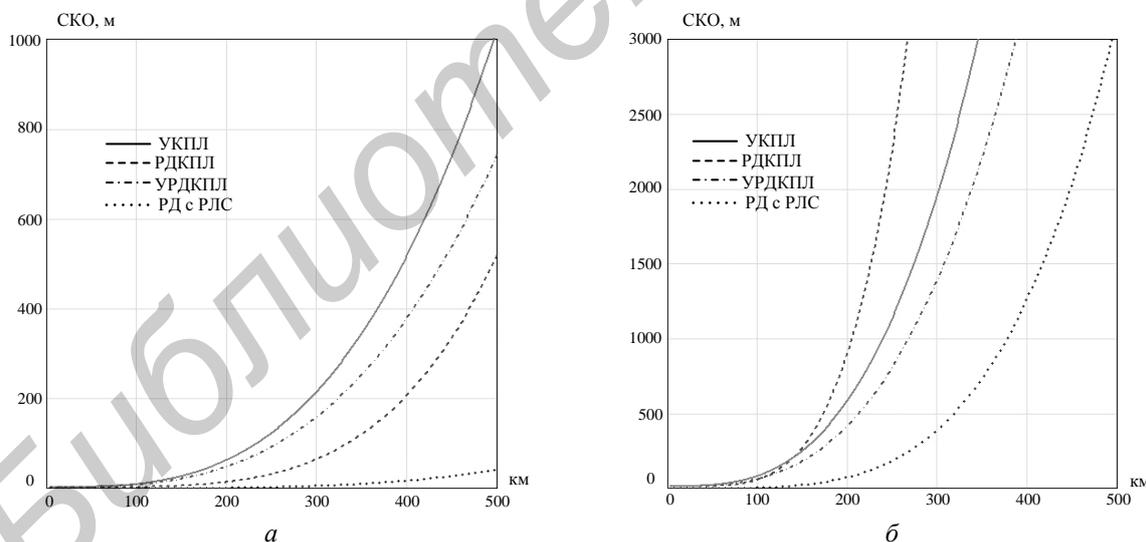


Рис. 4. Зависимость величины СКО ошибок определения пространственных координат от дальности до ИРИ применительно к УКПЛ, РДКПЛ и УРДКПЛ: *a* – при работе по боковым лепесткам ДНА МФ РЛС; *б* – при работе по передатчику Мк–12

Из представленных зависимостей видно, что угломерный КПЛ [8] является наименее точным. Разностно-дальномерный КПЛ является высокоточным комплексом, однако при достижении значения сигнал/шум менее 16...15 дБ ошибки измерений резко возрастают. Применительно к сигналам системы Мк–12 это проявляется на дальностях более 300 км, а в 3-сантиметровом диапазоне длин волн – на дальностях до 100 км. Использование радиопеленгатора с узкой ДНА в составе комплекса позволяет повысить точность определения координат и увеличить дальность обнаружения сигналов ИРИ.

## Заключение

Проведя сравнительный анализ полученных характеристик и зависимостей, можно сделать следующие выводы. Дальность обнаружения ИРИ угломерным комплексом (рис. 2, а) является наименьшей из анализируемых способов. Стоимость же комплекса может оказаться самой высокой вследствие необходимости применения двух и более пеленгаторов. Также необходимость согласования обзора пространства РЛН по угловым координатам увеличивает сложность системы.

Повысить пространственные возможности по обнаружению ИРИ представляется возможным путем реализации угломерно-разностно-дальномерного способа определения пространственных координат. Однако дальность обнаружения сигналов с малой энергией увеличивается незначительно и составляет порядка 250 км (рис. 2, б). Также вследствие использования высоконаправленной антенной системы стоимость и сложность реализации скорее всего превысят аналогичные комплексы с применением ненаправленных антенн.

Комплексы пассивной локации, использующие разностно-дальномерный способ определения пространственных координат, позволяют с высокой точностью определять местоположение ИРИ. Однако дальность обнаружения сигналов с малой энергией не превышает 270 км (рис. 2, в) и оказывается недостаточной для выполнения ряда задач.

Использование в качестве одного из приемных пунктов высоконаправленной антенной системы при реализации разностно-дальномерного способа может улучшить возможности по обнаружению сигналов с малой энергией (рис. 2, в). Также информация об угловом положении ИРИ позволяет минимизировать интервал обзора по разности времен запаздывания, устранить неоднозначность оценок пространственных координат ИРИ в многоцелевой ситуации за счет избыточности РЛИ. Реализация данного способа позволит реализовать зону действия порядка 580 км по большинству источников излучений.

Введение в базово-корреляционную систему определения разности времен запаздывания виртуальной антенной системы с имитацией вращения может позволить значительно упростить и снизить стоимость системы за счет отказа от использования реального пеленгатора при сохранении преимуществ его использования. Дальность обнаружения в этом случае уменьшается и становится сравнимой с дальностью обнаружения РД КПЛ с ненаправленными антеннами, однако вышеперечисленные преимущества использования пеленгатора остаются.

## ANALYSIS OF OPERATIVE RANGES OF PASSIVE TIME DELAY ESTIMATION OF MULTI-STATIC PRIMARY SURVEILLANCE RADAR WITH TIME DELAY SECTOR MINIMIZATION

A.A. DMITRENKO, S.Y. SEDUSHEV

### Abstract

Results of the analysis operative ranges, accuracy and energetic characteristics various passive surveillance systems with time delay sector minimization are compared.

### Список литературы

1. *Dave H., Philip G.* // Multi-Static Primary Surveillance Radar – An examination of Alternative Frequency Bands. Roke Manor Research Limited. Report № 72/07/R/376/U. July, 2008. Issue 1.2. P. 186.
2. *Kaczur M.* Passive Coherent Location. Brno, 2010.
3. *Bezousek P.* // Radioengineering. 2008. Vol. 17, № 3. P. 53–59.
4. *Zubkov A.* // Information Aspects of Multispectral Active–Passive Radio Monitoring System. TCSET'2010. Lviv–Slavske. Ukraine. February 23–27 2010. P. 96–97.
5. Special Report: Iran tests passive radar in aerial drill. [Electronic resource]. 2011. Mode of access: <http://English.news.cn>. Date of access: 05.01.2012.

6. *Савенко С.А.* Теория и техника совместной адаптивной обработки сигналов в обзорных активно-пассивных радиолокационных системах. Минск, 2000.
7. *Охрименко А.Е.* Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба. Ч.1. Основы радиолокации. М., 1983.
8. *Охрименко А.Е.* Основы обработки и передачи информации. Минск, 1990.
9. *Ширман Я.Д., Багдасарян С.Т., Гориков С.А. и др.* Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. М., 2007.
10. *Перетягин И.В., Полюхин И.Ф.* // Сб. докл. Междунар. науч.-техн. конф. «Радиолокация, навигация, связь». Ч.2. Воронеж, 2006. С. 10.
11. *Дмитренко А.А., Седышев С.Ю., Гориков С.А.* // Сб. науч. трудов ГУ «НИИ ВС РБ». 2012. № 1 (1). С. 104–109.
12. *Дмитренко А.А.* // Сравнительный анализ способов построения комплексов пассивной локации, Дисс. ... маг. техн. наук. Минск, 2012.
13. *Дмитренко А.А., Седышев С.Ю., Гориков С.А.* Устройство быстрого обзора по разности времен запаздывания в корреляционно-базовых комплексах пассивной локации. Патент РБ № 9543.
14. *Дмитренко А.А., Седышев С.Ю.* // Вест. ПГУ. № 4. Серия С. Фундаментальные науки. 2014.
15. *Дмитренко А.А., Седышев С.Ю., Гориков С.А.* Устройство определения угловой координаты источника радиоизлучения в корреляционно-базовых комплексах пассивной локации. Патент РБ № 9864.

Библиотека БГУИР

УДК 621.395

## МЕТОДИКА СИНТЕЗА АДАПТИВНОЙ ПЕРСПЕКТИВНОЙ СЕТИ ШИРОКОПОЛОСНОГО РАДИОДОСТУПА

А.Ю. ЗАЛИЗКО

Военная академия Республики Беларусь  
Минск, 220057, Беларусь

Поступила в редакцию 17 июня 2014

Рассматривается последовательность синтеза сети широкополосного радиодоступа с учетом адаптации ее к воздействию внешних негативных факторов. При этом используется комбинированная адаптация, в основе которой лежит структурная составляющая.

*Ключевые слова:* синтез, структурно-параметрическая адаптация, негативное воздействие, структура сети, оптимизация по ресурсным затратам.

### Введение

Применение адаптивных сетей широкополосного радиодоступа (СШРД) двойного назначения, обеспечивающих функцию непрерывного доступа должностных лиц к общим телекоммуникационным и информационным ресурсам с учетом влияния внешних негативных факторов (радиоэлектронное подавление, физическое поражение), является одним из перспективных направлений в построении систем радиосвязи различных звеньев управления [1].

Цель синтеза адаптивной СШРД – при определенной вероятности поражения элементов сети, в зависимости от характера внешнего негативного воздействия, получить такую структуру СШРД, которая обеспечивала бы обмен сообщениями с заданными информационными объемами и временными задержками между соответствующими парами абонентов.

В научных трудах Ю.Ю. Громова, В.В. Вишневого, В.В. Ломовицкого и других авторов [2–4] развиты подходы по синтезу оптимальной топологической структуры сети связи с применением технологий Wi-Fi по основным критериям на основе комбинаторных подходов, которые представляют системы связи в виде конечного графа без петель и кратных ребер, вершины которого соответствуют узлам сети, а ребра – каналам связи. Однако применение данных подходов требует значительного статистического описания, что является сложной задачей.

Статья посвящена рассмотрению основных этапов синтеза перспективных адаптивных сетей связи военного назначения в условиях воздействия дестабилизирующих факторов [5]. В области проектирования и создания сетей связи разработанная методика синтеза построена с применением структурной и параметрической адаптации в реальном масштабе времени. Для сетей доступа предложено применение избыточности в виде элементов магистральной (опорной) подсети СШРД, что позволит повысить ее устойчивость в целом к различному роду негативным воздействиям. В работе [6] отмечается, что использование комбинированных методов адаптации на всех уровнях декомпозиции исследуемой системы позволяет повысить максимальную производительность сети в условиях активного воздействия противника как на элементы, так и на составные части исследуемого объекта.

### Выбор исходных данных

Исходными данными для синтеза сети являются следующие.

1. Математическая модель СШРД в виде отдельных элементов и подсетей [7].

2. Количество абонентских устройств (АУ)  $\Phi$ .
3. Матрица координат АУ  $\mathbf{A}_{xy}^{AY}$  в момент времени  $t = t_0$

$$\mathbf{A}_{xy}^{AY} \Big|_{t=t_0} = \begin{bmatrix} (x, y)_{11} & (x, y)_{12} & \dots & (x, y)_{1N_{аб}} \\ (x, y)_{21} & (x, y)_{22} & \dots & (x, y)_{2N_{аб}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (x, y)_{\Lambda 1} & (x, y)_{\Lambda 2} & \dots & (x, y)_{\Lambda N_{аб}} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $N_{аб}$  – максимальное количество абонентов, обслуживаемое одним локальных узлов (ЛУ);  $\Lambda$  – предполагаемое количество ЛУ в СШРД.

4. Матрица требуемой пропускной способности для АУ  $\mathbf{A}_C^{AY}$  при  $t = t_0$ , которая характеризует интенсивность внешнего трафика

$$\mathbf{A}_C^{AY} \Big|_{t=t_0} = \begin{bmatrix} 0 & c_{12} & \dots & c_{1\Phi} \\ c_{21} & 0 & \dots & c_{2\Phi} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{\Phi 1} & c_{\Phi 2} & \dots & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

5. Матрица воздействий на узловые элементы (УЭ) сети  $\mathbf{A}_{\Pi}^{yЭ}$  при  $t = t_0$

$$\mathbf{A}_{\Pi}^{yЭ} \Big|_{t=t_0} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1(\Lambda+E)} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2(\Lambda+E)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{(\Lambda+E)1} & p_{(\Lambda+E)2} & \dots & p_{(\Lambda+E)(\Lambda+E)} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $(\Lambda+E)$  – количество узловых элементов (УЭ), входящих в состав СШРД.

Элементами матрицы (3) являются значения, равные вероятностям поражения соответствующих каналов средствами радиоэлектронной борьбы (РЭБ) и УЭ средствами огневого подавления.

Основной целью адаптации структуры СШРД является получение такого ее состава, при котором обеспечивается число информационных цепей в направлении связи не менее двух (условие двусвязности СШРД) [8]. Передачу сообщений от одного АУ к другому целесообразно проводить по одной цепи с соблюдением условия обеспечения требуемой пропускной способности этой цепью.

### Методика синтеза адаптивной СШРД

Последовательность методики синтеза адаптивной СШРД следующая.

1. Построение транспортной составляющей СШРД  $G_{ТРС}$ .
2. Построение плана распределения потоков сообщений  $\mathbf{A}_{\Delta R}^{yЭ}$  без учета влияния внешних негативных факторов.
3. Проведение оптимизации СШРД 1-го уровня с получением структуры  $G'_{ТРС}$  и нижней границы количества УЭ  $(\Lambda+E)_н$ .
4. Проведение оптимизации СШРД 2-го уровня с получением подоптимальной структуры  $G''_{ТРС}$  и верхней границы количества УЭ  $(\Lambda+E)_в$ .
5. Осуществление параметрической адаптации по фактической производительности магистральных узлов (МУ) с получением матрицы  $\mathbf{A}_{(\Delta R)^m}^{yЭ}$ .

При построении транспортной составляющей СШРД основной интерес представляет синтез магистральной подсети при известных данных о составе локальных подсетей (локальной обобщенной подсети).

Для построения магистральной подсети (МП), значительно распределенной на местности, МУ подразделяются на два типа:

МУ 1-го уровня, непосредственно примыкающие к ЛУ и образующие несвязную магистральную подсеть 1-го уровня;

МУ 2-го уровня, объединяющие МУ 1-го уровня в единую подсеть.

Определение количества и координат УЭ осуществляется графическим способом с применением цифровой карты местности и в следующем порядке.

1. Определение координат  $\mathbf{A}_{xy}^{ЛУ}$  и количества ЛУ  $\Lambda$  с использованием матрицы (1).

Применяется способ разбиения области ограничения абонентских устройств  $O_{\pi}$  зонами обслуживания локальных устройств  $S_{\beta}$ .

2. Распределение АУ по ЛУ и построение матриц абонентов локальных узлов  $\mathbf{A}_{АЛУ}^{\beta}$ .

3. Определение координат  $\mathbf{A}_{xy}^{МУ1}$  и количества МУ первого уровня  $E_{МУ}^1$  с использованием матрицы координат локальных узлов  $\mathbf{A}_{xy}^{ЛУ}$ . Применяется способ накрытия ЛУ зонами обслуживания МУ первого уровня.

4. Определение координат  $\mathbf{A}_{xy}^{МУ2}$  и количества МУ второго уровня  $E_{МУ}^2$  с использованием матрицы координат МУ первого уровня  $\mathbf{A}_{xy}^{МУ1}$ . При этом необходимо применять условие обеспечения двусвязности МП.

По окончании определения состава транспортной составляющей СШРД  $G_{ТРС}$  формируется матрица пропускных способностей между узловыми элементами СШРД  $\mathbf{A}_R^{УЭ}$ ,

$$\mathbf{A}_R^{УЭ} \Big|_{t=t_0} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1(\Lambda+E)} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2(\Lambda+E)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{(\Lambda+E)1} & R_{(\Lambda+E)2} & \dots & R_{(\Lambda+E)(\Lambda+E)} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $(\Lambda+E)$  – количество УЭ, находящихся в составе СШРД.

Элементами матрицы (4) являются значения  $R_{pq}$ , равные пропускным способностям каналов между узловыми элементами  $C_{pq}$ .

Окончательно структура СШРД, где основной вес составляет транспортная составляющая, имеет следующий вид:

$$G_{СШРД} = \left\langle G(\Lambda) \Big|_{\mathbf{A}_{xy}^{ЛУ}} / \left( G(E_{МУ}^1) \Big|_{\mathbf{A}_{xy}^{МУ1}} / G(E_{МУ}^2) \Big|_{\mathbf{A}_{xy}^{МУ2}} \right) \right\rangle \Big|_{\mathbf{A}_R^{УЭ}} \Leftrightarrow G_{ТРС}, \quad (5)$$

где  $G(\Lambda)$  – структура обобщенной несвязной локальной подсети (ЛП);  $G(E_{МУ}^1)$  – структура МП 1-го уровня;  $G(E_{МУ}^2)$  – структура МП 2-го уровня; « / » – знак конкатенации;  $G_{ТРС}$  – структура транспортная составляющая СШРД.

Комбинированная адаптация проявляется при рассмотрении оптимизации СШРД по ресурсным затратам. В качестве критериев оптимизации предпочтительно выбрать:

– минимум УЭ транспортной составляющей сети:

$$(\Lambda + E) \rightarrow \min; \quad (6)$$

– минимально необходимую (оптимальную) производительность по пропускной способности МУ:  $C_{pq}^{МУ} \Big|_{p=q} \rightarrow \text{opt } C_{pq}^{МУ} \Big|_{p=q}$ , где  $C_{pq}^{МУ} \Big|_{p=q}$  – производительность МУ.

Конкретное значение в (6) получить сложно, из-за влияния множества факторов, учет которых усложняет задачу синтеза рациональной структуры СШРД. Поэтому определяется диапазон изменения количества УЭ:  $\left[ (\Lambda+E)_н, (\Lambda+E)_в \right]$ .

Исходными данными для решения оптимизационной задачи являются: структура сети  $G_{СШРД}$ , ресурс ее пропускной способности  $\mathbf{A}_R^{y\exists}$  и интенсивность внешнего трафика (нагрузка на сеть)  $\mathbf{A}_C^{AY}$ , а ограничением – допустимое время передачи сообщений в сети  $\mathbf{A}_t^{AY}$  и количество транзитов через МП, при котором достигается полное распределение внешнего трафика.

К исходным данным задачи оптимизации по ресурсным затратам также относится определение интенсивности среднего абонентского трафика в виде матрицы  $\mathbf{A}_{C_{cp}}^{AY}$  с количеством абонентов, эквивалентным использованию максимальных характеристик ЛУ по обслуживанию АУ. Матрица среднего абонентского трафика  $\mathbf{A}_{C_{cp}}^{AY}$  получается путем насыщения исходной матрицы  $\mathbf{A}_C^{AY}$  абонентами со средней требуемой пропускной способностью, равной

$$\mathbf{A}_{C_{cp}}^{AY} = \begin{bmatrix} c_{11}^{cp} & c_{12}^{cp} & \dots & c_{1(N_{аб}\Lambda)}^{cp} \\ c_{21}^{cp} & c_{22}^{cp} & \dots & c_{2(N_{аб}\Lambda)}^{cp} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{(N_{аб}\Lambda)1}^{cp} & c_{(N_{аб}\Lambda)2}^{cp} & \dots & c_{(N_{аб}\Lambda)(N_{аб}\Lambda)}^{cp} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$c_{ik}^{cp} \Big|_{i \in (1, N_{аб}\Lambda), k \in (1, N_{аб}\Lambda)} = c^{cp} = \sum c_{ik} / n_{ik} = \text{const}$ , где  $c_{ik} > 0$ ,  $c_{ik} \Big|_{i=k} = 0$ , где  $N_{аб}\Lambda$  – максимальное количество АУ, которое может функционировать одновременно при определенном количестве ЛУ.

Усреднение (7) позволяет обеспечить запас по пропускной способности, возможности по изменению абонентского трафика и состава без существенного изменения структуры транспортной составляющей  $G_{ТРС}$ .

Распределение усредненного абонентского трафика осуществляется в несколько этапов.

1. Распределение нагрузки ЛУ. При этом ЛУ производит селекцию входных сообщений от абонентов, переходя в состояние выбора направления передачи сообщения  $z_{сoоб}^{ЛУ\beta}$  [7], и выдает результирующий поток сообщений на соседний МУ 1-го уровня.

2. МУ 1-го уровня анализирует поток от ЛУ-отправителей и разбивает его на сообщения, проходящих до соответствующих ЛУ-получателей. Исходя из информации, хранящейся в матрицах  $\mathbf{A}_{MHC}$ ,  $\mathbf{A}_{BP}$ , определяются возможные маршруты в необходимых информационных направлениях и выбираются наилучшие пути  $\mu_{ik}$  по метрикам пропускной способности и протяженности (количеству переприемов) [1].

3. МУ 2-го уровня, согласно информации от МУ-отправителей 1-го уровня, обеспечивают передачу сообщений к МУ-получателям 1-го уровня.

4. МУ-получатели 1-го уровня, согласно информации от МУ-отправителей 2-го уровня, обеспечивают передачу сообщений к соответствующим ЛУ-получателям.

5. ЛУ-получатели распределяют сообщения по АУ.

Процедура осуществляется последовательно для каждой пары ЛУ до полного распределения абонентского трафика. После каждого распределения уточняются значения матриц  $\mathbf{A}_R^{y\exists}$  и  $\mathbf{A}_C^{AY}$ :

$$\forall (y\exists_p, y\exists_q) \Big|_{p \in (1, (\Lambda+E)), q \in (1, (\Lambda+E))} \in \mu_{ik} \Big|_{i \in (1, \Phi), k \in (1, \Phi)}, \quad (8)$$

$$\exists \lambda_{ik} : \|\Delta R_{pq}\| = \|R_{pq} - \lambda_{ik}\|, \text{ при } \Delta R_{pq} \geq R_{pq}^{pez},$$

где  $\mu_{ik}$  – выбранный путь передачи сообщения в МП между  $i$ -ым и  $k$ -м АУ;  $\Delta R_{pq}$  – уточненное значение ресурса пропускной способности между  $p$ -ым и  $q$ -м УЭ;  $R_{pq}^{\text{рез}}$  – резервная пропускная способность транспортной составляющей СШРД для осуществления маневра каналами.

После завершения распределения всего усредненного абонентского трафика образуется план распределения потоков сообщений  $A_{\Delta R}^{y\text{Э}}$ :

$$A_{\Delta R}^{y\text{Э}} = \begin{bmatrix} \Delta R_{11} & \Delta R_{12} & \dots & \Delta R_{1(\Lambda+E)} \\ \Delta R_{21} & \Delta R_{22} & \dots & \Delta R_{2(\Lambda+E)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta R_{(\Lambda+E)1} & \Delta R_{(\Lambda+E)2} & \dots & \Delta R_{(\Lambda+E)(\Lambda+E)} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

План распределения (9) хранится в центральном узловом элементе (ЦУЭ) и используется при проведении параметрической адаптации СШРД. Оптимизация СШРД по ресурсным затратам производится на двух уровнях:

– первый уровень – без учета внешних воздействий (3) при требуемом абонентском трафике (2) с получением значения нижней границы количества УЭ;

– второй уровень – с учетом внешних воздействий (3) и результатов первого уровня оптимизации.

Порядок оптимизации на первом уровне следующий.

1. При известной матрице  $A_{C_{\text{сп}}}^{\text{АУ}}$  распределяется усредненная нагрузка и строится план распределения потоков сообщений  $A_{\Delta R}^{y\text{Э}}$ .

2. Если элементы  $\|\Delta R_{pq}\|$  соответствуют условиям (8), то оптимизация на первом уровне считается завершенной и осуществляется переход к пункту 4, иначе выполняется пункт 3.

3. Те элементы матрицы  $A_{\Delta R}^{y\text{Э}}$ , которые не соответствуют условиям (8), увеличиваются на  $\Delta R'_{pq} = \|R_{pq}^{\text{рез}} - \Delta R_{pq}\|$  за счет резервирования данных участков избыточными УЭ.

Так как при определении интенсивности среднего абонентского трафика учитываются возможности ЛУ, то в основном происходит резервирование МУ и их окончательный подсчет:  $E' = E + \Delta E$ , где  $\Delta E$  – избыточное количество МУ, состоящее из  $\gamma_1$  МУ 1-го уровня и  $\delta_1$  МУ 2-го уровня.

4. При полученном  $E'$  уточняется план распределения  $A_{(\Delta R)'}^{y\text{Э}}$  с элементами  $\|\Delta R_{pq}^1\|$  и определяется нижняя граница количества УЭ  $(\Lambda + E)_{\text{н}}$  с координатами избыточных элементов  $(x_{\gamma_1}^{\text{МУ1}}, y_{\gamma_1}^{\text{МУ1}})_{\text{изб}}$  и  $(x_{\delta_1}^{\text{МУ2}}, y_{\delta_1}^{\text{МУ2}})_{\text{изб}}$ .

5. Уточнение структуры  $G'_{\text{ТрС}}$ .

Опишем порядок оптимизации на втором уровне при однократном воздействии поражающих факторов.

1. При известных  $A_{(\Delta R)'}^{y\text{Э}}$ ,  $G'_{\text{ТрС}}$  и с учетом матрицы  $A_{\Pi}^{y\text{Э}}$  определяются УЭ и каналы, выведенные из строя.

2. Уточняется матрица  $A_{(\Delta R)'}^{y\text{Э}}$ , где значения элементов, относительно которых происходит воздействие, равняются нулю:  $\|\Delta R_{pq}^1\| = 0$ .

3. Если элементы  $\|\Delta R_{pq}^1\|$  соответствуют условиям (8), то оптимизация на втором уровне считается завершенной и осуществляется переход к пункту 5, иначе выполняется пункт 4.

4. Те элементы матрицы  $A_{(\Delta R)}^{y\text{Э}}$ , которые не соответствуют условиям (8), увеличиваются на  $\Delta R_{pq}'' = \|R_{pq}^{\text{рез}} - \Delta R_{pq}^1\|$  за счет резервирования данных магистральных участков избыточными УЭ  $\Delta E'$ , состоящими из  $\gamma_2$  МУ 1-го уровня и  $\delta_2$  МУ 2-го уровня.

5. При полученном  $E''$  уточняется план распределения  $A_{(\Delta R)}^{y\text{Э}}$  с элементами  $\|\Delta R_{pq}^2\|$ , определяются верхняя граница количества УЭ  $(\Lambda+E)_{\text{в}}$  и координаты избыточных элементов  $(x_{\gamma_2}^{\text{МУ1}}, y_{\gamma_2}^{\text{МУ1}})_{\text{изб}}$  и  $(x_{\delta_2}^{\text{МУ2}}, y_{\delta_2}^{\text{МУ2}})_{\text{изб}}$ , уточняется структура  $G_{\text{ТРС}}''$ .

Таким образом, результатом ресурсной оптимизации являются структура  $G_{\text{ТРС}}''$  и диапазон  $[(\Lambda+E)_{\text{н}}, (\Lambda+E)_{\text{в}}]$ . При этом, их отыскание осуществлялось при проведении структурно-параметрической адаптации. Полученная структура  $G_{\text{ТРС}}''$  является подоптимальной.

При получении рациональной структуры СШРД необходимо произвести параметрическую адаптацию по фактической производительности МУ  $C_{pq}^{\text{МУ}}$ . Производительность является относительной величиной, зависящей от структуры СШРД и условий ее эксплуатации.

Для этого МУ необходимо разделить на: высокопроизводительные, производительные, низкопроизводительные.

Сущность параметрической адаптации по производительности МУ заключается в следующем.

1. В плане  $A_{(\Delta R)}^{y\text{Э}}$  анализируются производительности МУ и пропускные способности примыкающих к ним каналов. В этом случае вводится дополнительный коэффициент  $\varepsilon = C_{pq}^{\text{МУ}} / R_{pq}^{\text{рез}}$  с градациями  $\varepsilon_{\text{в}}$ ,  $\varepsilon_{\text{п}}$  и  $\varepsilon_{\text{н}}$ , соответствующими производительностям МУ. При этом  $\varepsilon_{\text{в}} > \varepsilon_{\text{п}} > \varepsilon_{\text{н}} = 1$ .

2. Корректируются элементы матрицы  $A_{(\Delta R)}^{y\text{Э}}$ . При этом, если  $\varepsilon_{\text{п}} \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{\text{н}}$ , то производительность рассматриваемого МУ не изменяется;  $\varepsilon_{\text{в}} \geq \varepsilon > \varepsilon_{\text{п}}$ , то производительность рассматриваемого МУ уменьшается до величины  $\varepsilon_{\text{п}} R_{pq}^{\text{рез}}$ .

3. При неизменной структуре СШРД  $G_{\text{ТРС}}''$  изменяется только матрица  $A_{(\Delta R)}^{y\text{Э}}$ .

В конечном итоге, согласно выражения (5), модель адаптивной СШРД имеет следующий вид:  $G_{\text{ТРС}}'' = \left\langle G(\Lambda) \Big|_{A_{xy}^{\text{лУ}}} / \left( G(E_{\text{МУ}}^1 + \gamma_1 + \gamma_2) \Big|_{A_{(xy)}^{\text{МУ1}}} / G(E_{\text{МУ}}^2 + \delta_1 + \delta_2) \Big|_{A_{(xy)}^{\text{МУ2}}} \right) \right\rangle \Big|_{A_{(\Delta R)}^{y\text{Э}}}$ , где  $A_{(xy)}^{\text{МУ1}}$  – матрица координат МУ 1-го уровня с учетом избыточных элементов;  $A_{(xy)}^{\text{МУ2}}$  – матрица координат МУ 2-го уровня с учетом избыточных элементов; « / » – знак конкатенации.

### Заключение

Таким образом, представленная методика позволяет: анализировать сети с коммутацией пакетов на основе вычисления зависимости производительности сети от интенсивности внешней нагрузки, физической структуры, требований к вероятности своевременной доставки, пропускной способности каналов и их качества; формировать рациональный план распределения информационных потоков с использованием методов комбинированной адаптации.

Дает возможность определять оптимальную производительность транспортных узловых элементов, обеспечивающих достижение потенциальной эффективности сети; обеспечивать

выбор рациональной физической структуры СШРД за счет распределения ресурса пропускной способности на основе количественной оценки связности сети и анализа эффективности использования выделяемого ресурса. Также она позволяет использовать возможности цифровой (электронной) карты местности при планировании размещения элементов сети.

## TECHNIQUE OF SYNTHESIS OF THE ADAPTIVE PERSPECTIVE NETWORK OF THE BROADBAND RADIO ACCESS

A.Yu. ZALIZKO

### Abstract

The technique of synthesis of an adaptive network of a broadband radio access (SBWA), consisting in carrying out of optimization of mathematical model of the received communication system taking into account its adaptation to influence of external negative factors is considered. Structurally-parametrical adaptation in which basis the structural component lays is thus used.

### Список литературы

1. Разработка предложений по облику объединенной системы навигации, связи и опознавания: отчет о НИР / Воен. акад. Респ. Беларусь; рук. темы С.В. Кругликов. Минск, 2012.
2. Вишневский В.М. Широкополосные беспроводные сети передачи информации. М., 2005.
3. Поповский В.В. Математическое моделирование сложных систем: краткий текст лекций. Л., 1990.
4. Громов Ю.Ю. Синтез и анализ живучести сетевых систем. М., 2007.
5. ГОСТ Р 53111-2008. Устойчивость функционирования сети общего пользования. Требования и методы проверки.
6. Зализко А.Ю., Станкевич В.Э. // Матер. Междунар. военно-науч. конф. «Современная военно-техническая политика: проблемы и перспективы», Минск, 21–22 марта 2013 г. С. 188.
7. Зализко А.Ю. // Матер. 31 ежегодной науч.-технич. конф. ОАО «Агат-Систем – упр. компан. холдинга «Системы св. и упр-ия», Минск, 5–6 мая 2014 г. С. 76–77.
8. Разработка методики оценки объемов информации, циркулирующей между ПУ оперативного (оперативно-тактического) и тактического уровней управления: отчет о НИР (заключительный) / УО «Воен. акад. Респ. Беларусь»; рук. темы И.В. Филипченко. ДСП. Инв. № 86267. Минск, 2013.

УДК 004.822:514

## АППАРАТНО-ПРОГРАММНАЯ ПОДДЕРЖКА МЕТОДА ОБРАБОТКИ ДАННЫХ И ЗНАНИЙ В ИНТЕРНЕТЕ С ЭЛЕМЕНТАМИ ШИФРОВАНИЯ

В.А. ВИШНЯКОВ, Д.С. БОРОДАЕНКО

*Минский институт управления Лазо, 12, Минск, 220012, Беларусь**ЕПАМ, Радиальная, 40, Минск, 220070, Беларусь**Поступила в редакцию 18 марта 2014*

Модификация алгоритма динамического преобразования RDF-запросов в методе отображения реляционных структур данных на модель RDF позволяет поддерживать шифрование путем использования операций объединения для кодирования запросов с неоднородным отображением на реляционную модель. Предложены два варианта поддержки модифицированного метода. При небольших объемах запросов пользователей (до десятка тысяч) представлена программная реализация, описанная в терминах классов. Для больших объемов запросов пользователей (десятки и сотни тысяч) – рассмотрена аппаратная реализация подключения к Web-серверу специализированного процессора на основе ПЛИС.

*Ключевые слова:* обработка данных и знаний, аппаратно-программная поддержка, ПЛИС, спецпроцессор, шифрование.

### Введение

Для обработки данных и знаний в интернете широко используется модель данных RDF, которая опирается на следующие ключевые понятия [1]: графовая структура данных, словарь идентификаторов URIfref, типы данных, литералы, факты, правила логического следования. Технологии RDF поддерживает представление знаний в Web-пространстве для автоматической обработки. Огромное количество накопленной информации, хранимой в интернете (в том числе и закрытой), представлено в реляционных базах данных (БД), быстрый доступ к которым семантическими средствами затруднен. Среди препятствий на пути массового внедрения RDF в Web: необходимость переноса уже накопленной информации на модель знаний RDF и невысокая производительность семантических систем при обработке больших объемов RDF информации. Перспективным подходом к решению обоих препятствий является интеграция RDF и реляционных баз данных [1] с эффективной программной или аппаратной поддержкой.

### Методика эксперимента

Для отображения на структуру RDF и обеспечивается обработка RDF-запросов на доступ и обновление реляционных данных, используется модель адаптации реляционных данных, представленная в виде двойки [2]:  $\{M, N\}$ , где  $M$  – отображения реляционной модели данных на модель RDF, позволяющие создавать утверждения RDF на основе значений полей записей реляционных таблиц (реляционная таблица соответствует классу RDF-ресурсов, запись – RDF-ресурсу, значение первичного ключа – субъекту, имя поля – предикату, значение – объекту утверждения RDF);  $N$  – единое пространство имен (первичных ключей) для всех RDF-ресурсов, отображенных из записей реляционных таблиц, а также RDF-ресурсов, описываемых утверждениями, хранимыми в таблице триплетов, что позволит вносить в нее утверждения, использующие в позициях субъекта, предиката и объекта любые RDF-ресурсы. Обработка RDF-запросов определяется тройкой [2]:  $\{Aq, An, P\}$ , где:  $Aq$  – алгоритм

преобразования запросов к данным RDF в запросы SQL;  $Al$  – алгоритм обновления реляционных данных по запросу RDF;  $R$  – разбор и преобразование RDF-запросов и команд обновления данных в запросы и команды к реляционной СУБД на стандартном языке SQL.

По мере востребованности в конкретных приложениях от системы хранения RDF-данных также может потребоваться поддержка дополнительных возможностей. Набор алгоритмов, входящих в метод, обеспечивает поддержку следующих расширений:

- реификация (представление в виде самостоятельных ресурсов) утверждений RDF, что позволяет составлять утверждения об экземпляре утверждений [3];

- применение правил логического вывода при преобразовании RDF-запросов для учета в результатах выполнения запросов отношений подкласс-суперкласс, заданных предикатом *rdfs:sub Class Of* (так вышеупомянутое создание единого пространства имен равносильно включению всех отображаемых классов ресурсов RDF на суперкласс; *rdfs:Resource*;

- применение правил логического вывода для учета подотношений, определенных при помощи предиката *rdfs:sub Property Of*, указывающего, что все утверждения, верные для подотношения, также верны и для базового отношения;

- применение правил логического вывода для учета транзитивных отношений, входящих в класс предикатов *owl:TransitiveProperty* (примером практического применения транзитивного отношения может быть выборка всех комментариев к заданному сообщению вне зависимости от уровня вложенности).

В работе [3] представлена структура разработанного метода семантического доступа к данным на основе отображения реляционных БД на модель данных RDF. Суть метода заключается в интеграции новой модели адаптации реляционных данных. Для реализации обработки разработаны новые алгоритмы преобразования запросов к данным RDF в запросы SQL и обновления реляционных данных по запросу RDF. Следует отметить, что существующие системы хранения RDF-данных ограничиваются применением правил логического вывода на уровне приложения, что упрощает реализацию таких систем, но существенно снижает производительность обработки запросов.

Разработанный метод семантического доступа, в отличие от аналогов, использует реализацию логического вывода на уровне хранимых процедур реляционной СУБД. Механизм хранимых процедур позволяет в процессе обновления данных создавать и поддерживать вспомогательные структуры, обеспечивающие выборку данных с учетом всех заданных правил логического вывода посредством одного запроса SQL. Наиболее известный пример такой структуры – транзитивное замыкание, сводящее проверку истинности транзитивного отношения до одной операции выборки.

Модель адаптации реляционных данных не накладывает дополнительных ограничений на используемую схему реляционной базы данных сверх ограничений стандарта SQL. Любая таблица  $T$  в первой нормальной форме может быть отображена для доступа при помощи RDF-запросов. Таким образом, любая существующая база данных может быть адаптирована для доступа через RDF, не теряя при этом обратной совместимости с существующими SQL-запросами.

Процесс адаптации включает добавление в базу данных атрибутов, внешних ключей, таблиц и хранимых процедур, необходимых для преобразования запросов RDF и поддержки дополнительных возможностей, предлагаемых разработанной системой, таких как реификация утверждений и логический вывод на правилах для *rdfs:sub Class Of* *rdfs:sub Property Of* и *owl:TransitiveProperty* [4]. Разработанная модель подробно описана в [2].

*Алгоритм преобразования RDF-запроса в запрос SQL.* Приведенное в работе [3] описание отображаемых реляционных данных и средств логического вывода позволяет задать следующие входные данные алгоритма:

- набор отображений  $M = \langle M_{rel}, M_{attr}, M_{sub}, M_{trans} \rangle$ , где  $M_{rel} : P \rightarrow R$ ,  $M_{attr} : P \rightarrow \Phi$ ,  $M_{sub} : P \rightarrow S$ ,  $M_{trans} : P \rightarrow T$ ;  $P$  – множество отображенных отношений RDF,  $R$  – множество реляционных таблиц,  $\Phi$  – множество реляционных атрибутов,  $S \subset P$  – подмножество отношений RDF, для которых заданы подотношения,  $T \subset R$  – множество транзитивных замыканий;

– графовый шаблон  $\Psi = \langle \Psi_{nodes}, \Psi_{arcs} \rangle = \Pi \cup N \cup \Omega$ , где  $\Pi$ ,  $N$  и  $\Omega$  – основной, отрицательный и необязательный графовые шаблоны соответственно, такие что  $\Pi$ ,  $N$  и  $\Omega$  не имеют общих дуг и при этом  $\Pi$ ,  $\Pi \cup N$  и  $\Pi \cup \Omega$  образуют связные графы;

– глобальное условие фильтрации  $F_g \in F$  и локальные условия  $F_c : \Psi_{arcs} \rightarrow F$ , где  $F$  – множество всех условий над литералами, формируемыми в синтаксисе языка запросов Squish.

Результатом алгоритма является выражение реляционного соединения  $F$  и условие  $W$ , готовые для включения в разделы FROM и WHERE запроса на языке SQL соответственно. Помимо вышеуказанных входных данных и результатов, в описании алгоритма также используются следующие обозначения:  $id(r)$  – первичный ключ таблицы  $r \in R$ ;  $\rho(n)$  – значение  $id(Resource)$  для фиксированной (не являющейся переменной) вершины  $n \in \Psi_{nodes}$ , если такое значение известно во время трансляции запроса.

Алгоритм преобразования разделен на следующие шаги.

1. Пометить каждый связный компонент  $\Pi$ ,  $N$  и  $\Omega$  разными цветами  $K$ , такими что  $K_\Pi : \Pi_{nodes} \rightarrow \mathbb{K}$ ,  $K_N : N_{nodes} \rightarrow \mathbb{K}$ ,  $K_\Omega : \Omega_{nodes} \rightarrow \mathbb{K}$ ,  $K(n) = K_\Pi(n) \cup K_N(n) \cup K_\Omega(n)$ . Используется двухпроходный алгоритм разметки связных компонентов [3], модифицированный для исключения вершин, присутствующих в  $\Pi$ , из списков соседей, используемых при разметке  $N$  и  $\Omega$ . Данная модификация гарантирует, что части  $N$  и  $\Omega$ , связанные только через вершину, входящую в  $\Pi$ , будут помечены разными цветами.

2. Отобразить каждую дугу  $c = \langle s, p, o \rangle \in \Psi_{arcs}$  на реляционную модель данных в соответствии с  $M$ : определить отображение  $M_{attr}^{pos} : \Psi_{arcs} \times \Psi_{nodes} \rightarrow \Phi$  такое что  $M_{attr}^{pos}(c, s) = id(M_{rel}(p))$ ,  $M_{attr}^{pos}(c, o) = M_{attr}(p)$ ; заменить каждую дугу с неотображенным предикатом на ее реификацию и отобразить утверждения реификации в соответствии с  $M$ ; для каждой дуги, предикат которой является подотношением, добавить дугу, отображенную на соответствующий атрибут различения подотношений. Для каждой вершины  $n \in \Psi_{nodes}$ , найти смежные дуги  $\Psi_{nodes}^n = \{ \langle s, p, o \rangle \mid n \in \{s, o\} \}$  и определить ее режим связывания  $\beta_{node} : \Psi_{nodes} \rightarrow \{\Pi, N, \Omega\}$  такой что  $\beta_{node}(n) = \max(\beta_{arc}(c) \forall c \in \Psi_{nodes}^n)$ , где  $\beta_{arc}(c)$  отражает, который из графовых шаблонов  $\{\Pi, N, \Omega\}$  содержит дугу  $c$ , а оператор  $\max$  использует порядок следования  $\Pi > N > \Omega$ .

3. Отобразить каждую вершину в  $\Psi$  на набор псевдонимов таблиц  $a \in \mathbb{A}$  в соответствии с алгоритмом, описанным на рис. 1. Указанный алгоритм определяет отображение  $C_a : \Psi_{arcs} \rightarrow \mathbb{A}$ , связывающее каждую дугу в  $\Psi$  с псевдонимом, и набор отображений  $A = \langle A_{rel}, A_{node}, A_\beta, A_{filter} \rangle$ , где  $A_{rel} : \mathbb{A} \rightarrow R$ ,  $A_{node} : \mathbb{A} \rightarrow \Psi_{nodes}$ ,  $A_\beta : \mathbb{A} \rightarrow \{\Pi, N, \Omega\}$ ,  $A_{filter} : \mathbb{A} \rightarrow F$ , которые задают таблицу, вершину, режим связывания и условие фильтрации для каждого псевдонима.

4. Определить связки  $B : \Psi_{nodes} \rightarrow \mathbb{B}$ , где  $\mathbb{B} = \{ \langle a, f \rangle \mid a \in \mathbb{A}, f \in \Phi \}$ , отображающие вершины графового шаблона на наборы пар псевдонимов таблиц и атрибутов, таких что  $\langle a, f \rangle \in B(n) \Leftrightarrow \exists c \in \Psi_{arcs}^n : C_a(c) = a, M_{attr}^{pos}(c, n) = f$ .

Преобразовать графовый шаблон  $\Psi$  в граф реляционного запроса  $Q = \langle \mathbb{A}, J \rangle$ , где вершины  $\mathbb{A}$  – определенные выше псевдонимы таблиц, а грани  $J = \{ \langle b_1, b_2, n \rangle \mid b_1 = \langle a_1, f_1 \rangle \in B(n), b_2 = \langle a_2, f_2 \rangle \in B(n), a_1 \neq a_2 \}$  – условия реляционного соединения. Связать фиксированные (не являющиеся переменными) вершины графового шаблона со значениями в соответствии с алгоритмом, представленным в [3]. Составить список связанных вершин  $G \subseteq \Psi_{nodes}$ , такой что

$$n \in G \Leftrightarrow n \in F_g \vee \exists \langle b_1, b_2, n \rangle \in J \vee \exists b \in B(n) \exists a \in \mathbb{A} : b \in A_{filter}(a).$$

5. Вычислить для графа реляционного запроса  $Q$  упорядоченное связное минимальное покрытие  $P$  деревьями с непересекающимися множествами граней, такое что  $\forall P_i \in P \forall j = \langle b_{j1}, b_{j2}, n_j \rangle \in P_i \forall k = \langle b_{k1}, b_{k2}, n_k \rangle \in P_i: K(n_j) \cap K(n_k) \neq \emptyset \wedge \beta_{node}(n_j) = \beta_{node}(n_k) = \beta_{tree}(P_i)$ , начинающееся с  $P_1$  такого что  $\beta_{tree}(P_1) = \Pi$  (из определений графа  $\Psi$  и шага 4 алгоритма следует, что  $P_1$  – единственное такое дерево и что оно покрывает все условия соединения  $\langle b_1, b_2, n \rangle \in J$  такие что  $\beta_{node}(n) = \Pi$ ).

6. Записать  $P_1$  в виде корневого внутреннего соединения. Записать остальные деревья из  $P$ , имеющие не менее одной грани, в виде подзапросов. Сформировать выражение  $F$  как операцию левостороннего внешнего соединения  $P_1$  со всеми подзапросами, а также с псевдонимами таблиц, представляющими вырожденные деревья из  $P$ , состоящие из одной вершины. Для каждого  $P_i$  такого что  $\beta_{tree}(P_i) = \Pi$ , найти связку  $b = \langle a, f \rangle \in P_i$  такую что  $a \in P_1 \cap P_i$  и добавить в  $W$  условие  $(b \text{ IS NULL})$ . Для каждой несвязанной вершины  $n \notin G$  такой что  $\langle a, f \rangle \in B(n) \wedge a \in P_1$ , добавить в  $W$  условие  $(b \text{ IS NOT NULL})$ , если  $\beta_{node}(n) = \Pi$ , либо условие  $(b \text{ IS NULL})$ , если  $\beta_{node}(n) = \Pi$ . Добавить в  $W$  глобальное условие  $F_g$ .

Для поддержки шифрования адаптируется модуль хранения RDF к более широком спектру проблемных областей. В этом случае алгоритм преобразования запросов модифицируется добавлением операций объединения для кодирования запросов с неоднородным отображением на реляционную модель. Конфигурирование реляционной схемы приводится к более общему виду, включая поддержку композитных ключей и более гибкие хранимые процедуры для логического вывода и реификации утверждений.

### Результаты и их обсуждение

*Программная реализация.* Разработка архитектуры программной реализации велась с использованием UML [5] языка графического описания для объектного моделирования в области разработки ПО. Язык UML уже более 10 лет является стандартом де-факто в области проектирования ПО. Структура разработанной программной системы хранения и доступа к RDF-данным Graffiti представлена в виде диаграммы классов на рис. 1. Приведем описание основных классов разработанной системы. Высокоуровневая структура разработанной программной системы хранения и доступа к RDF-данным Graffiti представлена в виде диаграммы классов: RdfConfig – конфигурация отображения RDF; Store – реализация прикладного программного интерфейса выполнения запросов; SquishQuery, SquishSelect, SquishAssert – разбор запросов и команд обновления, SqlMapper, SqlExpression, SqlNodeBinding реализуют преобразование запроса в SQL. В класс RdfConfig записывается конфигурация отображения RDF, описанная в [2]. Помимо хранения списка пространств имен, используемых для сокращения идентификаторов URIfref, и отображения отношений RDF на таблицы и поля реляционной схемы данных, данный класс также предоставляет ряд сопутствующих служебных функций, таких как преобразование идентификаторов URIfref из сокращенной формы в полную и обратно. Класс Store обеспечивает прикладной программный интерфейс, позволяющий внешним приложениям выполнять RDF-запросы. При инициализации экземпляру класса передаются в качестве входных параметров открытое соединение с реляционной СУБД и содержимое конфигурационного файла, достаточное для формирования экземпляра класса RdfConfig.

Таким образом, реализация класса не привязана ни к соединению к СУБД, ни к конкретной конфигурации отображения RDF, что позволяет свободно рекомбинировать разные СУБД и разные схемы отображения без изменения реализации класса Store. Синтаксис языков запросов Squish и SQL реализован классом SquishQuery и его подклассами SquishSelect, реализующим разбор запроса на извлечение данных, и SquishAssert, реализующим разбор и выполнение запроса на обновление данных. Оба подкласса используют алгоритм преобразования графовых шаблонов RDF в условия выборки данных на языке SQL, реализованный в классе SqlMapper.

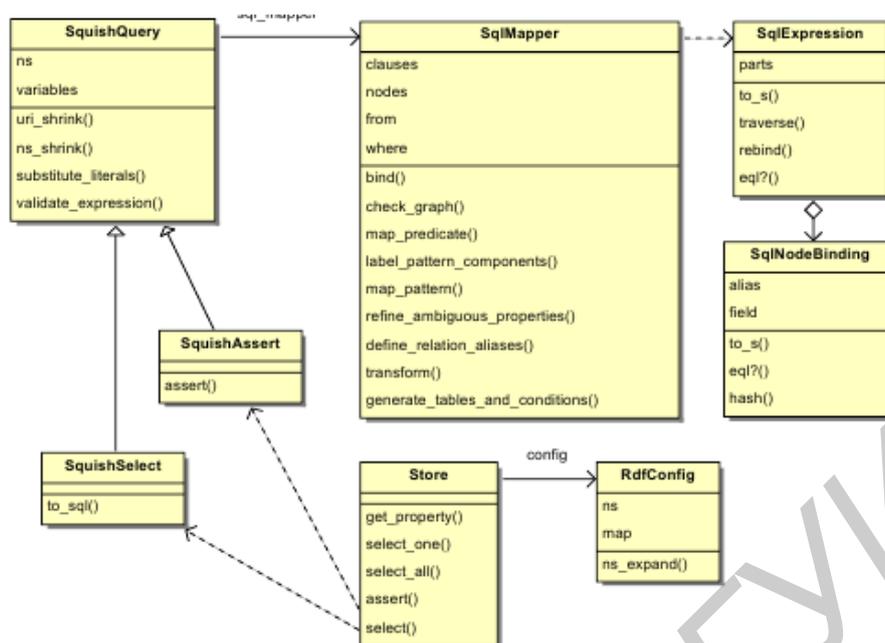


Рис. 1. Диаграмма классов разработанной системы хранения данных

Методы класса `SqlMapper`, представленные в данной последовательности, соответствуют шагам алгоритма преобразования запроса, описанного выше. Алгоритм преобразования запроса достаточно сложен и вычислительно емок и может оказывать влияние на производительность всей системы. Чтобы компенсировать потенциальные потери производительности, разработанная система хранения RDF-данных поддерживает внутренний кэш преобразованных запросов и позволяет использовать параметризованные запросы, которые увеличивают частоту попадания в кэш, защищают приложение от атак класса «SQL injection» (вставка в запросы пользовательского SQL-кода вместо данных).

*Аппаратная реализация.* Для решения задач отображения реляционных БД на модель RDF с поддержкой шифрования предлагается вычислительная платформа, как аппаратный ускоритель к Web-серверу для обработки знаний в реальном времени. Аппаратный ускоритель – это специализированный процессор, реализующий модифицируемый алгоритм преобразования запросов на доступ к RDF в запросы SQL, который подключается к серверу через высокоскоростной интерфейс. Основные требования, которые предъявляются к такой реализации: аппаратный ускоритель должен быть специализирован под решение сложной вычислительной задачи для достижения максимальной производительности; возможность изменения алгоритма обработки без переделки спецпроцессора; спецпроцессор должен иметь высокоскоростной интерфейс для обмена с сервером. Спецпроцессор может быть реализован на ПЛИС, что позволит изменить алгоритм обработки данных путем коррекции последовательности, загружаемой в интегральную схему. Имеется большое количество плат для создания прототипов устройств на базе ПЛИС, которые могут быть использованы как спецпроцессор, однако они обладают избыточностью. В качестве ПЛИС для спецпроцессора можно рекомендовать кристалл XC3S 400 Spartac III Xilinx [6], который выбран из соображений максимальной емкости (400000 логических вентилях). Требованиям интерфейса для обмена данными с сервером удовлетворяет USB 2.0 (до 480Мб/с). Для хранения корректируемой последовательности будет использоваться постоянное запоминающее устройство (ПЗУ), последовательность заносится в него через интерфейс JTAG, что позволит конфигурировать спецпроцессор из сервера. Задача шифрования передаваемых данных (криптографические алгоритмы реализуются на ПЛИС, которая включена в состав платформы).

Схема обработки RDF-знаний с аппаратной поддержкой приведена на рис. 2. Данная схема – наиболее универсальный вариант развертывания, предполагающий разделение системы между максимально возможным числом серверов и процессов. Такое разделение позволяет оптимизировать масштабируемость отдельных компонентов системы, но не является обязательным.

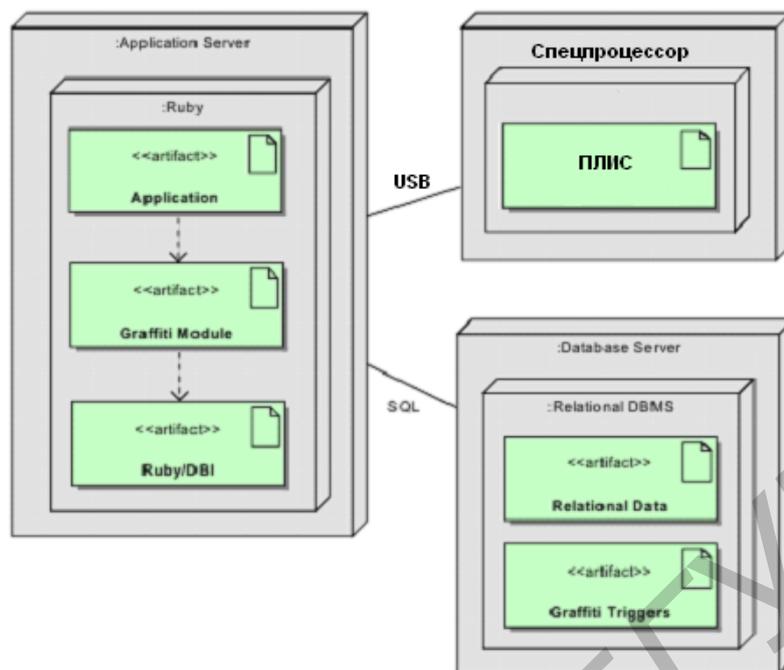


Рис. 2. Схема обработки RDF-знаний с аппаратной поддержкой

### Заключение

В результате выполненной разработки для метода обработки данных и знаний в интернете с поддержкой шифрования [2] предложено два варианта поддержки. Это может быть программная реализация, а для обслуживания большого количества пользователей (десятки, сотни тысяч) и аппаратная. Высокоуровневая структура разработанной программной системы хранения и доступа к RDF-данным Graffiti представлена в виде диаграммы классов. Для решения задач отображения реляционных БД на модель RDF с поддержкой шифрования предлагается вычислительная платформа (спецпроцессор на базе ПЛИС), как аппаратный ускоритель к Web-серверу для обработки знаний в реальном времени.

## HARD- AND SOFTWARE SUPPORT OF DATA AND KNOWLEDGE PROCESSING METHOD WITH CIPHERING ELEMENTS FOR INTERNET

V.A. VISHNIAKOV, D.S. BORODAENKO

### Abstract

The algorithm modification of dynamic transformation RDF queries in method for mapping relational DB to the RDF model allows to support the ciphering by the way of unity operations for queries coding with inhomogeneous mapping on relational model. Two variants of method of mapping relational DB to the RDF model are proposed. The software realization for medium volume of user queries (until ten thousand) in class terms is proposed. The hardware realization of this method for large volume of user queries (tens and hundreds of thousands) by including to web-server the special processor on PLIS is proposed.

### Список литературы

1. Berners-Lee T., Hendler J., Lassila O. // Scientific American. May, 2001. P. 28–37.
2. Вишняков В.А., Бородаенко Д.С. // Докл. БГУИР. 2013. № 8 (62). С. 89–94.
3. Бородаенко Д.С. // Докл. БГУИР. 2010. № 2 (48). С. 84–89.
4. Brickley D. RDF Vocabulary Description Language 1.0.
5. Фаулер М. UML основы. СПб, 2005.
6. Кузелин М.О., Кнышев Д.А., Зотов В.Ю. Современные системы ПЛИС фирмы Xilinx. М., 2004.

УДК 621.039

## ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗДУШНЫХ АЭРОЗОЛЕЙ

А.Е. ЛАГУТИН, Ж.П. ЛАГУТИНА

*Белорусский государственный аграрный технический университет  
Независимости, 99, Минск, 220093, Беларусь*

*Высший государственный колледж связи  
П. Бровка, 14, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 24 апреля 2014*

Элементный анализ воздушных аэрозолей, нанесенных на фибергласовые фильтры, был проведен с помощью пучка протонов с энергией 2 МэВ. Одновременно с набором спектров характеристического рентгеновского излучения регистрировались спектры обратно рассеянных протонов, что позволило определить концентрации легких элементов в составе аэрозолей, а кроме того, однозначно идентифицировать тяжелые примеси и вычислить их концентрацию.

*Ключевые слова:* экологический мониторинг, воздушные аэрозоли, ядерно-физические аналитические методики.

### Введение

Нанонаука и нанотехнологии – одни из наиболее бурно развивающихся в настоящее время сфер человеческой деятельности. Продвижение научного познания в глубины нановещества осуществляется столь стремительно, что любая характеристика этого направления всегда будет запаздывать. В настоящее время исследования в области нанотехнологий связаны со множеством смежных наук, областей знаний и отраслей промышленности, т.е. с тем, с чем сталкивается человек в повседневной жизни. Научные исследования в области нанотехнологий позволяют говорить о решении многих экологических проблем (утилизации отходов, очистке воздуха от выхлопных газов и т.д.). При этом следует отметить, что создание лишь отдельных элементов инфраструктуры наноиндустрии, а не инфраструктурного комплекса, направленного на поддержку всех этапов коммерциализации технологий, не позволит решать проблемы в комплексе [1].

В настоящее время можно с уверенностью сказать, что активное развитие нанотехнологий вызовет революцию и в экологии. В ближайшем будущем могут появиться такие новые термины, как «наноэкология», «нанозагрязнение», «нанотоксикология». Экологический мониторинг в будущем ждут большие перемены. Необходимо разрабатывать эффективные методы обнаружения наночастиц в природных средах (воде, воздухе и почве) и методики определения токсичности наноматериалов, нормировать содержание различных наночастиц в окружающей среде [2].

### Методика эксперимента

Ядерно-физические аналитические методики, широко используемые для решения различных нанотехнологических задач прикладного характера [3, 4], в частности исследований загрязнения окружающей среды, экологии урбанизированных территорий и т.п., требуют точной идентификации тяжелых микропримесей наряду с определением концентрации элементов в образцах. В таких случаях предпочтительным оказывается совместное

использование методик резерфордовского обратного рассеяния (РОР) и ионноиндуцированного характеристического рентгеновского излучения (ХРИ). При этом методика ХРИ позволяет точно идентифицировать любой из тяжелых элементов по спектру характеристического излучения, а концентрация его может быть вычислена достаточно точно с использованием спектра РОР [5].

### Результаты и их обсуждение

Аэрозоли, нанесенные на фиброгласовые фильтры из воздуха, были проанализированы с помощью пучка протонов. Определенный объем воздуха был прокачан через каждый фильтр. Одновременно с набором спектров характеристического рентгеновского излучения регистрировались спектры обратно рассеянных протонов, что позволило определить концентрации легких элементов в составе аэрозолей, а кроме того, однозначно идентифицировать тяжелые примеси и вычислить их концентрацию. Чувствительность методики позволяет обнаружить и идентифицировать микропримеси в образце на уровне вплоть до тысячных долей процента. В составе исследованных образцов обнаружен целый ряд микропримесей: F, Na, Mg, Al, S, Cl, K, Ca, Mn, Fe, Cu, Zn, As, Sr, Zr, Ba.

Спектры РОР показывают большой выход рассеянных протонов на самых легких элементах C, N, O по двум причинам: прежде всего, потому что концентрация этих элементов высокая, а кроме того, сечение упругого рассеяния даже для угла  $135^\circ$  носит нерезерфордовский характер. Это обстоятельство вносило дополнительные погрешности в определение концентраций элементов, поскольку экспериментально измеренные сечения рассеяния протонов для этого угла отсутствуют и приходилось экстраполировать их значения из измеренных под большими углами.

Вместе с тем спектры РОР (рис. 1) содержат информацию о рассеянии на более тяжелых элементах, для которых оно уже носит резерфордовский характер и рассчитывается довольно точно. Даже небольшой выход рассеянных протонов на достаточно тяжелых элементах (Fe), которые были зарегистрированы также и в спектрах ХРИ (рис. 2), дает возможность рассчитать нормировочные коэффициенты для вычисления концентраций всех элементов, наблюдавшихся с помощью данной методики.

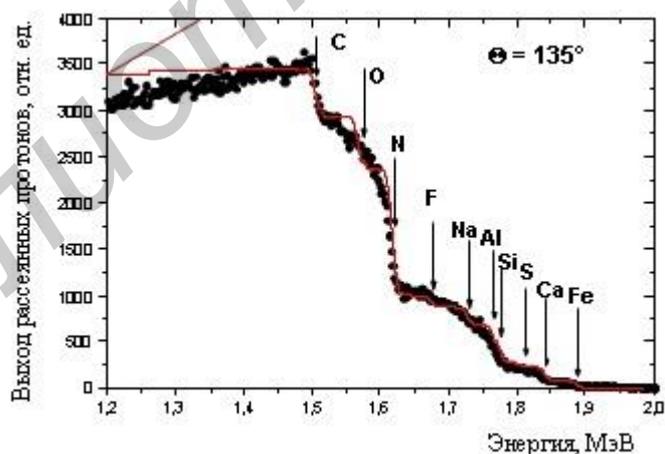


Рис. 1. Спектр протонов для аэрозолей

На рис. 2 хорошо видно, что характеристические линии всех элементов как К-серии, так и L-серии однозначно идентифицируются, а их площади могут быть вычислены с хорошей точностью. Вместе с тем интенсивности характеристических линий для различных элементов отличаются на пять порядков. Это накладывает определенные ограничения на скорость набора спектров. Чтобы уменьшить вероятность наложений импульсов, необходимо поддерживать среднюю скорость набора спектров на довольно низком уровне, а для наблюдения примесных элементов с низкой концентрацией необходимы достаточно длительные экспозиции.

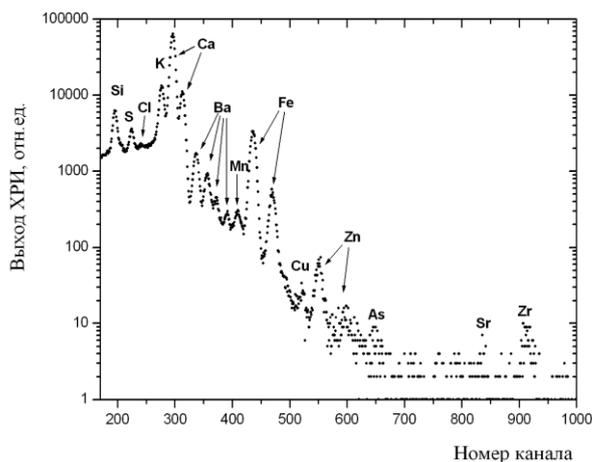


Рис. 2. Спектр ХРИ для аэрозолей

Таким образом, в составе образцов аэрозолей, осажденных на фильтрах, через которые прокачивалось определенное количество воздуха, было обнаружено около 20 основных элементов и микроэлементов, представленных в таблице.

**Атомная концентрация элементов в образцах аэрозолей**

Элемент	C	N	O	F	Na	Mg	Al	Si	S	Cl
Кон. ат. %	41	20,5	28	2,6	2,5	1,3	1,3	1,8	0,2	0,01
Элемент	K	Ca	Mn	Fe	Cu	Zn	As	Sr	Zr	Ba
Кон. ат. %	0,1	0,53	0,007	0,14	0,002	0,01	0,001	0,001	0,005	0,01

Расчет концентрации элементов, зарегистрированных методом POP, проводился традиционным путем, который положен в основу различных компьютерных программ. Для обработки же спектров ХРИ использовалась зависимость сечения возбуждения характеристического рентгеновского излучения с учетом эффективности Si(Li)-детектора от энергии излучения, показанную на рис. 3.

Эта зависимость показывает относительную эффективность регистрации характеристического излучения для различных элементов. Абсолютную же нормировку можно выполнить в той области, где некоторые элементы регистрируются как одним, так и другим методом. В данном случае такими элементами были Si и Ca, а иногда Fe и Ba. Как видно, сечения, как для K-серии, так и для L-серии довольно резко уменьшаются с увеличением энергии, что приводит к большой разнице в скорости набора линий, соответствующих разным элементам. Естественно, на эту зависимость накладывалась концентрация примесей в воздухе, в результате, как видно на рис. 2, разброс в скоростях набора спектров достигал 5 порядков.

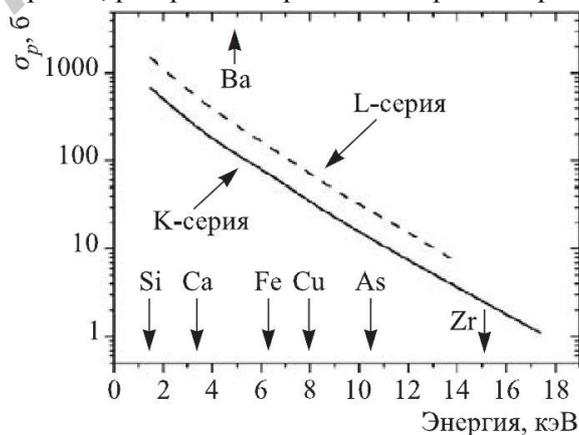


Рис. 3. Сечение возбуждения характеристического излучения для K- и L-серий, индуцированное пучком протонов с энергией 2 МэВ

## Заключение

Детальное исследование образцов фильтров с осажденными на них аэрозолями с помощью методик РОР и ХРИ показало, что данные аэрозоли содержат около 20 элементов, концентрация которых изменяется от десятков атомных процентов до одной тысячной доли процента. Основную массу аэрозолей составляют легкие элементы, так что суммарный атомный вес аэрозолей 15–16 атомных единиц. Это повышает чувствительность обеих методик к более тяжелым элементам, что позволяет обнаружить присутствие таких элементов, как Mn, Si, Zn, As, Sr, Zr, с концентрациями в тысячные доли атомных процентов. Точность определения концентрации элементов составляет около 30 % и ее можно еще повысить, если в этом есть необходимость, путем измерения нескольких образцов, приготовленных из одного и того же фильтра.

## ELEMENTAL ANALYSIS OF AIR AEROSOLS

A.E. LAGUTIN, J.P. LAGUTINA

### Abstract

Layers of aerosols, deposited on a high volume fiberglass filter from air, were analyzed using proton beam. Both the RBS spectrum and PIXE one were stored simultaneously, which allows one to calculate the light element content as well as to identify heavier elements and calculate their concentrations in aerosols.

### Список литературы

1. *Фостер Л.* Нанотехнологии. Наука, инновации и возможности. М., 2008.
2. *Супотницкий М. В.* // Нанотехнологии и охрана здоровья. 2013. № 4. С. 22–41.
3. *Lagutin A.* // 7<sup>th</sup> Int. Workshop on High Resolution Depth Profiling. Singapore, July, 8–11, 2013.
4. *Lagutin A.* // CIOSTA XXXV Conference «From Effective to Intelligent Agriculture and Forestry». Billund, July, 3–5, 2013.
5. *Лагутин А.Е.* Физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника. Минск, 2013.

УДК 54.123

## КВАНТОВО-КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ СОСТОЯНИЯ СМЕШАННОЙ ВАЛЕНТНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЦЕНТРОВ ПЕРОВСКИТОВЫХ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИКОВ

Л.И. ГУРСКИЙ, Г.В. КРЫЛОВА

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,  
П. Бровки 6, Минск 220013, Беларусь

Белорусский государственный университет,  
Независимости 4, Минск 220030, Беларусь

Поступила в редакцию 30 января 2014

Предложены квантово-статистическое описание когерентных дипольно-активных состояний и квантово-кинетическая теория состояния смешанной валентности металлических центров перовскитовых сегнетоэлектриков. Для слоистых перовскитов с линейным электронным спектром это позволило установить квадратичную зависимость распределения зарядовой плотности от импульса и объяснить стабилизацию вектора дипольной поляризации резонанса между  $d(f)$ - и  $s(p)$ - электронными состояниями.

*Ключевые слова:* квантовые процессы, перовскитовые сегнетоэлектрики, когерентное состояние, поляризация.

### Введение

Одной из особенностей строения перовскитовых керамик является гексагональная симметрия плоскостей и магнитоупорядочение в слоях. Транспорт электрического заряда в сложных перовскитовых оксидах происходит в слоях толщиной 100–200 нм. Сверхтонкие пленки с перовскитовой структурой и с толщиной  $L \leq 10$  нм и нанотрубки из твердых растворов  $\text{Pb}(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$  (PZT) и других диаметром 3,2 нм, как правило, обладают сегнетоэлектрическими свойствами. Перовскитовая ферроэлектрическая пленка имеет критическую толщину, уменьшение которой вызывает исчезновение спонтанно-поляризованных областей с взаимно антипараллельной конфигурацией доменов (рефлексы на дифракционных картинах для пленок  $\text{PbTiO}_3$  появляются, начиная с толщин в 4 элементарные ячейки) [1]. Было показано [2], что описание электрических и упругих свойств можно проводить независимо, например, для тонких пленок и нанотрубок  $\text{Pb}(\text{Zr},\text{Ti})\text{O}_3$  и  $\text{BaTiO}_3$ . Для перовскитового сегнетоэлектрика  $(\text{Pb}_{1-x}\text{La}_x)(\text{Zr}_{0,65}\text{Ti}_{0,35})\text{O}_3$  (PLZT) различают три различные фазы в процессе охлаждения/нагрева в широком интервале температур: 1 – параэлектрическая фаза, представляющая собой полностью неполярный слой, выше температуры Бернса (Burns)  $T_B$  ( $T > T_B$ ), 2 – ферроэлектрическая фаза, представляющая собой полностью полярный слой с макро- или наномасштабной спонтанно поляризованной доменной структурой, ниже так называемой «температуры замораживания»  $T_f$  ( $T < T_f$ ), и 3 – фаза релаксации (релаксаторное состояние (relaxor state), существующая в диапазоне температур, выше «температуры замораживания» и ниже температуры Бернса ( $T_f < T < T_B$ ) [3]. Релаксаторное состояние PLZT-керамики представляет собой гетерофазную структуру, состоящую из полярных нанообластей с диаметром порядка 10 нм, которые погружены в неполярную фазу [4]. Критические температуры  $T_f$  и  $T_B$  сегнетоэлектрической керамики типа  $(\text{Pb}_{1-x}\text{La}_x)(\text{Zr}_{0,65}\text{Ti}_{0,35})\text{O}_3$  (PLZT  $x/65/35$  и других) зависят и от концентрации La. Ферроэлектрическая фаза PLZT  $x/65/35$ -керамики при комнатной температуре наблюдается для

значений концентрации La в пределах  $0,6 < x < 0,8$ , а при  $0,9 < x < 1$  имеет место релаксаторная фаза [5].

Аномально высокие значения поляризации ( $0,6 \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2}$ ), на порядок превышающие значения поляризации для объемных образцов ( $0,061 \text{ Кл} \cdot \text{м}^{-2}$ ), наблюдаются в тонких пленках феррита висмута  $\text{BiFeO}_3$ , соединениях  $\text{Bi}_{1-x}\text{Ln}_x\text{FeO}_3$  феррита висмута с редкоземельными элементами ряда Ln [6].  $\text{BiFeO}_3$ ,  $\text{Bi}_{1-x}\text{Ln}_x\text{FeO}_3$  имеют гексагональную базисную плоскость кристаллической решетки. Нейтронографические исследования показали, что в  $\text{BiFeO}_3$  существует антиферромагнитное упорядочение  $G$ -типа, при котором каждый атом окружен 6-ю атомами с противоположными ориентациями спинов. Магнитные моменты ионов железа, сохраняя взаимную антиферромагнитную ориентацию  $G$ -типа, ориентируются вдоль направления пространственно модулированной волны в плоскости, перпендикулярной гексагональной базисной плоскости. При отсутствии внешних полей пространственно-модулированная спиновая структура препятствует появлению спонтанной поляризации на макроскопическом уровне. Введение редкоземельных примесей в  $\text{BiFeO}_3$  позволяет увеличить константу анизотропии материала настолько, что существование пространственно-модулированной спиновой структуры становится энергетически невыгодно.

Оксиды германия и свинца  $\text{Pb}_5\text{Ge}_3\text{O}_{11}$  претерпевают ферроэлектрический фазовый переход при температуре  $450 \text{ K}$  [7–9]. При температуре перехода плоскость отражения, перпендикулярная оси симметрии, исчезает ( $C3h \rightarrow C3$ ). Спонтанно-поляризованные нанодомены антипараллельны по отношению к поляризующему электрическому полю ( $180^\circ$  – домены). Оксиды бария и титана  $\text{BaTiO}_3$ , гадолиния и молибдена  $\text{Gd}_2(\text{MoO}_4)_3$  претерпевают фазовые переходы из параэлектрической тетрагональной фазы в ферроэлектрическую орторомбическую фазу ( $D_2d^5 \rightarrow C_2v^8$ ) при температуре  $436 \text{ K}$  [10, 11].

Переход атомов металла с  $f$ -электронами из двухвалентного состояния в состояние, получаемое при возбуждении электрона из внутренней  $4f$ -оболочки на внешние  $6s(p)$ ,  $5d$ -уровни зоны проводимости с повышением валентности до (+3), может быть энергетически выгоден. В этом случае квазичастичное возбуждение представляет собой резонанс между двумя энергетически близкими состояниями  $4f^n$  и  $4f^{n-1} + e$  атома, определяемыми начальным и конечным состояниями электрона, и называется состоянием смешанной или промежуточной валентности. Например, спонтанно-поляризованные нанодомены  $\text{Zr}_{1-x}\text{Pb}_x\text{TiO}_{3\pm\delta}$  имеют электроны на  $f$ -оболочках. Поэтому при его описании можно предположить, что стабилизация вектора дипольной поляризации нанодоменов может быть обеспечена резонансом  $f$ -состояний металла, например, Pb и  $s$ -электронных состояний в зоне проводимости сегнетоэлектрика.

Классическая теория транспорта электрона в перовскитовых манганитах с фазовым расслоением была предложена и развита в работах Зинера, Андерсона, Хасегавы, де Жена [12]. Квантовая кинетическая теория автолокализованных (поляронных) решений была предложена Нагаевым для перовскитовых манганитов типа  $\text{La}_{1-x}\text{Ca}_x\text{MnO}_3$ ,  $(\text{La}_{1-x}\text{Pr}_x)_{0,7}\text{Ca}_{0,3}\text{MnO}_3$  [12]. В этой теории делается предположение, что электрону в антиферромагнитном окружении выгодно образовывать вокруг себя ферромагнитную область и локализоваться в ней. Такие квазичастичные состояния получили название магнитных поляронов. Однако в рамках данного подхода отсутствует теоретическая интерпретация явления расслоения на полярную и неполярную фазу, играющая решающую роль в возникновении спонтанной диэлектрической поляризации.

Расчеты перовскитового манганита  $\text{HoMn}_2\text{O}_5$  методом градиентной аппроксимации спиновой плотности ( $SGGA$ ) с учетом хаббардовского  $U$ -вклада ( $SGGA + U$ )  $d$ -электронов Mn, при  $U = 4$  и  $U = 8$  эВ, и постоянной обмена  $J_H$  для этих электронов по правилу Хунда ( $J_H = 0,88$  эВ), показали, что экспериментально наблюдаемое значение поляризации  $P$  получается только при значительной компенсации ионного вклада  $P_{\text{ion}}$  вкладом  $P_{\text{ele}}$  от электронных корреляций [13]. Однако это расчетное значение  $P$  коррелирует с экспериментом для структуры с пониженной симметрией  $Pb2_1m$ . Такой корреляции не наблюдается для кристаллической структуры с симметрией  $Pbam$ , обладающей центром симметрии. Снятие вырождения структуры  $Pbam$  до сих пор не подтверждено кристаллографическими структурными исследованиями. Выполненные расчеты по перовскитовым манганитам по схеме  $SGGA + U$  не учитывают возможность существования смешанной валентности.

Чтобы описать возникновение спиновозависимой диэлектрической поляризации,

поляризацию атомного остова, как за счет внешних валентных, так за счет возбуждения его локализованных состояний, представляют как квазичастичное возбуждение типа электронно-дырочная пары и находят соответствующую одночастичную функцию Грина [14]. Выше рассмотренные соединения относятся к системам типа III – V или IV – VI. Когерентный транспорт носителей заряда в них возможен из-за локализации электронных состояний и возникновения электрон-дырочных пар. Сильные корреляции между электронами и электрон-дырочными парами приводят к формированию отрицательно заряженных экситонов в виде трехчастичных состояний. Известное квазиклассическое описание ограничивается введением запрещенных мнимых членов в уравнение фон Неймана для матрицы плотности [15, 16]. Оно не объясняет явления декогерентности «одетых» электронных состояний в магнитном поле [17]. Для понимания природы явления декогерентности необходимо учитывать корреляционное взаимодействие. Однако в настоящее время отсутствуют методы расчета когерентных состояний сильно коррелированных многочастичных систем.

Цель работы заключается в квантово-статистическом описании когерентных электрон-дырочных состояний, обеспечивающих стабилизацию вектора дипольной поляризации резонанса между  $d(f)$ - и  $s(p)$ -электронными состояниями в перовскитовых сегнетоэлектриках, и оценке их валентности.

### Функция Грина когерентных дипольно-активных состояний

Двухчастичная операторная функция Грина может быть выражена через операторы рождения (уничтожения)  $\phi^{+(-)}(i)$ , одночастичные операторы  $\phi_1^{+(-)}(i)$  и операторы  $\exp(\zeta\hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}\hat{\Phi}^-)$ , описывающие процессы рождения (уничтожения) пар [20]:

$$\langle 0 | (\tilde{G}_2)^{ns'n's} | 0 \rangle = \langle 0 | \phi_1^+(n) e^{\zeta_n \hat{\Phi}^+} \phi_1^+(s') e^{\zeta_s \hat{\Phi}^+} \phi_1^-(n') e^{-\bar{\zeta}_{n'} \hat{\Phi}^-} \phi_1^-(s) e^{-\bar{\zeta}_s \hat{\Phi}^-} | 0 \rangle. \quad (1)$$

Полагая  $|0\rangle = |0\uparrow\rangle |0\downarrow\rangle$  и используя формулу перемножения операторных экспонент:

$$e^{\zeta_s \hat{\Phi}^+} e^{\bar{\zeta}_n \hat{\Phi}^-} = e^{\frac{1}{2} \zeta_s \bar{\zeta}_n [\hat{\Phi}^+, \hat{\Phi}^-]} e^{\zeta_s \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_n \hat{\Phi}^-} = e^{\zeta_s \bar{\zeta}_n \Phi_0} e^{\zeta_s \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_n \hat{\Phi}^-}, \text{ выражение (1) представим в виде:}$$

$$\begin{aligned} & \langle 0\uparrow | \langle 0\downarrow | (\tilde{G}_2)^{ns'n's} | 0\downarrow \rangle | 0\uparrow \rangle = \\ & = \langle 0\uparrow | \phi_1^+(n) \phi_1^+(s') \phi_1^-(n') \phi_1^-(s) | 0\uparrow \rangle \langle 0\downarrow | e^{(\zeta_s \bar{\zeta}_n + \zeta_n \bar{\zeta}_s) \Phi_0} e^{\zeta_n \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_s \hat{\Phi}^-} e^{\zeta_s \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_n \hat{\Phi}^-} | 0\downarrow \rangle \end{aligned} \quad (2)$$

Так как  $\Phi_0^2 = I$ , то полагая  $\bar{\zeta}_s = -\zeta_s = \bar{\zeta}_{n'}$ ,  $\zeta_n = -\zeta_{n'}$ , имеем разложение:  $\exp(2|\zeta|^2 \Phi_0) = \cos(2|\zeta|^2) + \Phi_0 \sin(2|\zeta|^2)$ , где  $2|\zeta|^2 = 2\zeta_s \bar{\zeta}_{n'}$ . Поэтому функция Грина (2) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} & (\tilde{G}_2)^{ns'n's} = \phi_1^+(n) \phi_1^+(s') \phi_1^-(n') \phi_1^-(s) [\cos(2|\zeta|^2) + \\ & + \Phi_0 \sin(2|\zeta|^2)] e^{(\zeta_s \bar{\zeta}_n + \zeta_n \bar{\zeta}_s) \Phi_0} e^{\zeta_n \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_s \hat{\Phi}^-} e^{\zeta_s \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_n \hat{\Phi}^-}. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно коммутационным свойствам операторов  $\hat{\Phi}^+$ ,  $\hat{\Phi}^-$ , состояние

$$N \exp(\zeta\hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}\hat{\Phi}^-) | 0\downarrow \rangle \equiv |\zeta\rangle = N \exp(\zeta\hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}\hat{\Phi}^-) \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

разлагается по ортонормированному базису

$$\left| \frac{1}{2}, \sigma_z \right\rangle, \sigma_z = \pm 1/2: |\zeta\rangle = N \sum_{\sigma_z = -1/2}^{1/2} \zeta^{2+\sigma_z} \left| \frac{1}{2}, \sigma_z \right\rangle, N = \frac{1}{\sqrt{1+|\zeta|^2}}.$$

Релятивистски инвариантная функция Грина описывается покомпонентно выражением типа (2) с дополнительной операцией взятия следа Tr, чтобы просуммировать по промежуточным состояниям с разными спинами:  $(\tilde{G}_2)_{\alpha\beta\kappa\rho}^{ns'ms} = \phi_\alpha^+(n) \phi_\beta^+(s') \phi_\kappa^-(m) \phi_\rho^-(s)$ , которое

удовлетворяет уравнению Швингера–Дайсона.

Релятивистская волновая функция частицы с парой является 4-х компонентным биспинором:

$$\langle 0 \downarrow | \exp(\zeta_n \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_s \hat{\Phi}^-) \exp(\zeta_{s'} \hat{\Phi}^+ - \bar{\zeta}_n \hat{\Phi}^-) \begin{pmatrix} |\phi_\uparrow\rangle \\ |\phi_\downarrow\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle 0 \downarrow | 0 \uparrow \rangle \\ |\zeta|^2 \end{pmatrix} = \langle 0 \downarrow | \begin{pmatrix} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle \\ |\zeta|^2 \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Оператор  $\Phi_0$  переходит в оператор  $\tau_0$ :  $\tau_0 = \gamma_5 \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \Phi_0 \\ \Phi_0 & 0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \sigma_3 & 0 \\ 0 & \Phi_0 \end{pmatrix}$ , где

$\tau_0$  – компонента релятивистского оператора спина вдоль оси  $Z$ . При  $|\zeta|^2 = \zeta_s \bar{\zeta}_n \rightarrow 0$  имеем большие верхние компоненты биспинора (4). В нерелятивистском пределе при  $\zeta \rightarrow 0$  поляризационная часть входит в функцию Грина (3) как поправка:  $(\tilde{G}_2)^{ns'n's} = \phi_1^+(n)\phi_1^+(s')\phi_1^-(n')\phi_1^-(s) + 2|\zeta|^2 \phi_1^+(n)\phi_1^+(s')\phi_1^-(n')\phi_1^-(s)\tau_0$ ,  $\zeta \rightarrow 0$ ; и мы имеем известную задачу с непарным дираковским гамильтонианом. Условие  $\sin(2|\zeta|^2) \approx 1$  справедливо для сильно коррелированной системы, функция Грина которой имеет вид [19]:

$$\begin{aligned} (G_2)^{ns'n's} &= \tau_0 (\tilde{G}_2)^{ns'n's} = \\ &= (|\zeta|^{1/2} \tau_0 \phi_1^+(n) \tau_0) (|\zeta|^{1/2} \tau_0 \phi_1^+(s') \tau_0) (|\zeta|^{1/2} \tau_0 \phi_1^-(n') \tau_0) (|\zeta|^{1/2} \tau_0 \phi_1^-(s) \tau_0). \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно (5) одночастичная, например, причинная функция Грина  $G^+$  состоит из когерентного множителя  $|\zeta|$  и произведения операторов рождения и уничтожения:  $G^+ = \pm |\zeta| \phi_1^+(\vec{r}_2, t_2) \phi_1(\vec{r}_1, t_1) \equiv |\zeta| g^+, t_2 > t_1$ .

### Квантовая диффузия многочастичных возбуждений

Как известно [18], матрица функций Грина с опережающей  $G^> = |\zeta| g^>$  и запаздывающей  $G^< = |\zeta| g^<$  корреляционными функциями и причинной и хронологически антиупорядоченной функциями Грина в качестве элементов удовлетворяет уравнению Дайсона–Швингера. В [19] в представлении Вейля показано, что в градиентном приближении уравнение Дайсона – Швингера при  $p = \{\vec{p}, E\} > 1$  сводится к следующему кинетическому уравнению, например, для  $G^>$ :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{1}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\partial}_R \right) G^<(p, R) - \frac{1}{2} i\hbar \{ \Re \Sigma^+(p, R), G^<(p, R) \} - \\ - \frac{1}{2} i\hbar \{ \Sigma^<(p, R), \Re G^+(p, R) \} = \Sigma^>(p, R) G^<(p, R) - \Sigma^<(p, R) G^>(p, R). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\{, \}$  – скобка Пуассона, при условии:

$$\left( \Re \Sigma^+(p, R) + \frac{\vec{p}^2}{m} - \frac{\hbar^2}{8m} \vec{\partial}_R^2 \right) G^<(p, R) = 0, G^<(p, R) = |\zeta| (pR, T) g^<(\vec{R}). \quad (7)$$

Пусть в нулевом приближении действительная часть  $\Re \Sigma^+(p, R)$  собственной энергии многочастичной системы с парой квазичастица – антиквазичастица равна действительной части  $\Re \Sigma_1^+(\vec{R})$  собственной энергии одночастичного состояния за вычетом кинетической энергии пары:

$$\Re \Sigma^+(p, R) = \Re \Sigma_1^+(\vec{R}) - \frac{\vec{p}^2}{m}. \quad (8)$$

Согласно (8) причинная функция Грина

$$g^+ = \left[ E - \frac{\vec{p}^2}{2(-m)} - \Sigma_1^+(\vec{R}) + i\varepsilon \right]^{-1} \quad (9)$$

является причинной функцией Грина  $g_{hole}^+$  антиквазичастицы – дырки. Поскольку  $g_{hole}^+ \approx \text{const}$ , то уравнения (6, 7) преобразуются к виду:

$$i\hbar \frac{1}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\partial}_R \right) G^<(p, R) - \frac{1}{2} i\hbar \left\{ \Re \left( \Sigma_1^+(\vec{R}) - \vec{p}^2/m \right), G^<(p, R) \right\} = \quad (10)$$

$$= \Sigma^>(p, R) G^<(p, R) - \Sigma^<(p, R) G^>(p, R),$$

$$\left( \Re \Sigma_1^+(\vec{R}) - \frac{\hbar^2}{8m} \vec{\partial}_R^2 \right) G^<(p, R) = 0. \quad (11)$$

Для рассматриваемого случая большого вклада многочастичных эффектов корреляционная энергия дает основной вклад в собственную энергию:  $\Sigma_1^{+(c)} \sim \Sigma_1^+$ , так как обменное взаимодействие  $\Sigma_1^{+(x)}$  мало. Так как корреляционная энергия носит ярко выраженный осцилляционный характер (осцилляции Фриделя) [20, 21], то производная имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial \vec{R}} g^<(\vec{R}) = \int \frac{8m}{\hbar^2} \Re \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R}) d\vec{R} \approx 0.$$

Следовательно, в нулевом приближении мы получаем следующее кинетическое уравнение для когерентного параметра  $|\zeta|$ :

$$i\hbar \frac{1}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_R \right) |\zeta^0(\vec{p}, T)| - \frac{1}{2} i\hbar \vec{\nabla}_R \Re \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_p |\zeta^0(\vec{p}, T)| = (\Sigma^>(p, R) - \Sigma^<(p, R) g^>(\vec{R}) / g^<(\vec{R})) |\zeta^0(\vec{p}, T)| \quad (12)$$

и волновое – для  $g^<(\vec{R})$ :

$$\left( \Re \Sigma_1^+(\vec{R}) - \frac{\hbar^2}{8m} \vec{\partial}_R^2 \right) g^<(\vec{R}) = 0. \quad (13)$$

Уравнение (12) для  $\zeta^0$  подобно классическому уравнению Больцмана, и является следствием того, что когерентные состояния наиболее близки к классическим состояниям. Уравнение (13) дает выражение для массы электронно-дырочной пары  $m_{e-h}$  в виде

$$m_{e-h} = \sqrt{8m \Re \Sigma_1^{+(c)}}. \quad (14)$$

### Корреляционная функция отрицательно заряженного экситона

Вектор поляризации дается градиентом пространственной составляющей корреляционной функции, рассчитанной в первом приближении, когда производной  $\frac{\partial}{\partial \vec{R}} g^<(\vec{R})$  не пренебрегается. Найдем  $\Re \Sigma^+(p, R)$  в этом приближении:

$$\Re \Sigma^+(p, R) = \Re \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R}) - \frac{\vec{p}^2}{m} + \Re \Sigma_1^{+(x)}(\vec{R}). \quad (15)$$

$\Re \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R})$  является вращательной энергией экситона:

$$\Re \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R}) \sim \frac{[\vec{R} \times \vec{p}]^2}{ma_{e-h}^2}, \quad (16)$$

где  $a_{e-h}$  – размер электронно-дырочной пары. Энергия, которую необходимо затратить на возникновение экситона, является энергией, приобретаемой за счет обменного взаимодействия со знаком «–»:  $-\Re \Sigma_1^{+(x)}(\vec{R})$ .

Так как параметр  $a_{e-h}$  мал в силу  $\frac{\partial}{\partial \vec{R}} g^<(\vec{R}) \ll 1$ , корреляционная функция для когерентного экситона может быть разложена в ряд:

$$G^<(\vec{p} \cdot \vec{R}, T) \equiv G^<(pR, T) = \left( |\zeta^{(0)}(\vec{p}, T)| + \frac{\partial |\zeta(pR, T)|}{\partial pR} pa_{e-h} \right) g^<(\vec{R}). \quad (17)$$

Подставляя (17) в (10), получаем:

$$\begin{aligned} & \frac{i\hbar}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_R \right) |\zeta^{(0)}(\vec{p}, T)| g^<(\vec{R}) + \frac{i\hbar}{2} pa_{e-h} \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_R \left( \frac{\partial |\zeta(pR, T)|}{\partial pR} g^<(\vec{R}) \right) - \\ & - \frac{1}{2} i\hbar \vec{\nabla}_R \Re \left( \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R}) + \Sigma_1^{+(x)}(\vec{R}) \right) \cdot \vec{\nabla}_p |\zeta^{(0)}(\vec{p}, T)| g^<(\vec{R}) = \\ & = (\Sigma^>(p, R) g^<(\vec{R}) - \Sigma^<(p, R) g^>(\vec{R})) |\zeta^{(0)}(\vec{p}, T)|. \end{aligned} \quad (18)$$

Кинетическое уравнение для функции  $|\zeta(pR)|$  должно быть подобно уравнению для невозмущенного когерентного параметра  $|\zeta^{(0)}|$ , поскольку  $a_{e-h} \rightarrow 0$  при  $m_{e-h} \rightarrow \infty$ . Это справедливо при перенормировке

$$pa_{e-h} \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_R \frac{\partial |\zeta(pR, T)|}{\partial pR} - \vec{\nabla}_R \Re \Sigma_1^{+(x)}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_p |\zeta^{(0)}(\vec{p}, T)| = 0. \quad (19)$$

Условие (19) дает кинетическое уравнение с точностью до первого порядка по  $pa_{e-h}$  включительно:

$$\begin{aligned} & i\hbar \frac{1}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_R \right) |\zeta(pR, T)| - \frac{1}{2} i\hbar \vec{\nabla}_R \Re \Sigma_1^{+(c)}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_p |\zeta(pR, T)| \\ & = \left[ (\Sigma^>(p, R) - \Sigma^<(p, R) g^>(\vec{R}) / g^<(\vec{R}) \right] |\zeta(pR, T)| \end{aligned} \quad (20)$$

и получаем уравнение, позволяющее найти параметр  $a_{e-h}$ :

$$a_{e-h} \frac{p_n^2}{m} \frac{\partial |\zeta(pR, T)|}{\partial pR} - \Re \Sigma_1^{+(x)}(\vec{R}) \left( \vec{\nabla}_p |\zeta^{(0)}(\vec{p}, T)| \right)_n = 0, \quad (21)$$

где  $n$  обозначает компоненту, направленную по градиенту  $\vec{\nabla}_R$ . Учитывая (16), из (21) находим:

$$a_{e-h} \sim \Re \Sigma_1^{+(x)} / \Re \Sigma_1^{+(c)}. \quad (22)$$

Подставляя (14) в (20), учитывая (16) и оставляя только большие квадратичные по  $\Sigma_1^{+(c)} / \Sigma_1^{+(x)}$  члены, находим уравнение для корреляционной функции отрицательно заряженного экситона:

$$\frac{i\hbar}{2} \left( \partial_T + \frac{8\bar{v}}{a_{e-h}^2} \frac{|\vec{R} \times \vec{p}|^2}{m_{e-h}^2} \cdot \vec{\nabla}_R \right) G^<(pR, T) = \Sigma^> G^<(pR, T) - \Sigma^< G^>(pR, T). \quad (23)$$

Здесь  $\vec{v} = \partial H / \partial \vec{p}$ ,  $H$  – гамильтониан.

Оценим спонтанную поляризацию элементарной ячейки сегнетоэлектрика. Спонтанная поляризация определяется дипольным моментом  $d_{fs}$  экситона:

$$d_{fs} \approx e \frac{\partial g^<(\vec{R})}{\partial R} a_{e-h}. \quad (24)$$

Подставляя (22) в (24), находим искомое выражение для дипольного момента  $d_{fs}$

$$d_{fs} \approx e \frac{\partial g^<(\vec{R})}{\partial R} \frac{\Re \Sigma_1^{+(x)}}{\Re \Sigma_1^{+(c)}}. \quad (25)$$

Согласно зависимости (25), большое в сравнении с обменным взаимодействием корреляционное взаимодействие  $\Re \Sigma_1^{+(c)} \gg \Re \Sigma_1^{+(x)}$  делает  $d_{fs}$  малым, а сильное в сравнении с корреляционным взаимодействием обменное взаимодействие увеличивает значение дипольного момента  $d_{fs}$ .

### Энергия связи состояния смешанной валентности

Чтобы рассчитать энергию связи  $\hbar\omega_g$ , воспользуемся андерсоновской резонансной моделью связанной когерентной электрон-дырочной пары в приближении самосогласованного поля. В настоящее время приближение Андерсона, является наиболее общим подходом к описанию состояний смешанной валентности металлических центров в диамагнитной диэлектрической матрице [22] (см. также [23] и ссылки там). Гамильтониан Андерсона описывает оксиды металлов с  $d(f)$ -электронами как совокупность примесных атомов с локализованными  $d(f)$ -электронными состояниями. В гамильтониане Андерсона делокализованные  $s$ -электроны в зоне проводимости имеют импульс  $k$ , а локализованным  $d(f)$ -электронам приписывается номер узла (приближение сильной связи для  $d(f)$ -электронов):

$$H = \sum_{k,\sigma} \varepsilon_k a_{k\sigma}^+ a_{k\sigma} + E_0 \sum_{m,\sigma} c_{m\sigma}^+ c_{m\sigma} + \frac{U}{2} \sum_{m,\sigma} c_{m\sigma}^+ c_{m\sigma} c_{m,-\sigma}^+ c_{m,-\sigma} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k,m,\sigma} (V_{km} a_{k\sigma}^+ c_{m\sigma} + \bar{V}_{km} a_{k\sigma} c_{m\sigma}^+) + \frac{1}{N} \sum_{k,k',m,\sigma,\sigma'} G_{kk'm} a_{k\sigma}^+ a_{k'\sigma'} c_{m\sigma}^+ c_{m\sigma'}, \quad (26)$$

где  $\sigma$  обозначает значения спина электрона:  $\sigma = \pm 1/2$ ;  $a_{k\sigma}^+$  ( $a_{k\sigma}$ ) – операторы рождения (уничтожения)  $s$ -электрона с импульсом  $k$  и спином  $\sigma$ ;  $c_{m\sigma}^+$  ( $c_{m\sigma}$ ) – операторы рождения (уничтожения)  $d(f)$ -электрона со спином  $\sigma$  на узле  $m$ ; слагаемое с множителем  $U$  – хаббардовский член, учитывающий кулоновское взаимодействие электронов с разными значениями спина;  $V_{km}$  – матричный элемент гибридизации, периодически изменяющийся на решетке –  $V_{km} = V_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}_m}$ ;  $G_{kk'm}$  – матричный элемент для кулоновского взаимодействия  $d(f)$ - и  $s(p)$ -электронов. Гамильтониан Андерсона без учета вклада когерентных электрон-дырочных пар, хотя и предсказывает размытость в перовскитовой керамике фазового перехода 1-го рода из параэлектрической фазы в ферроэлектрическую фазу, не описывает спонтанную диэлектрическую поляризацию. Описание ферроэлектриков в андерсоновском приближении учитывает поляризацию  $f$ -оболочки в поле электромагнитного излучения перехода делокализованных  $s$ -электронов обратно в локализованное  $f$ -состояние, представляющее собой когерентную электрон-дырочную пару.

Так как в андерсоновской модели резонанс происходит между локализованным  $d(f)$ -электронным состоянием и делокализованным  $s(p)$ -электронным состоянием, система квантовых кинетических уравнений может быть записана в следующем приближении как

$$i\hbar \frac{1}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\partial}_R \right) G_A^<(p, R) - \frac{1}{2} i\hbar \left\{ \Re e \left( \Sigma_1^+(\vec{R}) - \vec{p}^2 / m \right), G_A^<(p, R) \right\} = \Sigma^>(p, R) G_A^<(p, R) - \Sigma^<(p, R) G_A^>(p, R), \quad (27.1)$$

$$\left( \frac{1}{\hbar} \Re e \Sigma_1^+(\vec{R}) - \frac{\hbar}{8m} \vec{\partial}_R^2 \right) G_A^<(p, R) = 0, \quad G_A^<(p, R) = |\zeta_{s(p)}(pR, T) | g_{d(f)}^<(\vec{R}). \quad (27.2)$$

Приближение (27.1) для когерентного параметра  $\zeta_{s(p)}$  описывает перенос делокализованного заряда в зоне проводимости диамагнитной диэлектрической кислородной матрицы, а уравнение (27.2) является волновым уравнением для локализованных  $d(f)$ -электронов атомов металла.

В длинноволновом приближении можно учесть малость волнового вектора  $R\omega_g / c \ll 1$  и, используя уравнение (23), найти ток отрицательно заряженных экситонов, который создает вектор-потенциал  $\vec{A}_{fs}$ :

$$\vec{A}_{fs} = -\frac{1}{cR} e^{-i\omega_g R/c} \frac{e}{2m_{e-h}} \int \left[ \left( \overline{\vec{p}\zeta(pR, T)} \right) \zeta(pR, T) + \overline{\zeta(pR, T)} \left( \vec{p}\zeta(pR, T) \right) \right] d\vec{R}. \quad (28)$$

Энергия связи  $\hbar\omega_g$  квазичастиц в паре равна энергии кванта, излучаемого из-за появления щели  $E_g = \hbar\omega_g$  в спектре диэлектрической кислородной матрицы. Процедура удлинения производной для (27.2) дает уравнение, описывающее запаздывающую корреляционную функцию  $g_{f(d)}^<(\vec{R})$  локализованных  $f(d)$ -электронов, находящихся в электромагнитном поле с вектор-потенциалом (28):

$$\left( \Re e \Sigma_1^+(\vec{R}) - \frac{\hbar^2}{8m} \left( \vec{\partial}_R + i \frac{e}{\hbar c} \vec{A}_{fs} \right)^2 \right) g_f^{1, <}(\vec{R}, T) = 0. \quad (29)$$

Скалярный потенциал  $\Phi_{fs}$  является кулоновским потенциалом электрического поля локализованных  $f$ -электронов и, следовательно, пропорционален дипольному моменту  $d_{fs}$  когерентного экситона:

$$\Phi_{fs} = -\frac{i\omega_g}{cR^2} e^{-i\omega_g R/c} \vec{R} \cdot \vec{d}_{fs}. \quad (30)$$

Из вышесказанного следует резонансное приближение для кинетического уравнения (27.1):

$$\frac{i\hbar}{2} \left( \partial_T + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\partial}_R \right) \zeta_{s(p)}^1(pR, T) - \frac{1}{2} i\hbar \left\{ \left[ \vec{\partial}_R \Re e \Sigma_1^+(\vec{R}) \right] - \vec{\partial}_R \Phi_{fs} \right\} \cdot \vec{\partial}_p \zeta_{s(p)}^1(pR, T) = \left( \Sigma^>(p, R) - \Sigma^<(p, R) g_f^>(R) / g_f^<(R) \right) \zeta_{s(p)}^1(pR, T). \quad (31)$$

Теперь можем найти энергию связи  $E_g$  из уравнения

$$\vec{\nabla} \times \left\{ \frac{1}{cR} e^{-i\omega_g R/c} \frac{e}{2m_{e-h}} \int \left[ \left( \overline{\vec{p}\zeta_{s(p)}^1} \right) \zeta_{s(p)}^1 + \overline{\zeta_{s(p)}^1} \left( \vec{p}\zeta_{s(p)}^1 \right) \right] d\vec{R} \right\} = \vec{\nabla} \left[ \frac{i\omega_g}{cR^2} e^{-i\omega_g R/c} \vec{R} \cdot \vec{d}_{fs} \right] \times \vec{\nabla} R. \quad (32)$$

Выполняя дифференцирование в левой части (32) и учитывая равенства  $\vec{\nabla} \times \vec{p} = 0$  и  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} = 0$ , получаем выражение:

$$\left\{ \frac{1}{cR^2} e^{-i\omega_g R/c} \frac{e}{2m_{e-h}} \int \left[ \left( \overline{\tilde{p}\zeta_{s(p)}^1} \right) \zeta_{s(p)}^1 + \overline{\zeta_{s(p)}^1} \left( \tilde{p}\zeta_{s(p)}^1 \right) \right] d\vec{R} \right\} \times \vec{\nabla} R = \left[ \frac{i\omega_g}{cR^2} e^{-i\omega_g R/c} \vec{\nabla} \left( \vec{R} \cdot \vec{d}_{fs} \right) \right] \times \vec{\nabla} R, \quad (33)$$

которое легко преобразовать к виду:

$$\frac{i\hbar e}{2m_{e-h}} \int \vec{\nabla} \left| \zeta_{s(p)}^1 \right|^2 d\vec{R} = i\omega_g \vec{\nabla} \left( \vec{R} \cdot \vec{d}_{fs} \right). \quad (34)$$

Дифференцирование выражения (34) по  $\frac{\partial}{\partial R}$  дает следующее

$$\frac{4\pi\hbar e}{2m_{e-h}} \vec{\nabla} \left| \zeta_{s(p)}^1 \right|^2 = \omega_g \vec{\nabla} \left( d_{fs} \right)_n. \quad (35)$$

Подставляя формулу (24) в (35), после очевидных преобразований находим:

$$\frac{2\pi\hbar e}{m_{e-h}} \left| \zeta_{s(p)}^1 \right|^2 = \omega_g e^{\frac{\partial g_f^{1,<}}{\partial R}(\vec{R})} \frac{\Re \Sigma_1^{+(c)}}{\Re \Sigma_1^{+(x)}}. \quad (36)$$

Отсюда следует выражение для энергии связи

$$\omega_g = \frac{\pi\hbar \left| \zeta_{fs}^{(1)} \right|^2}{\sqrt{2m}} \left( \frac{\partial g_f^{1,<}(R,T)}{\partial R} \right)^{-1} \frac{\sqrt{\Re \Sigma_1^{+(c)}}}{\Re \Sigma_1^{+(x)}}. \quad (37)$$

Последняя формула позволяет сформулировать условие большой энергии связи, обеспечивающей устойчивость когерентной электрон-дырочной пары. Из (37) следует, что энергия связи  $E_g$  может быть большой только в многочастичных системах из-за корня квадратного от корреляционного взаимодействия  $\Re \Sigma_1^{+(c)}$  и из-за обратно-пропорциональной зависимости  $\omega_g$  от обменного взаимодействия  $\Re \Sigma_1^{+(x)}$ . Поэтому условием устойчивости связанной электрон-дырочной пары будет существование сильных корреляций и слабого обмена. Уравнения (28 – 31, 37) образуют замкнутую систему уравнений, решение которой дает искомые параметры многочастичного возбуждения.

Теперь можем оценить промежуточную валентность  $\langle m_v \rangle$  состояния в момент времени  $T$ . Физический смысл волнового уравнения (29) заключается в том, что квадрат его решения дает вероятность  $\left| g_f^{1,<} \right|^2$  найти электрон в локализованном  $f$ -состоянии. Обозначим валентность иона металла с электроном, локализованным на  $f$ -орбитали, через  $m_{vf}$ , а валентность иона металла после делокализации электронного состояния при переходе электрона с  $f$ -орбитали в зону проводимости – через  $m_{vs}$ . Промежуточная валентность  $\langle m_v \rangle$  принимает среднее значение между  $m_{vf}$  и  $m_{vs}$ , которое равно:  $\langle m_v \rangle = m_{vf} \left| g_f^{1,<} \right|^2 + m_{vs} \left( 1 - \left| g_f^{1,<} \right|^2 \right)$ .

### Заключение

Итак, предложено квантово-статистическое описание когерентных электронно-дырочных состояний, обеспечивающих стабилизацию вектора дипольной поляризации резонанса между  $d(f)$ - и  $s(p)$ -электронными состояниями в перовскитовых сегнетоэлектриках. Оценены валентность андерсоновского резонанса и энергия связи.

Для слоистых систем типа III–V или IV–VI с линейным электронным спектром модуль скорости  $|v|$ , входящий в качестве множителя в кинетическое уравнение (23), является скоростью Ферми [24]. Поэтому, согласно (23), перенормировка массы носителей заряда дает квадратичную зависимость распределения зарядовой плотности от импульса  $\vec{p}$  и,

соответственно, ненулевой дипольный момент отрицательно заряженного экситона  $d_{ex} = e \frac{\partial g^<(\vec{R})}{\partial R} a_{e-h}$ . Это согласуется с обсуждением экспериментальных данных [25] по спиновой динамике электронной жидкости, приводящей к квадратичной зависимости тока от  $\vec{p}$  в наносистемах.

### Список литературы

1. Fong D.D. // Science. 2004. Vol. 304. P. 1650.
2. Shakmanov V.V., Yakunin S.I., Spivak G.V. et. al. // Krystallographiya. 1972. Vol. 17. P. 351.
3. Marssi M.E., Farhi R., Dellis J.L. et. al. // J. Appl. Phys. 1998. Vol. 83. P. 5371.
4. Nikolaeva E.V., Shur V.Ya., Shishkin E.I. et. al. // Ferroelectrics. 2006. Vol. 340. P. 137–143.
5. Blinc R., Pirc R., Zalar B. et. al. // Ferroelectrics. 2004. Vol. 299. P.1.
6. Звездин А.К., Пятаков А.П. // УФН. 2004. Т. 174. С. 465–470.
7. Iwasaki H., Sugii K., Yamada T. et. al. // Appl. Phys. Lett. 1971. Vol. 18. P. 444.
8. Nanamatsu S., Sujama H., Doi K. et. al. // J. Phys. Soc. Jap. 1971. Vol. 31. P. 616.
9. Shur V. Ya., Baturin I.S., Rumyantsev E.L. et. al. // Ferroelectrics. 2006. Vol. 341. P. 67–74.
10. Aizu K., Kumada A., Yumoto H. et. al. // J. Phys. Soc. Jap. 1969. Vol. 27. P. 511.
11. Levanyuk A.P., Sannikov D.G. // Uspehi Fiz.Nauk. 1974. Vol. 112. P. 561.
12. Anderson P.W. // Phys.Rev. 1961. Vol. 124. P. 41.
13. Хомский Д.И. // УФН. 1979. Т. 129. С. 443–485.
14. Каган М.Ю., Клатцов А.В., Бродский И.В. и др. // УФН. 2003. Т. 173. С. 877–883.
15. Giovannetti G., J. van den Brink. // Phys.Rev.Lett. 2008. Vol. 100. P. 227603.
16. Grushevskaya G.V., Gursky L.I., Luskinovich P.N. et. al. // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. 2007. Vol. 34. P. 127.
17. Weng Yang. Microscopic theory.
18. Glazov M.M. // Phys. Solid State. 2012. Vol. 54. P. 3.
19. Xu X. // Science. 2007. Vol. 317. P. 929.
20. Крылова Г., Гурский Л. Спиновая поляризация в сильно-коррелированных наносистемах. Germany, 2013.
21. Grushevskaya H.V. // J. Nonlin. Phen. in Com. Sys. 2009. Vol. 12. P. 506–513.
22. Грушевская Г.В., Гурский Л.И., Дорожкин Н.Н. // ДАН Беларуси. 1998. Т. 42, № 2. С. 60–65.
23. Грушевская Г.В., Гурский Л.И., Дорожкин Н.Н. // Докл. АН РБ. 1998. Т. 42, № 1. С. 55–62.
24. Falkovsky L.A. // Physics – Uspekhi. 2008. Vol. 51 (9). P. 887–897.
25. Gurzhi R.N. // J. Nonlin. phen. in com. sys. 2007. Vol. 10. P. 238.

## QUANTUM KINETIC THEORY OF MIXED-VALENCE STATE FOR METAL CENTERS OF PEROVSKITE FERROELECTRICS

L.I. HURSKI, H.V. KRYLOVA

### Abstract

Quantum-statistical description of coherent dipole-active states and quantum kinetic theory of mixed-valence state for metal centers of perovskite ferroelectrics is introduced. For layered perovskites with linear electron spectrum it allowed to establish a quadratic dependence of charge density distribution on momentum. It has been shown that a dipole polarization vector of resonance between  $d$  ( $f$ )- and  $s$  ( $p$ )-electron states becomes stable due to this found dependence.

**КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ**

УДК 614.841

**ДВУХКАНАЛЬНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ ДЫМОВОЙ ИЗВЕЩАТЕЛЬ**

А.И. КИЦАК

*Белорусский государственный университет  
Независимости, 4, Минск, 220030, Беларусь**Поступила в редакцию 2 апреля 2014*

Предложена оптическая схема дымового пожарного извещателя на основе лазерного источника излучения, позволяющая реализовать наряду с традиционным для точечных дымовых извещателей способом обнаружения пожара (по уровню интенсивности излучения, рассеянного частицами дыма) способ, применяемый в линейных дымовых извещателях. Мониторинг состояния среды по двум независимым каналам повышает чувствительность извещателя и надежность обнаружения пожара. Найдены условия, обеспечивающие высокую чувствительность «линейного» канала обнаружения дыма при малой оптической базе. Проведены модельные эксперименты по обнаружению дыма макетом разработанной оптической схемы дымового извещателя.

*Ключевые слова:* линейный дымовой извещатель, лазерный источник, дым, чувствительность, фокусировка излучения.

**Введение**

Точечные оптические дымовые извещатели, широко используемые в настоящее время для защиты от пожара жилых помещений небольших размеров, имеют ряд существенных недостатков [1]. Основными из них являются: 1) зависимость чувствительности от средних размеров частиц различных дымов и направления регистрации излучения, рассеянного данными частицами; 2) зависимость времени реагирования от наличия конвективных потоков воздуха и конструктивных характеристик дымовой камеры извещателя. Перечисленные недостатки отсутствуют в линейных оптических дымовых извещателях, реакция на возгорания которых основана на контроле интенсивности проходящего (не рассеянного) через дым излучения. Несмотря на очевидные достоинства данного принципа обнаружения пожара реализация его в извещателях точечного класса на данный момент отсутствует. Проблема заключается в сложности отделения на малых оптических расстояниях проходящего через дым излучения от рассеянного, когда в извещателях используются светодиодные источники излучения. Целью работы является разработка оптической схемы точечного дымового извещателя, позволяющей осуществлять обнаружение пожара по изменению интенсивности проходящего через дым излучения.

**Оптическая схема двухканального лазерного дымового извещателя**

На рис.1 изображена предложенная оптическая схема лазерного дымового извещателя [2]. Схема включает модуль источника и два модуля регистрации излучения. Модуль источника состоит из лазера 1, генерирующего излучение с малой угловой расходимостью, прозрачной пластинки 2, отражающей часть излучения на опорный приемник 5, самого опорного приемника 5 и линзы 3, фокусирующей излучение лазера в объем дымовой камеры. Модули регистрации излучения включают собирающие линзы 3, формирующие изображения пятна фокусировки излучения с увеличением, равным 1, в плоскостях вблизи

светочувствительных площадок сигнальных приемников 5, диафрагму 4 в канале регистрации прямопроходящего через дым излучения.

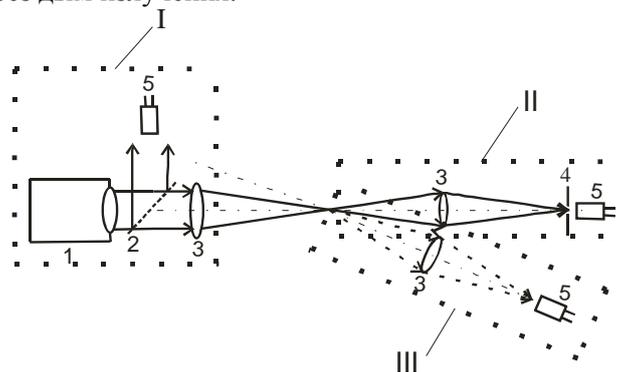


Рис. 1. Оптическая схема лазерного дымового извещателя:

I – модуль источника излучения, II – модуль регистрации прямопроходящего излучения, III – модуль регистрации рассеянного излучения

Модуль источника совместно с модулем регистрации прямопроходящего излучения составляют собственно оптическую схему линейного дымового извещателя. Модуль источника совместно с модулем регистрации рассеянного излучения формируют оптическую схему традиционного точечного дымового извещателя. Таким образом, применение лазерного источника излучения позволяет создать комбинированный оптический дымовой извещатель, состоящий из двух извещателей различного типа действия в одном корпусе. Особенностью оптической схемы такого извещателя является фокусировка излучения источника в ограниченный объем дымовой камеры. Фокусировка излучения позволяет: 1) повысить плотность мощности излучения и тем самым увеличить чувствительность линейного извещателя при его малой базе; 2) ограничить контролируемый объем пространства до размеров, фактически совпадающих с размерами фокальной перетяжки излучения. Данное обстоятельство позволяет снизить вероятность появления ложных тревог, обусловленных воздействием частиц пыли.

### Результаты экспериментов

Для исследования функциональных характеристик предложенной конструкции двухканального дымового извещателя был собран его макет. Модуль источника излучения макета состоял из полупроводникового лазера МЛ126-0660-ЛД7 с драйвером стабилизации и модуляции мощности излучения и собирающей линзы. Лазер генерировал излучение с длиной волны  $\lambda = 660$  нм и расходимостью  $\sim 0,3$  мрад. Средняя мощность излучения составляла  $\sim 3$  мВт. Собирающая линза 3 имела фокусное расстояние  $f = 26$  мм. Излучение лазера фокусировалось данной линзой в пятно размером  $\sim 200$  мкм. Модуль регистрации прямопроходящего излучения включал приемную линзу с апертурой  $\sim 14$  мм и фокусным расстоянием  $f = 13$  мм, диафрагму с отверстием диаметром  $\sim 200$  мкм и фотоприемник ФД 265А. Фотоприемник включался в цепь усилителя фототока. Модуль приемника рассеянного излучения состоял из собирающей линзы с фокусным расстоянием  $f = 13$  мм и приемника излучения ФД 263-01. Приемник излучения подключался к входу усилителя напряжения. Напряжение питания фотоприемников обоих каналов равнялось 4 В. Максимумы их спектральных чувствительностей приходились на 800 нм. Макет включал также модуль цифровой обработки и индикации сигналов. Он был собран на основе 8-битного микроконтроллера PIC16F876A и жидкокристаллического индикатора SC0802A с двумя 8-разрядными регистрами данных и команд. Данные измерений выражались в единицах оптической плотности среды, либо в электрических единицах, пропорциональных мощности регистрируемых излучений.

Основной исследуемой характеристикой макета извещателя являлась его пороговая чувствительность. Под пороговой чувствительностью точечного оптического дымового извещателя обычно понимают минимальное значение удельной плотности дыма, вызывающее изменение регистрируемого сигнала извещателя на величину, превышающую среднее значение собственных шумов усилительного тракта извещателя. Определение чувствительности макета

лазерного оптического дымового извещателя осуществлялось в дымовом испытательном канале с поперечными размерами  $500 \times 500 \text{ мм}^2$ . Оптическая плотность дыма в канале контролировалось блоком контроля задымленности. Перед определением пороговой чувствительности извещателя дымовой канал проветривался принудительной вентиляцией в течение 30 мин. Скорость потока воздуха в канале устанавливалась равной  $(0,2 \pm 0,04) \text{ м/с}$ . Температура воздуха в канале поддерживалась на уровне  $(27 \pm 1) \text{ }^\circ\text{C}$ . Для определения чувствительности макета извещателя он помещался внутрь дымового канала. Осуществлялась его калибровка. Она заключалась в запоминании в регистре памяти микроконтроллера средних значений сигналов на выходе усилителей каналов извещателя в отсутствие дыма. При этом измеряемые значения сигналов для канала регистрации прямопроходящего излучения визуализировались на экране жидкокристаллического индикатора в единицах дБ, а для канала регистрации рассеянного излучения в единицах напряжения, В. Затем в дымовом канале формировалось задымление с применением древесных опилок. Степень задымления оценивалась одновременно по показаниям измерителя удельной оптической плотности дыма дымового канала и значениям сигналов, отображаемых на экране жидкокристаллического индикатора макета извещателя. Наименьшее среднее значение удельной оптической плотности дыма в испытательном канале, вызывающее стабильное отклонение значений сигналов, измеряемых в обоих каналах макета извещателя, от их средних значений, зарегистрированных при калибровке в отсутствие дыма, равнялось  $0,11 \text{ дБ/м}$ . При этом оптическая плотность дыма, измеренная в канале регистрации прямопроходящего излучения макета извещателя, составила  $0,01 \text{ дБ}$ . Полученные значения пороговой чувствительности макета извещателя соответствуют нормативным требованиям действующего в республике Беларусь стандарта СТБ 11.16.03-2009 «Системы пожарной сигнализации. Извещатели пожарные дымовые точечные. Общие технические условия».

### **Заключение**

Показана принципиальная возможность перехода в точечных оптических дымовых извещателях на более эффективный «линейный» принцип обнаружения возгорания. Предложена конструкция извещателя, обеспечивающая повышенную надежность обнаружения возгорания благодаря наличию двух каналов контроля состояния среды. Разработана оптическая схема извещателя, позволяющая сформировать эффективный алгоритм обработки регистрируемых сигналов для улучшения помехоустойчивости извещателя.

## **DUAL-CHANNEL OPTICAL SMOKE DETECTOR**

A.I. KITSAK

### **Abstract**

The optical scheme of smoke fire detector based on the laser source and which allows to realize method used in linear smoke detectors along with the traditional fire detection method for point smoke fire detectors (after intensity level of emission scattered by particles of smoke) is offered. Monitoring of the environment state by two independent channels increases the sensitivity of the detector and fire detection reliability. The conditions which provide high sensitivity of «linear» channel of smoke detection with low optical base were found. Model experiments to detect the smoke by experimental model of developed optical scheme of smoke fire detector are conducted.

### **Список литературы**

1. Неплохов И.Г. // Грани безопасности. 2008. № 5. С. 23–25.
2. Кицак А.И., Луцкич А.П., Есипович Д.Л., Гамезо А.М. Извещатель пожарный оптический дымовой // Патент РБ на № 9045.

УДК 519.852

## РЕШЕНИЕ ОТКРЫТОЙ ЗАДАЧИ НАЗНАЧЕНИЯ СТАНДАРТНЫМ СИМПЛЕКС-МЕТОДОМ

В.С. МУХА

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
П. Бровка, 6, Минск, 220013, Беларусь*

*Поступила в редакцию 13 ноября 2013*

Разработаны подход и алгоритм, позволяющие автоматизировать решение открытой задачи назначения произвольного размера стандартным симплекс-методом.

*Ключевые слова:* задача назначения, линейное программирование, целочисленное программирование, многомерные матрицы.

### Постановка задачи

Закрытая (сбалансированная) задача назначения является бинарной целочисленной задачей линейного программирования [1]. Переменные, описывающие задачу, определяются следующим образом:

$$u_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если работа } i \text{ назначена исполнителю } j, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (1)$$

причем число работ равно числу исполнителей, т.е.  $i, j = \overline{1, n}$ . Пусть  $\alpha_{i,j}$  – стоимость соответствующего назначения. Задача состоит в минимизации суммарной стоимости

назначения  $f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} u_{i,j}$  при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n u_{i,j} = 1 = s_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n u_{i,j} = 1 = b_j, \quad j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Ограничения (2), (3) означают, что каждому исполнителю назначается только одна работа. Открытая (несбалансированная) задача возникает тогда, когда число работ не совпадает с числом исполнителей. Для решения такой задачи обычно предлагается приводить прямоугольную матрицу стоимостей назначений  $\alpha = (\alpha_{i,j})$  к виду квадратной матрицы путем добавления нулевых строк или столбцов и решать затем закрытую задачу назначения. Однако такая процедура приводит к увеличению необходимой памяти и неудобна как в использовании, так и в интерпретации результатов оптимизации. Целесообразно иметь алгоритм решения открытой задачи назначения, свободный от указанной процедуры. Целесообразно также для ее решения использовать существующие широко распространенные и хорошо отлаженные программные средства линейного программирования.

Для разработки подобного алгоритма сформулируем открытую задачу назначения следующим образом. Минимизируется функция

$$f = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_{i,j} u_{i,j} \rightarrow \min_{u_{i,j}} \quad (4)$$

по переменным  $u_{i,j}$  вида (1) при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n u_{i,j} = s = 1, \quad i = \overline{1, m}, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m u_{i,j} \leq b = 1, \quad j = \overline{1, n}, \quad (6)$$

если  $m \leq n$ , и ограничениях

$$\sum_{j=1}^n u_{i,j} \leq s = 1, \quad i = \overline{1, m}, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m u_{i,j} = b = 1, \quad j = \overline{1, n}, \quad (8)$$

если  $m > n$ . Кроме того, будем учитывать ограничения

$$u_{i,j} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (9)$$

Задача (4)–(9) может быть решена с помощью программы `linprog.m` Matlab [2], предназначенной для решения задачи линейного программирования следующего вида:

$$f = a^T x \rightarrow \min_x, \quad (10)$$

$$A_{eq} x = b_{eq}, \quad (11)$$

$$A_{le} x \leq b_{le}, \quad (12)$$

$$x \geq 0. \quad (13)$$

Предлагаемый в данной работе алгоритм основывается на компьютерном приведении задачи (4)–(9) к виду (10)–(13) и последующем использовании программы `linprog.m`.

### Разработка алгоритма

Необходимым шагом для разработки алгоритма является формулировка задачи (4)–(9) в многомерно-матричной форме. Для этого введем двухмерные матрицы  $\alpha = (\alpha_{i,j})$ ,  $u = (u_{i,j})$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Тогда целевую установку (4) задачи (4)–(9) можно записать следующим образом:

$$f = {}^{0,2}(\alpha u) \rightarrow \min_u. \quad (14)$$

Здесь и далее используется многомерно-матричный математический аппарат [3]. В частности,  ${}^{0,2}(\alpha u)$  означает (0,2)-свернутое произведение матриц  $\alpha$  и  $u$ .

Для многомерно-матричной записи ограничений (6), (8) сформируем трехмерную матрицу  $c = (c_{k,i,j})$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , элементы которой определим формулой

$$c_{k,i,j} = \begin{cases} 1, & k = j, \\ 0, & k \neq j, \end{cases} \quad (15)$$

и вектор длины  $n$  с единичными компонентами  $b = (b_j) = (1_j)$ ,  $j = \overline{1, n}$ . В этих обозначениях ограничения (6) и (8) запишутся соответственно в виде

$${}^{0,2}(cu) \leq b, \quad {}^{0,2}(cu) = b. \quad (16)$$

Для многомерно-матричной записи ограничений (5) и (7) сформируем трехмерную матрицу  $d = (d_{k,i,j})$ ,  $k = \overline{1,m}$ ,  $i = \overline{1,m}$ ,  $j = \overline{1,n}$ , элементы которой определим формулой

$$d_{k,i,j} = \begin{cases} 1, & k = i, \\ 0, & k \neq i, \end{cases} \quad (17)$$

и вектор длины  $m$  с единичными компонентами  $s = (s_i) = (1_i)$ ,  $i = \overline{1,m}$ .

Тогда условия (5) и (7) будут соответственно иметь вид:

$${}^{0,2}(du) = s, \quad {}^{0,2}(du) \leq s. \quad (18)$$

Запишем выражения (14), (16), (18) в виде, отражающем структуру участвующих в умножении матриц [3]:

$$f = {}^{0,2}(\alpha_{(0,0,2)} u_{(2,0,0)}) \rightarrow \min_{u_{(2,0,0)}}, \quad (19)$$

$${}^{0,2}(c_{(1,0,2)} u_{(2,0,0)}) \leq b, \quad {}^{0,2}(c_{(1,0,2)} u_{(2,0,0)}) = b, \quad (20)$$

$${}^{0,2}(d_{(1,0,2)} u_{(2,0,0)}) = s, \quad {}^{0,2}(d_{(1,0,2)} u_{(2,0,0)}) \leq s. \quad (21)$$

Вводя матрицы, соответствующим образом ассоциированные с матрицами в левых частях выражений (19)–(21), и используя теорему об ассоциированных матрицах [3], получим следующую задачу линейного программирования в стандартной (классической) постановке:

$$f = {}^{0,1}(\tilde{\alpha}_{(0,0,2)} \tilde{u}_{(2,0,0)}) \rightarrow \min_{\tilde{u}_{(2,0,0)}} \quad (22)$$

при ограничениях

$${}^{0,1}(\tilde{d}_{(1,0,2)} \tilde{u}_{(2,0,0)}) = s, \quad {}^{0,1}(\tilde{c}_{(1,0,2)} \tilde{u}_{(2,0,0)}) \leq b, \quad (23)$$

если  $m \leq n$ , и ограничениях

$${}^{0,1}(\tilde{d}_{(1,0,2)} \tilde{u}_{(2,0,0)}) \leq s, \quad {}^{0,1}(\tilde{c}_{(1,0,2)} \tilde{u}_{(2,0,0)}) = b, \quad (24)$$

если  $m > n$ , а также

$$\tilde{u}_{(2,0,0)} \geq 0 \quad (25)$$

при любых  $m, n$ . Здесь  $\tilde{d}_{(1,0,2)}$ ,  $\tilde{c}_{(1,0,2)}$  – двухмерные матрицы,  $\tilde{\alpha}_{(0,0,2)}$ ,  $\tilde{u}_{(2,0,0)}$  – одномерные матрицы (векторы).

Приведенные выкладки приводят к следующему алгоритму решения задачи назначения.

1. Формируем матрицу стоимостей  $\alpha = (\alpha_{i,j})$ ,  $i = \overline{1,m}$ ,  $j = \overline{1,n}$ , в ее естественной форме.

2. Формируем матрицу  $c$  по формуле (15) и матрицу  $d$  по формуле (17).

3. Формируем матрицу  $\tilde{\alpha}_{(0,0,2)}$ ,  $(0,0,2)$ -ассоциированную с матрицей  $\alpha$ , матрицу  $\tilde{c}_{(1,0,2)}$ ,  $(1,0,2)$ -ассоциированную с матрицей  $c$  и матрицу  $\tilde{d}_{(1,0,2)}$ ,  $(1,0,2)$ -ассоциированную с матрицей  $d$  [3].

4. Формируем векторы  $b = (b_j)$ ,  $b_j = 1$ ,  $j = \overline{1,n}$  и  $s = (s_i)$ ,  $s_i = 1$ ,  $i = \overline{1,m}$ .

5. Формируем правую часть ограничения (25), т.е. вектор длины  $m$  с нулевыми компонентами.

6. Используя сформированные выше матрицы в качестве параметров программы linprog.m, решаем задачу (22)–(25) как стандартную задачу линейного программирования (находим оптимальное решение  $\tilde{u}_{(2,0,0)}^*$  и оптимальное значение  $f^*$  целевой функции).

7. Полученное решение преобразуем в естественную форму, т.е. по полученной ассоциированной матрице  $\tilde{u}_{(2,0,0)}^*$  формируем исходную для нее матрицу  $u^* = (u_{i,j}^*)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Данный алгоритм был оформлен в виде  $m$ -файла-функции Matlab. В качестве примера работы алгоритма и программы получено решение задачи назначения со следующими матрицами стоимостей при  $m < n$  и  $m > n$ :

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} \bar{5}, 76, 81, 61, 74, 56 \\ 58, 74, \bar{9}, 26, 43, 30 \\ 71, \bar{44}, 95, 88, 97, 86 \\ 97, 64, 92, 52, \bar{8}, 34 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} 33, 60, 43, 96 \\ 48, 03, 38, \bar{15} \\ 60, 82, \bar{17}, 87 \\ \bar{17}, 62, 84, 77 \\ 83, 71, 84, 45 \\ 96, \bar{10}, 46, 63 \end{pmatrix}.$$

Оптимальные назначения соответствуют стоимостям, помеченным в матрицах  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  чертой сверху. Целочисленность решения  $u^* = (u_{i,j}^*)$  достигается простым округлением полученного оптимального решения.

## DECISION OF THE OPEN ASSIGNMENT PROBLEM BY STANDARD SIMPLEX METHOD

V.S. MUKHA

### Abstract

The algorithm for the automatic decision of open assignment problem of any size by standard simplex method is designed.

### Список литературы

1. Вагнер Г. Основы исследования операций. Т. 1. М., 1972.
2. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. MATLAB 6х: программирование численных методов. СПб, 2004.
3. Муха В.С. Анализ многомерных данных. Минск, 2004.

## ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ, НАПРАВЛЯЕМЫХ В РЕДАКЦИЮ ЖУРНАЛА «ДОКЛАДЫ БГУИР»

1. К публикации принимаются статьи, отражающие результаты **оригинальных научно-технических исследований и разработок, не опубликованные и не предназначенные для публикации в других изданиях**. Тематика представляемой статьи должна соответствовать рубрикам журнала (электроника, радиофизика, радиотехника, информатика).

2. Статьи должны быть написаны в сжатой и ясной форме и содержать соответствующий индекс УДК; название на русском и английском языках; инициалы и фамилии авторов на русском и английском языках; полное название учреждений, в которых выполнялось исследование (с указанием адреса); ключевые слова (до 10 слов) на русском языке; аннотацию на русском и английском языках (3–5 предложений). Рекомендуется стандартизировать текст статьи, используя подзаголовки **введение, теоретический анализ, методика, экспериментальная часть, результаты и их обсуждение, заключение, список литературы**.

3. Статья представляется в двух экземплярах, распечатанных на листах формата А4, и в электронном варианте в виде файла формата MS Word (расширение – \*.doc). Также необходимо представить *акт экспертизы* о возможности опубликования статьи в открытой печати.

### **Количество страниц и иллюстраций:**

- для оригинальной статьи – не более 7 страниц и 8 иллюстраций;
- для краткого сообщения – не более 3 страниц и 2 иллюстраций.

4. При наборе текста используется гарнитура Times New Roman и Symbol, кегль – 11 pt. Устанавливаемый размер бумаги – А4 (210×297 мм). Поля слева, справа, сверху и снизу – по 25 мм. Межстрочный интервал – 1,0. Абзацный отступ – 1,25 см. *Запрещается* при наборе текста использовать гиперссылки, маркированные списки и ручные переносы слов.

5. **Формульные выражения** выполняются только в редакторе формул MathType, стиль – «Математика» («Math»), гарнитура – Times New Roman и Symbol, кегль – 11 pt. Как в тексте статьи, так и в формульных выражениях, математические функции, цифры, буквы греческого и русского алфавитов набираются прямым начертанием, латинские буквы – курсивом. Нумеровать рекомендуется те формульные выражения, на которые имеются ссылки в последующем тексте, заключая при этом номер в круглые скобки.

### **6. Рисунки выполняются в соответствии со следующими требованиями:**

- размер рисунка – не более 15×20 см, разрешение – не менее 300 dpi;
- рисунок должен быть оформлен как графический объект;
- подрисуночные подписи обязательно должны включать в себя номер и название рисунка;
- словесных обозначений на рисунках рекомендуется избегать, используя при этом цифровые либо буквенные обозначения, пояснения к которым следует давать в тексте статьи либо подрисуночных подписях;
- цифровые и буквенные обозначения на рисунках по начертанию и размеру должны соответствовать обозначениям в тексте статьи либо подрисуночных подписях.

7. Наименования, обозначения, определения и правила применения единиц физических величин, употребляемых в статье, должны соответствовать ГОСТ 8.417–2002.

8. Ссылки на литературные источники нумеруются в порядке их цитирования в тексте. Номера ссылок заключаются в квадратные скобки.

9. Набор статьи рекомендуется производить в шаблоне, доступном для скачивания на сайте БГУИР ([www.bsuir.by](http://www.bsuir.by) → «Журнал "Доклады БГУИР"» → раздел «Авторам»).

10. Адрес для пересылки статей в электронном варианте и переписки с редакцией: [doklady@bsuir.by](mailto:doklady@bsuir.by).

***Ответственность за оригинальность и достоверность  
материалов, поданных в печать, несут авторы.***