



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-1-14-21>

*Оригинальная статья*  
*Original paper*

УДК 681.5.034.2

## ФОРМИРОВАНИЕ ВЫСШИХ ПРОИЗВОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В.Л. СВИРИД

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
(г. Минск, Республика Беларусь)*

*Поступила в редакцию 7 июня 2021*

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2022

**Аннотация.** Предложено формировать высшие производные, включая четвертую, характеристик нелинейных элементов на основе синхронного фазонечувствительного режекторно-полосового активного фильтра путем его перестройки на нужную гармоническую составляющую исследуемой первообразной характеристики объекта исследования, пропорциональную соответствующей производной, позволяющего, при необходимости, восстановить утрачиваемую при этом фазовую составляющую посредством фазочувствительного синхронного фильтра-демодулятора, согласованного со специально формируемыми управляющими сигналами, или ее исключить простейшим линейным амплитудным демодулятором. Применение предложенного формирователя высших производных для целей определения первичных параметров различных объектов с нелинейными характеристиками первообразных позволяет существенно повысить точность их измерения на уровне десятых долей процента, что необходимо при создании прецизионных средств измерений, прежде всего добротности радиотехнических элементов, например, варикапов, с широким диапазоном ее изменения.

**Ключевые слова:** высшие производные, синхронный фазонечувствительный фильтр, формирование, принципы построения, реализация, анализ точности.

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования.** Свирид В.Л. Формирование высших производных характеристик нелинейных элементов. Доклады БГУИР. 2022; 20(1): 14-21.

## FORMING THE HIGHER DERIVATIVES OF CHARACTERISTICS OF NON-LINEAR ELEMENTS

VLADIMIR L. SVIRID

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)*

*Submitted 7 June 2021*

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2022

**Abstract.** It was suggested to form higher derivatives, including the fourth one, characteristics of non-linear elements based on altering the synchronous, phase insensitive active band-stop filter to the needed harmonic component of the researched antiderivative of the characteristic of the examined element, which is proportional to the according derivative, which allows, if needed, to reestablish the missing phase component using a synchronous, sensitive to phase demodulating filter, which is agreed to the specially formed control signals, or to exclude it using a simple amplitude demodulator. The use of the proposed shaper of higher derivatives for the purpose of determining the primary parameters of various objects with nonlinear characteristics of antiderivatives makes it possible to substantially increase the accuracy of their measurements, bringing this process to the level of tenths of a percent, which is a very important result in the measurement technique, first of all, the Q-factor of radiotechnical elements, for example, varicaps, with a wide range of its change.

**Keywords:** higher derivatives, synchronous phase insensitive band-stop filter, forming, principles of constructing, realization, exactness analysis.

**Conflict of interests.** The author declares no conflict of interests.

**For citation.** Svirid V.L. Forming the Higher Derivatives of Characteristics of Non-Linear Elements. Doklady BGUIR. 2022; 20(1): 14-21.

### Введение

Характеристики высших производных, позволяющие получить дополнительную информацию о свойствах и отличительных особенностях различных объектов с нелинейными параметрами первообразных, являются мощным средством повышения точности анализа и определения первичных параметров не только нелинейных элементов (НЭ) как таковых [1], а и различных других устройств радиотехнического направления [2, 3]. Привлекают внимание, прежде всего, особые точки на характеристиках первообразных, к которым относятся экстремальные точки и точки перегиба, определяемые посредством первой и второй производных, так как первая производная характеризует скорость, а вторая – ускорение динамического процесса уравнивания измерительных и других систем. При использовании же первой или второй производных для определения исходных параметров характеристик необходима информация о третьей и четвертой производных. В связи с этим создание формирователя высших производных, включая четвертую, НЭ приобретает исключительную актуальность и, следовательно, является весьма важным направлением исследований.

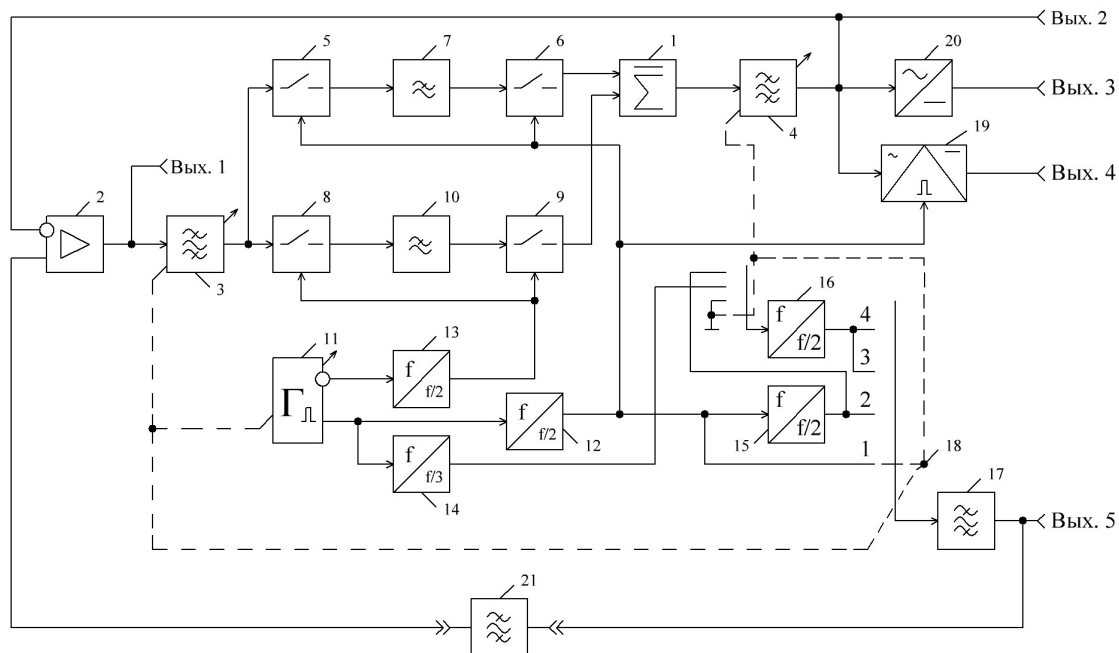
### Принципы построения формирователя высших производных

Характеристики высших производных, включая четвертую, целесообразно формировать, в отличие от известных способов их получения [4], включающих элементы цифровой обработки сигналов, на основе синхронного фазочувствительного режекторно-полосового активного фильтра (АФ), теоретические основы и принципы построения которого изложены в учебном пособии [5] применительно к реализации характеристики модуля второй

производной от амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) резонансных устройств для целей измерения их первичных параметров.

В связи с этим принципы формирования характеристик высших производных, включая четвертую, реализуем на основе указанного выше АФ путем его перестройки на нужную гармоническую составляющую первообразной характеристики НЭ, пропорциональную соответствующей производной, с восстановлением утрачиваемой при этом фазовой составляющей посредством фазочувствительного синхронного фильтра-демодулятора, согласованного со специально формируемыми управляющими сигналами, и/или ее исключением, при необходимости получения модуля производных, простейшим линейным амплитудным демодулятором.

Изложенные принципы построения рассматриваемого формирователя высших производных отражены в виде структурной схемы, представленной на рис. 1, основу которой составляют две взаимосвязанные подсистемы: синхронной фазонечувствительной селекции гармонических составляющих модулирующего сигнала и формирования квадратурных импульсных и модулирующего синусоидального сигналов.



**Рис. 1.** Структурная схема формирователя высших производных характеристик НЭ  
**Fig.1.** Schematic diagram of the generator of higher derivatives of characteristics of non-linear elements

Первая подсистема образована первым и вторым сумматорами 1 и 2, первым и вторым полосовыми фильтрами (ПФ) 3 и 4, а также двумя каналами преобразования и обработки квадратурных сигналов, в состав одного из которых входит первый и третий синхронные коммутаторы 5 и 6 и первый фильтр нижних частот (ФНЧ) 7, а в состав второго – второй и четвертый синхронные коммутаторы 8 и 9 и второй ФНЧ 10.

Вторая подсистема формирования квадратурных импульсных и модулирующего синусоидального сигналов включает автоколебательный генератор 11 парафазных импульсов, первый и второй делители 12 и 13 частоты на два, формирующие квадратурные (сдвинутые одно относительно другого на четверть периода) импульсные напряжения с пониженной в два раза частотой, а также третий делитель 14 частоты на три, четвертый и пятый делители 15 и 16 частоты на два, с помощью которых и третьего ПФ 17 с переключателем 18 номера производных на четыре положения с пятью собирающими формируется модулирующий сигнал синусоидальной формы. Для восстановления утрачиваемой при данном способе формирования производных их фазовых составляющих в состав структурной схемы (рис. 1) специально введен фазочувствительный синхронный фильтр-демодулятор 19, управляемый первым делителем 12, а для получения модуля тех же характеристик используется, как и прежде, линейный амплитудный демодулятор 20.

## Особенности реализации функциональных блоков формирователя высших производных

Параметры получаемого модулирующего сигнала синусоидальной формы (амплитуда, частота) определяются особенностями реализации первообразных характеристик исследуемого объекта, который на структурной схеме (рис. 1) условно представлен в виде ПФ 21. Частота модулирующего сигнала, которая может быть самой разной (от десятков до сотен Герц), определяет требуемые частотные характеристики сопрягаемых посредством переключателя 18 функциональных блоков (ФБ), прежде всего, задающего автоколебательного генератора 11 и ПФ 3 и 4. Если, например, модулирующая частота принята  $f_c = 1$  кГц, то центральные (резонансные) частоты ПФ 3 и 4 должны соответствовать номеру формируемых производных, т. е.  $f_0 = 1, 2, 3, 4$  кГц, а рабочая частота генератора 11 – соответственно в 2 раза выше (2, 4, 6, 8 кГц), чтобы получить из этих частот посредством коммутируемых переключателем 18 делителей 12, 14–16 заданную частоту модулирующего сигнала  $f_c = 1$  кГц. Требования к другим ФБ, участвующим в формировании характеристик высших производных, достаточно полно оговорены в [5].

На рис. 2 отражена практическая реализация наиболее ответственных ФБ, к которым следует отнести каналы преобразования и обработки квадратурных сигналов (принципиальная схема одного из них представлена на рис. 2, а) и специально введенный фильтр-демодулятор 19, теоретические основы которого достаточно полно отражены в учебном пособии [5], а схема реализации показана на рис. 2, б. Однотипными по принципу действия в данных ФБ являются синхронные коммутаторы 5, 6, 8, 9 (см. рис. 1), представляющие собой последовательно-параллельные ключи, которые могут быть реализованы на интегральных микросхемах (ИС) мультиплексоров типа К590КН7 с применением операционных усилителей (ОУ) типа К574УД1 или других стандартных, как в АФ 7, 10, так и в фильтре-демодуляторе 19. Схемную реализацию других аналоговых ФБ можно найти в указанных выше источниках информации [3, 5], а цифровых в виде делителей частоты 12–16 (см. рис. 1) – в соответствующих справочниках по цифровым ИС, например, [6].

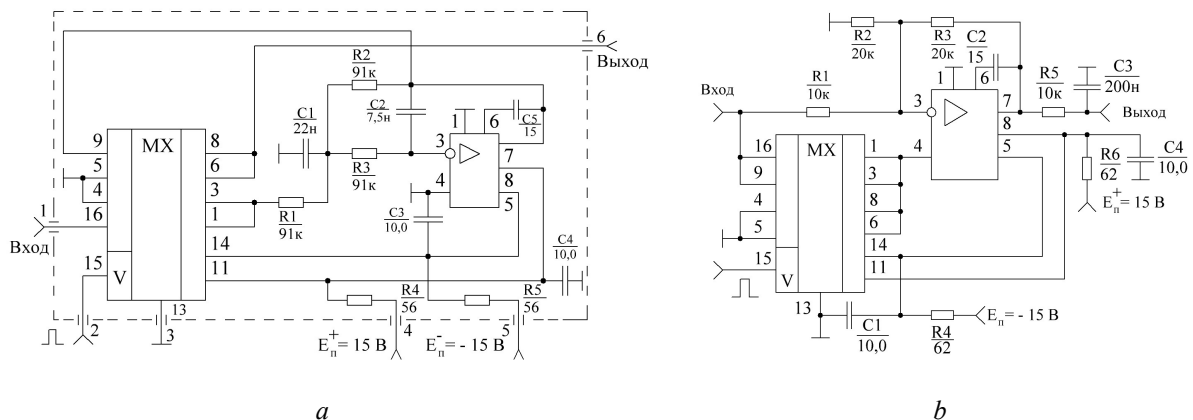


Рис. 2. Принципиальные схемы канала преобразования и обработки квадратурного сигнала (а) и синхронного фазочувствительного фильтра-демодулятора (б)

Fig. 2. Schematic diagrams of the channel for conversion and processing of a quadrature signal (а) and a synchronous phase-sensitive filter-demodulator (б)

## Оценка точности формирования производных

Оценка точности формирования производных без учета реальных характеристик объекта исследования лишена смысла, так как все производные, получаемые с помощью проектируемого устройства, реализуются с помощью одних и тех же ФБ и, следовательно, их точность одна и та же. В связи с этим проанализируем точность реализации второй производной на примере ее использования для определения основных параметров колебательного (резонансного) контура, например, добротности  $Q$ . Для этого воспользуемся известной аппроксимацией АЧХ резонансного контура:

$$U(\omega) = \frac{eQ}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad (1)$$

где  $U$  и  $e$  – синусоидальные напряжения, действующие на выходе и входе исследуемого контура;  $\omega_0$  и  $\omega$  – резонансная и текущая частоты контура.

Первая и вторая производные по частоте от АЧХ (1) имеют вид:

$$\frac{\partial U}{\partial \omega}(\omega) = -\frac{\frac{eQ^3}{\omega_0} \left[ \frac{\omega}{\omega_0} - \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^3 \right]}{\left[ 1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2}(\omega) = -\frac{eQ^3}{\omega_0^2} \cdot \frac{1 + 3 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^4 - 2Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \left[ 1 + 3 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]}{\left[ 1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}}. \quad (3)$$

Из разнообразных способов измерения производных в данном случае наибольший интерес представляют численные методы дифференцирования [1, 4], на основании которых запишем выражения для первой и второй производных [5], используя АЧХ (1) вблизи резонансной частоты:

$$\frac{\partial U}{\partial \omega}(\omega_0) = \frac{U(\omega_0 + \Delta\omega) - U(\omega_0 - \Delta\omega)}{2\Delta\omega}; \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2}(\omega_0) = \frac{U(\omega_0 + \Delta\omega) + U(\omega_0 - \Delta\omega) - 2U(\omega_0)}{\Delta\omega^2}, \quad (5)$$

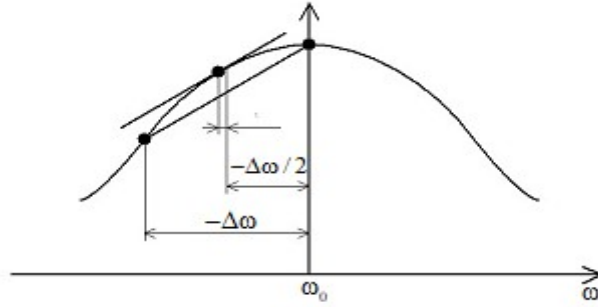
где  $\Delta\omega$  – приращение частоты, создаваемое модулирующим сигналом при воздействии на исследуемый объект.

Как следует из приведенных выражений (4) и (5), для определения производных достаточно зафиксировать напряжения, действующие на контуре при трех значениях частоты:  $U(\omega_0)$ ,  $U(\omega_0 - \Delta\omega)$ ,  $U(\omega_0 + \Delta\omega)$ .

Оценим ошибку, возникающую при измерениях второй производной (5), принимая АЧХ вблизи резонанса симметричной относительно частоты  $\omega_0$  (рис. 3). Первая производная (2) равна измеряемой не в точках  $(\omega_0 - \Delta\omega / 2)$ ,  $(\omega_0 + \Delta\omega / 2)$ , как предполагалось при определении (4), а в точках, отстоящих от первых на некоторую величину  $\xi$ :

$$\frac{\partial U}{\partial \omega} \left( \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} - \xi \right) = \frac{U(\omega_0) - U(\omega_0 - \Delta\omega)}{\Delta\omega}; \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \omega} \left( \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} + \xi \right) = \frac{U(\omega_0 + \Delta\omega) - U(\omega_0)}{\Delta\omega}. \quad (7)$$



**Рис. 3.** Образование аддитивной составляющей погрешности измерения второй производной  
**Fig. 3.** Formation of the additive component of the measurement error of the second derivative

В связи с этим точное выражение для второй производной в точке резонанса будет иметь вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2}(\omega_0) = \frac{\frac{\partial U}{\partial \omega}\left(\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} + \xi\right) - \frac{\partial U}{\partial \omega}\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} - \xi\right)}{\Delta\omega + 2\xi} \quad (8)$$

или, с учетом равенств (6) и (7),

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2}(\omega_0) = \frac{U(\omega_0 + \Delta\omega) + U(\omega_0 - \Delta\omega) - 2U(\omega_0)}{\Delta\omega^2 + 2\xi\Delta\omega}. \quad (9)$$

Сравнивая (9) с (5), определяем аддитивную составляющую погрешности измерения второй производной:

$$\delta \frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2}(\omega_0)_{\text{Адд}} = \frac{\Delta\omega^2 + 2\xi\Delta\omega}{\Delta\omega^2} - 1 = \frac{2\xi}{\Delta\omega}. \quad (10)$$

Касательная к АЧХ контура, параллельная хорде (рис. 3), определяет точку  $(\omega_0 - \Delta\omega/2 - \xi)$ , в которой первая производная в точности равна измеренной (6). Будем исходить из условия параллельности прямых, т. е. равенства их угловых коэффициентов. Угловым коэффициентом хорды, проходящей через интересующие точки АЧХ (1),

$$\frac{U(\omega_0) - U(\omega_0 - \Delta\omega)}{\Delta\omega} = \frac{eQ}{\Delta\omega} \left\{ 1 - \left[ 1 + Q^2 \left( D - \frac{1}{D} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}, \quad (11)$$

где  $D$  – коэффициент, представляемый с учетом соотношения

$$h = \frac{\Delta\omega_{0,707}}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega Q}, \quad (12)$$

кратно связывающего приращение частоты  $\Delta\omega$  с половиной полосы пропускания  $\Delta\omega_{0,707}$  исследуемого резонансного контура на уровне 0,707, в виде

$$D = \frac{\omega_0 - \Delta\omega}{\omega_0} = 1 - \frac{1}{2hQ}. \quad (13)$$

Угловым коэффициентом касательной, параллельной хорде, соответствует производной (2) в точке  $(\omega_0 - \Delta\omega/2 - \xi)$ :

$$\frac{\partial U}{\partial \omega}\left(\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} - \xi\right) = -\frac{eQ^3}{\omega_0} \cdot \frac{E - X - \frac{1}{(E - X)^3}}{\left[ 1 + Q^3 \left( E - X - \frac{1}{E - X} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}, \quad (14)$$

$$\text{где } E = \frac{\omega_0 - \Delta\omega / 2}{\omega_0} = 1 - \frac{1}{4hQ}, \quad (15)$$

$$X = \xi / \omega_0. \quad (16)$$

Приравняв угловые коэффициенты хорды (11) и касательной (14), получаем с учетом соотношения (12) следующее уравнение:

$$\left[ 1 + Q^2 \left( E - X - \frac{1}{E - X} \right)^2 \right]^3 \left\{ 1 - \left[ 1 + Q^2 \left( D - \frac{1}{D} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^2 - \frac{Q^2}{4h^2} \left[ E - X - \frac{1}{(E - X)^3} \right]^2 = 0. \quad (17)$$

Решение этого уравнения относительно  $X$  произведем численными методами. Минимальное по абсолютной величине значение корня  $X$  (16) уравнения (17) обозначим  $X_{0,\text{мин}}$ , тогда погрешность (10) может быть представлена в виде

$$\delta \frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2} (\omega_0)_{\text{АДД}} = 4hQX_{0,\text{мин}}. \quad (18)$$

В табл. 1 приведены результаты решения на ПЭВМ уравнения (17) и расчета аддитивной (систематической) составляющей погрешности измерения второй производной (18) для различных значений  $h$  и  $Q$  (12), (13). Оптимальной величиной можно считать  $h=10$ , так как при этом погрешность (18) достаточно мала (колеблется от +0,26 % до -0,37 %), что позволяет получить высокую точность измерений в широком интервале измеряемых величин, включая область малых значений  $Q$ .

Уменьшение числа  $h$  приводит к резкому увеличению указанной погрешности, а его увеличение затрудняет практическую реализацию метода измерения добротности с использованием второй производной.

**Таблица 1.** Исходные и расчетные данные для аддитивной составляющей погрешности измерения второй производной

**Table 1.** Initial and calculated data for the additive component of the error measuring the second derivative

$Q$	$h$	$X_{0,\text{мин}}$	$\delta \frac{\partial^2 U}{\partial \omega^2} (\omega_0)_{\text{АДД}}, \%$
2	$\sqrt{10}$	-6,6621446514E-04	-1,6752848074E+00
10		-2,6038174519E-04	-3,2935975036E+00
100		-2,8702560940E-05	-3,6306186898E+00
1000		-2,8964836929E-06	-3,6637942698E+00
2	10	+3,2742128045E-05	+2,6193702436E-01
10		-6,2362910285E-06	-2,4945164114E-01
100		-9,0432740762E-07	-3,6173096305E-01
1000		-9,3226390163E-08	-3,7290556065E-01

### Заключение

Разработаны принципы построения формирователя высших производных, включая четвертую, различного рода объектов исследования с нелинейными характеристиками первообразных, которые основаны на использовании синхронного фазонечувствительного активного фильтра. Даны рекомендации по практической реализации наиболее ответственных функциональных блоков формирователя с оценкой точности определения производных на примере исследования АЧХ колебательного (резонансного) контура для целей измерения его первичных параметров по второй производной.

Показано, что погрешность формирования второй производной от АЧХ может быть получена на уровне десятых долей процента при определении добротности колебательного контура в интервале от 2 до 1000 единиц.

### Список литературы

1. Титце У., Шенк К. *Полупроводниковая схемотехника. Справочное руководство*. Москва; 2008.
2. Корис Р., Шмидт-Вольтер Х. *Справочник инженера-схемотехника*. Москва: Техносфера; 2006.
3. Наундорф У. *Аналоговая электроника. Основы, расчет, моделирование*. Москва: Техносфера; 2008.
4. Свирид В.Л. Автоматизация измерений характеристик высших производных нелинейных элементов. *Нелинейные искажения в приемно-усилительных устройствах. Материалы 1-го Всес. симпозиума*. Минск: МРТИ; 1977:279-283.
5. Свирид В.Л. *Микросхемотехника аналоговых электронных устройств*. Минск: Дизайн ПРО; 1998.
6. Мальцев П.П., Долодзе Н.С., Критенко М.И. *Цифровые интегральные микросхемы*. Москва: Радио и связь; 1994.

### References

1. Tietze U., Schenk K. [*Semiconductor circuitry. Reference Guide*]. Moscow; 2008. (In Russ.)
2. Koris R., Schmidt-Voltaire H. [*Handbook of the schematic engineer*]. Moscow: Technosphere; 2006. (In Russ.)
3. Naundorf U. [*Analog Electronics. Basics, calculation, modeling*]. Moscow: Technosphere; 2008. (In Russ.)
4. Svirid V.L. [Automatisation of the measurements of characteristics of the higher derivatives of non-linear elements]. *Non-linear distortions in receiving and amplifying devices. Materials of 1st USSR symposium*. Minsk: MRTI; 1977:279-283. (In Russ.)
5. Svirid V.L. [*Microcircuitry of analog electronic devices*]. Minsk: Design PRO; 1998. (In Russ.)
6. Maltsev P.P., Dolidze N.S., Kritenko M.I. [*Digital Integral Circuits*]. Moscow: Radio i svyaz, 1994. (In Russ.)

### Сведения об авторах

Свирид В.Л., к.т.н., доцент, доцент кафедры информационных радиотехнологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники.

### Information about the authors

Svirid V.L., Cand. of Sci., Associate Professor, Associate Professor at the Information Radioengineering Department of the Belarussian State University of Informatics and Radioelectronics.

### Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,  
г. Минск, ул. П. Бровки, 6,  
Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники;  
тел. +375-29-666-28-36;  
e-mail: kafrtu@bsuir.by  
Свирид Владимир Лукич

### Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,  
Minsk, P. Brovka st., 6,  
Belarusian State University  
of Informatics and Radioelectronics;  
tel. +375-29-666-28-36;  
e-mail: kafrtu@bsuir.by  
Svirid Vladimir Lukich