

ПРИНЦИП НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ В КУРСЕ ФИЗИКИ ТЕХНИЧЕСКОГО ВУЗА

С. В. Родин, Ю. И. Савилова

*Учреждение образования «Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники», г. Минск, Республика Беларусь*

Повсюду природа действует согласно
некоему принципу максимума и минимума.

Л. Эйлер

В настоящее время происходит значительное сокращение количества учебного времени на изучение физики в технических вузах – до одного семестра для большинства специальностей. Это обстоятельство диктует, как нам представляется, разработку нового подхода к изложению теоретического курса и организации самостоятельной работы студентов. В новых условиях нет возможности, да и необходимости подробного рассмотрения фактического материала по изу-

чаемым разделам физики – эта информация представлена в многочисленных учебно-методических пособиях и на электронных ресурсах, поэтому большую её часть можно вынести на самостоятельную работу. В лекционной части курса необходимо, по-нашему мнению, больше внимания уделять наиболее общим методам и принципам физики, имеющим общенаучное и междисциплинарное значение [1, 2]. В данном сообщении обсуждается принцип наименьшего действия, позволяющий с единых позиций изложить разные разделы физики.

Принцип наименьшего действия (ПНД) можно сформулировать в общем виде: реальное движение или состояние системы отличается от всех возможных при определённых граничных условиях тем, что некоторый функционал, характеризующий систему, стационарен и принимает экстремальное значение. Для нахождения экстремального значения применяется операция варьирования, поэтому названные принципы называются также вариационными. В ПНД таким функционалом является действие, которое может выражаться интегралом по времени или по траекториям в пространстве-времени. Понятие действия было введено в 1744 году П. Мопертюи, согласно которому, если в природе происходит некоторое изменение, то количество действия, необходимого для этого изменения, является наименьшим из всех возможных. Создатель дифференциального и интегрального исчисления Г. Лейбниц определил действие как произведение «живой силы» (кинетической энергии) на время. Строгие математические формулировки ПНД были предложены Л. Эйлером, Ж. Лагранжем и, в наиболее общей форме, У. Гамильтоном. Действием по Гамильтону является функционал

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q(t), \dot{q}(t)) dt ,$$

где L – функция Лагранжа для механической системы;

t_1 и t_2 – фиксированные моменты времени;

$q(t)$ – обобщенная координата, в качестве которой могут приниматься разные величины: длина, угол, площадь и т. д.;

$\dot{q}(t)$ – первая производная по времени от обобщенной координаты.

Для консервативной системы (в которой выполняется закон сохранения энергии)

$$L(q(t), \dot{q}(t)) = T(q(t), \dot{q}(t)) - P(q(t)) ,$$

где T и P – кинетическая и потенциальная энергии системы.

В отличие от функции, аргумент функционала – функция (в данном случае $q(t)$ – кинематический закон движения механической системы).

В соответствии с ПНД механическая система движения таким образом, что её функционал $S = \min$. Следует отметить, что величина действия не всегда минимальна, иногда она максимальна, но всегда стационарна, поэтому ПНД точнее называть принципом стационарности. Стационарность действия означает, что бесконечно малые возмущения функции не вызывают её изменение в первом порядке малости. Необходимым условием достижения действием экстре-

мального значения является равенство нулю его вариации. В случае одномерного движения

$$\delta S = \delta \int_{t_2}^{t_1} L(q + \delta q, \dot{q} + \delta \dot{q}) dt = 0,$$

что соответствует стационарному значению интеграла. В отличие от дифференциала, являющегося главной линейной частью приращения функции, вызванного приращением аргумента, вариация – изменение функции при постоянном значении аргумента, вызванное изменением вида функции. Из условия $\delta S = 0$ выводятся уравнения Лагранжа. В общем случае систем с n степенями свободы эти уравнения имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \text{ где } i = 1, 2, \dots, n,$$

то есть решением вариационной задачи является система дифференциальных уравнений, позволяющих найти искомые величины. Таким образом, движение механической системы можно описать с помощью скалярной функции Лагранжа, а не силы – векторной величины в механике Ньютона, предполагающей вычисление проекций векторов на выбранные оси координат. Отметим также, что ПНД является более общим способом описания движения или изменения состояния систем по сравнению с уравнениями движения, так как применим ко всем видам движения, оставаясь неизменным в любой системе отсчета.

Научная теория ПНД началась с принципа наименьшего оптического пути между двумя точками P_1 и P_2 :

$$\int_{P_1}^{P_2} n dS = \min,$$

где n – показатель преломления среды, dS – элемент пути. Из этого принципа, сформулированного П. Ферма в 1662 году, следуют все законы геометрической оптики.

Принцип Мопертюи в механике и принцип Ферма в оптике – самые первые из множества вариационных принципов в разных разделах физики: релятивистской механике, термодинамике, электродинамике. Действие оказалось универсальной математической конструкцией, позволяющей вывести основные законы классической физики. Квантовая физика началась с революционной гипотезы М. Планка, согласно которой действие есть величина прерывная:

$$\int_0^{\tau} L dt = \hbar,$$

где τ – длительность действия, $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка. В основе теории Планка лежит разработанный Л. Больцманом статистический подход к обоснованию второго начала термодинамики, в рамках которого энтропия S системы связана с числом способов W , которым может быть достигнуто данное состояние макросистемы:

$$S = k \cdot \ln W, \text{ где } k \text{ – постоянная Больцмана.}$$

СЕКЦИЯ 1

Методика преподавания физики и дисциплин физического профиля: традиции и инновации

Равновесное состояние системы – состояние с максимальной вероятностью P , где

$$P \sim W = \exp\left(\frac{S}{k}\right) = \max .$$

Энтропия, как характеристика состояния системы, имеет значение не только в термодинамике, её можно использовать для описания меры упорядоченности и разнообразия систем, меры обмена информацией – в этих областях также сформулированы экстремальные принципы, аналогичные по форме ПНД. Они широко используются в различных сферах науки и практики.

Поэтому одной из форм самостоятельной работы студентов может быть подготовка рефератов по экстремальным принципам в соответствующих специальных дисциплинах, что послужит цели начальной профессиональной подготовки. Лучшие работы можно рекомендовать к представлению на студенческую научно-техническую конференцию вуза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савилова, Ю. И. О методе аналогий в курсе физики технического вуза / Ю. И. Савилова // Высшее техническое образование: проблемы и пути развития : материалы X Междунар. науч.-метод. конф., Минск, 26 ноября 2020г. / БГУИР. – Минск, 2020. – С. 229–232.
2. Родин, С. В. Принцип Ле Шателье-Брауна в курсе физики технического вуза / С. В. Родин, Ю. И. Савилова // Инновационные технологии обучения физико-математическим и профессионально-техническим дисциплинам : материалы XIII Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Мозырь, 25–26 марта 2021 г. / МГПУ им. И. П. Шамякина. – Мозырь, 2021. – С. 59.