УДК 621.317.335.3

*Н. А. Певнева, А. Л. Гурский*  НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПО МЕТОДУ НИКОЛСОНА – РОССА – ВЕЙРА

В статье разработан алгоритм расчета неопределенности диэлектрической проницаемости, значение которой получено по методу Николсона — Росса — Вейра с применением векторного анализатора цепей. Приведен результат расчета неопределенности для диэлектрической проницаемости оксида меди.

The algorithm for calculating of the dielectric constant's uncertainty is developed, the value of which is obtained by the Nicolson – Ross – Weir method using vector network analyzer. The result of the calculation of uncertainty for the dielectric constant of the copper oxide is given.

#### Введение

Способ измерения диэлектрической проницаемости, основанный на использовании метода Николсона – Росса – Вейра, векторного анализатора цепей (ВАЦ) и специализированной измерительной ячейки (ИЯ), приведен в работах [1–3]. Созданное средство измерений диэлектрической проницаемости базируется на измерении комплексных коэффициентов  $S_{11}$  и  $S_{21}$  волноводного тракта. В состав средства измерений входят волноводный тракт с ИЯ, представляющей собой два нерегулярных волновода и волноводную камеру между ними, в которую помещается вставка с отверстием для различных материалов, и ВАЦ.

Алгоритм измерений диэлектрических параметров материалов выглядит следующим образом:

1. Подготовка экспериментальных образцов. Образец из твердого материала должен повторять размеры отверстия вставки волноводной камеры. Жидкий или порошкообразный образец помещается в полиэтиленовую вставку, которая полностью перекрывает сечение волноводной камеры.

2. Подготовка измерительной установки в соответствии с руководством по эксплуатации ВАЦ и ИЯ для соответствующего диапазона частот.

3. Сборка волноводного тракта для измерения амплитуды и фазы коэффициента отражения.

4. Калибровка волноводного тракта на отражение в соответствии с руководством по эксплуатации ГЛЮИ.411228.023 РЭ.

5. Размещение образца в ИЯ.

6. Измерение амплитуды и фазы коэффициента отражения образца.

7. Сборка волноводного тракта для измерения амплитуды и фазы коэффициента передачи. 8. Калибровка волноводного тракта на прохождение в соответствии с руководством по эксплуатации ГЛЮИ.411228.023 РЭ.

9. Размещение образца в ИЯ.

10. Измерение амплитуды и фазы коэффициента передачи образца.

11. Обработка результатов измерений амплитуды и фазы коэффициента отражения и коэффициента передачи образца в программе для расчета диэлектрической проницаемости, разработанной на базе MS Excel.

Преимуществом этого способа является возможность получать данные о фазе сигнала непосредственно из показаний векторного анализатора цепей. Это позволяет обеспечить полную автоматизацию измерений с исключением управления механическими элементами за счет отказа от использования подвижного короткозамыкателя.

Целью настоящей работы является разработка и применение алгоритма оценки неопределенностей результатов измерений диэлектрической проницаемости при использовании метода Николсона – Росса – Вейра и ВАЦ.

### Алгоритм оценки неопределенности результатов измерений диэлектрической проницаемости

Алгоритм оценки неопределенности результатов измерений диэлектрической проницаемости материалов был разработан в соответствии с методикой, описанной в [4].

Модель измерения диэлектрической проницаемости следующая:

$$\varepsilon = \lambda_0^2 \cdot \left[ \left( 1 / \lambda_c^2 \right) + \left( 1 / \Lambda^2 \right) \right], \tag{1}$$

где  $\lambda_0 = \frac{c}{f}$  — длина волны СВЧ-излучения в сво-

бодном пространстве, мм (с – скорость света pprox 3·10<sup>11</sup>, мм/с; f — перестраиваемая частота, на которой проведены измерения, с<sup>-1</sup>);

λ. – критическая длина волны, мм (в диапазоне частот от 80 до 115 ГГц имеет значение 4,8 мм);

 $\Lambda$  – длина волны в образце, мм.

Для нахождения диэлектрической проницаемости необходим расчет следующих величин, входящих в основную модель и связанных со всеми влияющими величинами:

$$\frac{1}{\Lambda^2} = \left[\frac{1}{2\pi d} \ln\left(\frac{1}{T}\right)\right]^2; \qquad (2)$$

$$T = \frac{S_{11} + S_{21} - \Gamma}{1 - (S_{11} + S_{21})\Gamma};$$
(3)

$$\Gamma = K \pm \sqrt{K^2 - 1}; \tag{4}$$

$$K = \frac{S_{11}^2 - S_{21}^2 + 1}{2S_{11}};$$
 (5)

$$S_{11} = |S_{11}| (\cos\varphi_{11} + j \sin\varphi_{11});$$
 (6)

$$S_{21} = |S_{21}|(\cos\varphi_{21} + j\sin\varphi_{21}), \tag{7}$$

где *d* – толщина образца, мм;

Т – коэффициент передачи по методу Николсона – Росса – Вейра, отн. ед.;

S<sub>11</sub> – комплексное значение коэффициента отражения, отн. ед.;

S<sub>21</sub> — комплексное значение коэффициента передачи, отн. ед.;

Г – коэффициент отражения по методу Николсона – Росса – Вейра, отн. ед.;

К – промежуточная величина, отн. ед.;

|S<sub>11</sub>| – модуль коэффициента отражения, отн. ед.;

|S<sub>21</sub>| – модуль коэффициента передачи, отн. ед.;

 $\phi_{11}$  – фаза коэффициента отражения, градус;

 $\phi_{21}$  – фаза коэффициента передачи, градус;

*j* – мнимая единица, квадрат которой равен –1. В формуле (4) при определении Г знак «±» выбирается таким образом, чтобы значение  $\Gamma$  было меньше единицы.

Исходными величинами для расчета диэлектрической проницаемости в диапазоне СВЧ являются: однократные прямые измерения модулей и фаз

коэффициентов отражения и коэффициентов передачи для исследуемого материала ( $|S_{11}|$ и  $|S_{21}|$ ,  $\phi_{11}$  и  $\phi_{21}$ ), измеренные с помощью ВАЦ; перестраиваемая частота *f*, на которой проведены измерения, заданная с помощью ВАЦ; толщина образца d.

Согласно [4] стандартные неопределенности величин  $|S_{11}|$ ,  $|S_{21}|$ ,  $\phi_{11}$ ,  $\phi_{21}$  определяются как пределы допускаемой основной погрешности измерения этих величин, взятые из руководства по эксплуатации ВАЦ «Измеритель комплексных коэффициентов отражения и передачи Р4-МВМ-118», деленные на корень из трех. Поскольку величина λ определяется размерами широкой стенки волновода, ее стандартная неопределенность рассчитывается так же, как и для величины d: половина цены деления штангенциркуля (0,005 мм) делится на корень из трех. Стандартная неопределенность величины λ<sub>0</sub> определяется через отношение пределов допускаемой относительной погрешности установки частоты используемого ВАЦ к корню из трех. Стандартные неопределенности для всех величин, входящих в формулы (1)-(7), представлены в табл. 1.

В табл. 1 коэффициенты чувствительности определены по стандартной методике через частные производные сложных функций [4]. Суммирование стандартных неопределенностей осуществляется в соответствии с законом трансформирования неопределенностей [5].

Расширенная неопределенность диэлектрической проницаемости находится из формулы:

$$U_{s} = k \cdot u_{s}(\varepsilon), \tag{8}$$

где *k* – коэффициент охвата;

и – суммарная стандартная неопределенность.

В случаях, когда измеряемой величине может быть приписано нормальное распределение вероятностей и стандартная неопределенность, связанная с выходной оценкой, является достаточно надежной, как в вышеописанном примере, следует использовать стандартный коэффициент охвата, равный двум. Приписанная расширенная неопределенность измерений соответствует вероятности охвата, равной примерно 95 %.

Алгоритм расчета неопределенности представляет собой последовательное применение формул, приведенных выше. В процессе его апробации были проведены исследования по определению диэлектрической проницаемости образцов оксида меди в диапазоне частот 80-115 ГГц. Полученная в результате исследований зависимость  $\varepsilon(f)$  приведена на рис. 1.



Рис. 1. Зависимость диэлектрической проницаемости от частоты для образцов оксида меди в диапазоне 80—115 ГГц

# Таблица 1

## Бюджет неопределенности

Вели- чина $X_i$	Оценка x <sub>i</sub>	Стандартная неопределенность $u(x_i)$	Коэффициент чувствительности <i>С<sub>i</sub></i>	Вклад в стандартную неопределенность u <sub>i</sub> (y)		
$ S_{11} $	S <sub>11</sub>  , отн. ед	$rac{10^{(0,40+0,07\cdot 201g[S_{11}])/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.	1	$rac{10^{(0.40+0.07\cdot201g S_{11} )/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.		
$ S_{21} $	$ S_{_{21}} $ , отн. ед	$rac{10^{(0,30+0,05\cdot201g S_{21} )/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.	1	$rac{10^{(0,30+0,05\cdot201g S_{21} )/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.		
$\phi_{11}$	φ <sub>11</sub> , отн. ед.	0,14/√3, отн. ед.	1	0,081, отн. ед.		
$\phi_{21}$	φ <sub>21</sub> , отн. ед.	0,10/ $\sqrt{3}$ , отн. ед.	1	0,058, отн. ед.		
d	3,6, мм	0,005/√3, mm	1	0,0029, MM		
$\lambda_c$	4,8, мм	$0,005$ / $\sqrt{3}$ , mm	1	0,0029, mm		
$\lambda_0$	$\frac{c}{f}$ , MM	$11500/\sqrt{3}$ , c <sup>-1</sup>	$-rac{c}{f^2}$ , MM·C	$-rac{1992\cdot 10^{12}}{f^2}$ , mm		
S <sub>11</sub>	по формуле (6)	$rac{10^{(0,40+0,07\cdot 201 \mathrm{g}[S_{11}])/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.	(соѕф <sub>11</sub> + <i>j</i> sinφ <sub>11</sub> ), отн. ед.	$(\cos \varphi_{11} + j \sin \varphi_{11}) \times \\ \times \frac{10^{(0,40+0,07:20 \lg[S_{11}])/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.		
		0,081, отн. ед.	$(- S_{11} \sin \varphi_{11}+j S_{11} \cos \varphi_{11}),$ отн. ед.	0,081·( $- S_{11} \sin \varphi_{11}+j S_{11} \cos \varphi_{11}$ ), отн. ед.		
S <sub>21</sub>	по формуле (7)	$rac{10^{(0,30+0,05\cdot201g S_{21} )/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.	(соѕф <sub>21</sub> + <i>j</i> sinф <sub>21</sub> ), отн. ед.	$(\cos \varphi_{21} + j \sin \varphi_{21}) \times$ $\times \frac{10^{(0,30+0,05\cdot 201g S_{21} )/20}}{\sqrt{3}}$ , отн. ед.		
		0,058, отн. ед.	$(- S_{21} \mathrm{sin} \varphi_{21}+j S_{21} \cos \varphi_{21})$ , отн. ед.	$0,058 \cdot (- S_{21}  \sin \varphi_{21} + j S_{21}  \cos \varphi_{21}),$ отн. ед.		
K	по формуле (5)	<i>u</i> (S <sub>11</sub> ), отн. ед.	$\left(rac{S_{11}^2+S_{21}^2-1}{2S_{11}^2} ight)$ , отн. ед.	$igg(rac{S_{11}^2+S_{21}^2-1}{2S_{11}^2}igg)$ и $ig(S_{11}ig)$ , отн. ед.		
		<i>u</i> (S <sub>21</sub> ), отн. ед.	$\left(-rac{S_{21}}{S_{11}} ight)$ , отн. ед.	${\left( { - rac{{{S_{{21}}}}}{{{S_{{11}}}}}}  ight)}u{\left( {{S_{{21}}}}  ight)}$ , отн. ед.		
Г	по формуле (4)	<i>u(К)</i> , отн. ед.	$\left(1\pm \frac{K}{\sqrt{K^2-1}}\right)$ , отн. ед.	$\left(1\pm rac{K}{\sqrt{K^2-1}} ight)\!u(K)$ , отн. ед.		
Т	по формуле (3)	<i>и(Г</i> ), отн. ед.	$rac{ig(S_{11}+S_{21}ig)^2-1}{ig(1\!-\!S_{11}\varGamma-\!S_{21}\varGammaig)^2}$ , отн. ед.	$rac{ig(S_{11}+S_{21}ig)^2-1}{ig(1\!-\!S_{11}\varGamma\!-\!S_{21}\varGammaig)^2}u(arGamma)$ , отн. ед.		
		<i>u</i> (S <sub>11</sub> ), отн. ед.	$rac{1-arGamma^2}{ig(1\!-\!S_{11}arGamma-\!S_{21}arGammaig)^2}$ , отн. ед.	$rac{1-arGamma^2}{ig(1\!-\!S_{\!_{11}}arGamma\!-\!S_{\!_{21}}arGammaig)^2}uig(S_{\!_{11}}ig),$ отн. ед.		
		<i>u</i> (S <sub>21</sub> ), отн. ед.	$rac{1-arGamma^2}{ig(1\!-\!S_{11}arGamma\!-\!S_{21}arGammaig)^2}$ , отн. ед.	$rac{1-arGamma^2}{ig(1\!-\!S_{11}arGamma\!-\!S_{21}arGammaig)^2}uig(S_{21}ig)$ , отн. ед.		

метрология и приборостроение / 4-2021 13

### Окончание таблицы 1

Вели- чина $X_i$	Оценка <i>x<sub>i</sub></i>	Стандартная неопределенность u(x <sub>i</sub> )	Коэффициент чувствительности $c_i$	Вклад в стандартную неопределенность u <sub>i</sub> (y)	
Λ	по формуле (2)	0,0029, mm	$rac{2\pi}{\ln\!\left(rac{1}{T} ight)}$ , MM	$rac{0,018}{\ln{\left(rac{1}{T} ight)}},$ MM	
		<i>u(T)</i> , отн. ед.	$\frac{2\pi d}{T\left[\ln\left(\frac{1}{T}\right)\right]^2}$ , MM	$rac{22,61}{T{\left[ {\ln {\left( rac{1}{T}  ight)}  ight]^2 }}},u(T)$ , mm	
З	по формуле (1)	_	_	$egin{aligned} & \left(rac{2\lambda_0}{\lambda_c^2}+rac{2\lambda_0}{\Lambda^2} ight)\!uig(\lambda_0ig),  ext{отн. ед.} \ & rac{-2\lambda_0^2}{\lambda_c^3}uig(\lambda_cig),  ext{отн. ед.} \ & -rac{2\lambda_0^2}{\Lambda^3}uig(\Lambdaig),  ext{отн. ед.} \end{aligned}$	

#### Таблица 2

Результаты расчета неопределенности  $\epsilon$  оксида меди

<i>u</i> ( S <sub>11</sub>  ), отн. ед.	и( S <sub>21</sub>  ), отн. ед.	<i>и</i> (ф <sub>11</sub> ), отн. ед.	<i>и</i> (ф <sub>21</sub> ), отн. ед.	u(λ <sub>c</sub> ), ΜΜ	u(d), mm	<i>u</i> (λ <sub>0</sub> ), ΜΜ	<i>u(Г</i> ), отн. ед.	
0,596	0,564	0,081	0,058	0,0029	0,0029	-0,2·10 <sup>-6</sup>	0,373	
<i>и(К),</i> отн. ед.	<i>u(T</i> ), отн. ед.	и(Л), мм	<i>u</i> (S <sub>11</sub> ), отн. ед.	и(S <sub>21</sub> ), отн. ед.	и(ε), отн. ед.			
0,363	1,255	0,674	0,6	0,809	0,0195			
Для оксида меди на частоте 100 ГГц расширенная неопределенность составила 0,039, что в процентном соотношении соответствует 2,5 %								

Результаты экспериментальных исследований для сглаживания характеристик обрабатывались по методике, описанной в [5] и [6]. На рис. 1 штриховые линии обозначают зону расширенной неопределенности результатов определения диэлектрической проницаемости образцов оксида меди.

Таким образом, разработан алгоритм расчета неопределенности измерений диэлектрической проницаемости, значение которой получено по методу Николсона – Росса – Вейра. Рассчитанное с его применением значение неопределенности не превышает  $\pm 3$  %. В табл. 2 приведены рассчитанные вклады в стандартную неопределенность диэлектрической проницаемости образцов оксида меди на частоте 100 ГГц ( $\epsilon = 1,55$ ), а также суммарная стандартная неопределенность и расширенная неопределенность.

### Заключение

Разработан алгоритм расчета неопределенности диэлектрической проницаемости, значение которой получено по методу Николсона – Росса – Вейра с использованием векторного анализатора цепей. Приведен результат апробации алгоритма путем расчета неопределенности для диэлектрической проницаемости образцов оксида меди. Значение расширенной неопределенности для оксида меди составляет ±2,5 % на частоте 100 ГГц и не превышает ±3 % в диапазоне 80–115 ГГц.

### 🛄 Список использованной литературы

1. Jose, K. A. Wideband and noncontact characterization of the complex permittivity of li-

quids /K. A. Jose, V. K. Varadan, V. V. Varadan // Microwave and Optical Technology Letters. – 2001. – Vol. 30, № 2. – P. 75–79.

2. Baker-Jarvis, J. Improved technique for determining complex permittivity with transmission/ reflection method / J. Baker-Jarvis, E. J. Vanzura, W. A. Kissick // IEEE Transactions on Microwave Theory Tech. – 1990. – Vol. 38. – P. 1096–1103.

3. Певнева, Н. А. Метод свободного пространства с использованием векторного анализатора цепей для определения диэлектрической проницаемости материалов на сверхвысоких частотах / Н. А. Певнева, А. Л. Гурский, А. М. Кострикин // Доклады БГУИР. – 2019. – № 4 (22). – С. 32–39.

4. СТБ 8077-2017 Система обеспечения единства измерений Республики Беларусь. Методы оценивания неопределенности измерений при калибровках. Общие положения.

5. ГОСТ 34100.3-2017/ISO/IEC Guide 98-3:2008 Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения. 6. Способ исключения интерференционных помех из энергетического спектра оптического сигнала: пат. 21915 / А. Л. Гурский, Н. А. Певнева. – Опубл. 29.03.2013.

7. Гурский, А. Л. Повышение точности определения формы оптических спектров путем исключения результатов интерференционных эффектов с помощью Фурье-анализа / А. Л. Гурский, Н. А. Певнева // Журнал прикладной спектроскопии. – 2013. – № 4. – С. 643–645.

#### Наталья Алексеевна ПЕВНЕВА,

кандидат технический наук, старший научный сотрудник Центра 1.9 НИЧ УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»; Александр Леонидович ГУРСКИЙ, доктор физико-математических наук, профессор кафедры защиты информации УО «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Дата поступления 15.09.2021