УДК [517.98]:

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РАЗЛОЖЕНИЯ СИСТЕМ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

С.Н. Кардаш
старший научный сотрудник ОИПИ НАН Беларуси,
кандидат технических наук

Объединенный институт проблем информатики Национальной Академии Наук Беларуси, Республика Беларусь
E-mail: kardash77@gmail.com

С.Н.Кардаш
Окончил БГУ им. Ленина. Старший научный сотрудник лаборатории Логического СинтезаОИПИ НАН Беларуси, к.т.н.

Аннотация. Предлагаются алгоритмы построения совместных (использующих общие подфункции) разложений систем булевых функций. Алгоритмы ориентированы для применения при синтезе комбинационных логических схем из библиотечных КМОП-элементов.

Ключевые слова: Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ) булевых функций, связанность.

Введение. В настоящее время стремление снизить энергопотребление цифровых систем, реализуемых на элементной базе заказных комплементарных металл-оксид-полупроводниковых схем (КМОП-схем) и систем-на-кристалле стало причиной появления новых и совершенствования известных методов решения задач, связанных с проектированием логических схем.

Синтез логических схем из библиотечных элементов обычно выполняется по оптимизированным двухуровневым либо многоуровневым представлениям систем булевых функций. Двухуровневыми (И-ИЛИ) представлениями называют представления функций в виде дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ), многоуровневыми – различные формы функциональных разложений [1,2]. Идея использовать связанность (общность) областей определений булевых функций при синтезе многовыходных комбинационных схем предложена в [3].

«Хорошая» связанность функций существенно влияет на появление одинаковых структурных частей (конъюнкций, алгебраических выражений, подфункций и т.д.) в оптимизированных двухуровневых либо многоуровневых формах представления функций, по которым и строятся логические схемы в том или ином технологическом базисе. Чем сильнее связаны функции, тем скорее можно ожидать, что в представлениях таких функций будет больше одинаковых подвыражений и синтезированные схемы будут менее сложными. По существу, выделение связанных функций является одним из приемов логической оптимизации многоуровневых представлений систем функций [4]. Для связанных подсистем функций более эффективно решаются задачи логической оптимизации, например, оптимизации в классе ДНФ [2, 3], оптимизации BDD-представлений [5] и декомпозиции различных видов, например, при построении совместных функциональных разложений.

В данной работе для многоуровневой оптимизации систем функций, обладающих связностью областей определения, предлагается использовать совместные функциональные разложения и предлагаются алгоритмы построения таких разложений.

Основные определения. Пусть задана система $\boldsymbol{f(x)}=(f^1(\boldsymbol{x}),\dots,f^m(\boldsymbol{x}))$ совершенных дизъюнктивных нормальных форм (СДНФ) булевых функций. Характеристическим множеством $M^1_{f^i}$ функции $\boldsymbol{f^i(x)}$ называется множество наборов булева пространства, на которых функция $\boldsymbol{f^i(x)}$ принимает единичное значение. Через $M^0_{f^i}$ обозначим множество наборов нулевых значений функции $\boldsymbol{f^i(x)}$. Дизъюнктивным разложением пары функций $\boldsymbol{f^i(x)}$, $\boldsymbol{f^j(x)}$ назовем представление их в виде

$$f^i(\boldsymbol{x})=h^{i,j}(x)\vee f^i_{ost}(x) \tag{1}$$

$$f^j(\boldsymbol{x})=h^{i,j}(x)\vee f^j_{ost}(x) \tag{2}$$

Очевидно, что для пары функций $\boldsymbol{f^i(x)}$, $\boldsymbol{f^j(x)}$ дизъюнктивное разложение существует, если $M^1_{f^i}\cap M^1_{f^j}\neq\varnothing$.

Введем в рассмотрение соотношение:

$$\left| M^1_{f^i}\cap M^1_{f^j} \right| > 1. \tag{3}$$

Функции $\boldsymbol{f^i(x)}$, $\boldsymbol{f^j(x)}$, для которых выполняется соотношение (3), будем называть совместимыми.

Функцию $\boldsymbol{h^{i,j}(x)}$, будем называть компонентой связности для функций $\boldsymbol{f^i(x)}$ и $\boldsymbol{f^j(x)}$, а функции $f^i_{ost}(x)$ и $f^j_{ost}(x)$– остаточными функциями для функций $\boldsymbol{f^i(x)}$ и $\boldsymbol{f^j(x)}$ соответственно.

Как следует из выражений (1-2), компонентами связности функций $\boldsymbol{f^i(x)}$, $\boldsymbol{f^j(x)}$ могут служить функции, задающиеся любыми непустыми подмножествами из множества $M^1_{f^i}\cap M^1_{f^j}$, однако в дальнейшем будем рассматривать только те, которые представляются максимальным множеством $M^1_{f^i}\cap M^1_{f^j}$. Это позволит минимизировать размеры остаточных функций. Число элементов в компоненте связности назовем ее мощностью.

Будем считать, что функции системы $\boldsymbol{f(x)}$ доступны как в прямом, так и в инверсном виде. В этом случае, очевидно, для любой системы СДНФ всегда существует дизъюнктивное разложение – т.е. всегда найдется компонента связности $\boldsymbol{h(x)}$ мощности не ниже 1. Остаточные функции будут индивидуальными для каждой функции системы $\boldsymbol{f(x)}$. Их удобно объединить в одну систему $\boldsymbol{g(x)}$. Назовем такое представление системы $\boldsymbol{f(x)}$ ее дизъюнктивным разложением. Очевидно также, что для решения практических задач имеет смысл искать компоненты связности максимальной, по крайней мере, больше единичной мощности.

Функции системы $\boldsymbol{f(x)}$, компонента связности которых имеет мощность *w*, будем называть *w-связными*, а саму систему – *w-связной*.

Понятие компоненты связности и дизъюнктивного разложения можно распространить на любое (содержащее больше одного элемента) множество (подсистему) функций системы ***f(x)***. Тогда задачу построения подходящего разложения для системы функций можно свести к поиску подсистемы с компонентой связности заданного размера и выделению «остатка», для которого при необходимости можно будет повторить поиск. Любую, содержащую ровно *k* функций подсистему системы ***f(x)*** будем обозначать через $\boldsymbol{f_k(x)}$, а ее компоненту связности будем обозначать через $\boldsymbol{h^k(x)}$.

Постановка задачи. Выделить в системе ***f(x)*** *w*-связную подсистему, содержащую не менее k $(k > 1)$ функций. Для полученной подсистемы построить дизъюнктивное разложение. Из функций, не вошедших в подсистему, образовать подсистему «остаток».

Представим систему ***f(x)***, заданную в совершенной дизъюнктивной нормальной форме, парой булевых матриц *T,U*. Матрица *T* размерности $l \times n$ задает множество совершенных элементарных конъюнкций ДНФ: *i*-й строкой $(i = 1, 2, \ldots, l)$ представлена *i*-я элементарная конъюнкция. Матрица *U* размерности $l \times m$ задает вхождения элементарных конъюнкций в СДНФ системы: *i*-я элементарная конъюнкция входит в *j*-ю $(j = 1, 2, \ldots, m)$ СДНФ, если и только если в *j*-м столбце ее *i*-й строки содержится 1.

Компоненту связности ***h(x)*** и остаточные функции ***g(x)*** также будем представлять в матричном виде.

В качестве критерия для оценки качества получаемого разложения будем использовать число литералов. Под литералами будем понимать общее число единиц и нулей в представляющих разложение матрицах. Число литералов в матрице будем называть ее весом.

Рассмотрим пример четырех полностью определенных булевых функций, позаимствованный из работы [1]. В столбце 1 таблицы 1 представлена матрица *T*, а в столбце 2 – матрица *U*.

Идея предлагаемого алгоритма состоит в пошаговом формировании *w*-связной подсистемы путем выбора подходящих функций с учетом их полярности и последующего включения их в подсистему. Числа *w* и *k* служат параметрами алгоритма.

Шаг 1. В рассмотрение для каждой функции f^i системы ***f(x)*** вводится ее инверсия $\overline{f}^i$. С этой целью в матрицу *U* для каждого имеющегося столбца добавляется инверсный ему. Полученная «расширенная» матрица *B* представлена в 3-м столбце таблицы 1. При последующих манипуляциях над столбцами матрицы *B* всегда будет выбираться лишь один из образовавшейся пары, но не оба сразу.

Шаг 2. Формирование *w*-связной подсистемы с заданным числом *k* функций. При этом допускается превышение числа *k*, если не нарушается условие *w*-связности.

Первой функцией формируемой подсистемы будет являться функция, представленная столбцом матрицы *B* максимального веса, если таких несколько – выбирается первая из них. В матрице *B* помечаются оба столбца, соответствующие выбранной функции.

Для рассматриваемого примера – это 1-й столбец матрицы *B*, имеющий вес 10. Этот столбец будет задавать компоненту связности $h^1(\boldsymbol{x})$ для подсистемы, состоящей из единственной функции f^1. Эта компонента приведена в столбце 4 таблицы 1. Столбцы 1 и 2 матрицы *B* помечаются.

Затем производится процесс наращивания множества функций искомой подсистемы. Последовательно перебираются непомеченные столбцы матрицы *B*, и для каждого из них вычисляется результат конъюнкции со столбцом, задающим компоненту связности уже сформированной подсистемы. В подсистему добавляется та функция, для которой вес результата максимален. В рассматриваемом случае это 6-й столбец матрицы *B*. Компонента связности $h^2(\boldsymbol{x})$ представлена в 5-м столбце таблицы.

Таким же способом последовательно выбираются 8-й и 3-й столбцы матрицы *B*. Компоненты связности $h^3(\mathbf{x})$ и $h^4(\mathbf{x})$ для соответствующих подсистем заносятся в 6-й и 7-й столбцы таблицы.

Процесс добавления прекращается, когда среди непомеченных столбцов не найдется ни одного не нарушающего условие *w*-связности, либо, когда все функции станут помеченными.

Таблица 1.Компоненты связности для дизъюнктивного разложения

1	2	3								4	5	6	7
T	*U*	*B*											
$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4$	f^1		f^2		f^3		f^4		$h^1(\mathbf{x})$	$h^2(\mathbf{x})$	$h^3(\mathbf{x})$	$h^4(\mathbf{x})$
		1	2	3	4	5	6	7	8				
0 0 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0 0 0 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0 0 1 0	1 0 0 0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0 0 1 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0 1 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0 1 0 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0 1 1 0	0 1 1 1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0 1 1 1	1 1 1 0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
1 0 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1 0 0 1	1 0 0 0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
1 0 1 0	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1 0 1 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1 1 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1 1 0 1	1 0 1 1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
1 1 1 0	0 0 0 1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0
1 1 1 1	1 0 1 0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0

Одновременно с формированием *w*-связной подсистемы формируется булев вектор длины $2 \times m$, отмечающий своими единичными компонентами вхождения функций в *w*-связную подсистему. Этот вектор понадобится при выборе алгебраической формулы для представления разложения.

Шаг 3. Если *w*-связная подсистема получена, то проводится ее дизъюнктивное разложение. В противном случае для заданных параметров задача не имеет решения.

Столбец, задающий компоненту связности, своими единицами определяет строки исходной матрицы *T*, которые вошли в $\boldsymbol{h(x)}$. Набор этих строк представлен в столбце 1 таблицы 2.

Множество остаточных функций будем представлять парой булевых матриц. Первая матрица будет задавать множество элементарных конъюнкций, а вторая – вхождения конъюнкций в соответствующие остаточные функции.

В столбце 5 таблицы 2 представлены элементарные конъюнкции, а в 6-м заданы вхождения их в остаточные функции. Отметим, что множества конъюнкций из 1-го и 5-го столбцов таблицы 2 не должны пересекаться.

Шаг 4. Для каждой функции подсистемы в соответствии с полярностью выбирается формула для реализации дизъюнктивного разложения системы. В нашем случае это

$$f^1 = h(x) \mid f^1{}_{ost}\,, f^2 = h(x) \mid f^2{}_{ost}\,, f^3 = \wedge(h(x) \mid f^3{}_{ost})\,, f^4 = \wedge(\,h(x) \mid f^4{}_{ost})\,.$$

Отметим, что функции f^3 и f^4 вошли в разложение в инверсном виде.

Шаг 5. Компонента связанности и подсистема остаточных функций минимизируются в классе ДНФ с учетом полярности функций. Результат минимизации представлен в таблице 2.

Шаг 6. В случае, если число функций, вошедших в подсистему, меньше m, путем удаления из исходной системы помеченных функций формируется «остаток».

Для остатка описанная процедура повторяется до тех пор, пока все функции не распределятся по *w*-связным подсистемам, либо на какой-то итерации не получится выделить подсистему с заданными параметрами.

Таблица 2. Компонента связности, остаточные функции и их минимизированные представления для дизъюнктивного разложения

	***h*(*x*)**		***g*(*x*)**		Минимизированная ***h*(*x*)**		Минимизированная ***g*(*x*)**	
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$h^4(\boldsymbol{x})$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$h^4(\boldsymbol{x})$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4$
ДНФ	0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 1	1 1 1 1 1	0 0 1 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1	1 0 1 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1	1 0 1 – 0 – 0 1 – 0 1 1	1 1 1	1 1 0 1 0 1 1 – 1 0 0 1 1 – 0 1 0 0 1 0 – 1 1 1	0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1
Вес	81				61			

Конъюнктивное разложение системы ДНФ. Совместным конъюнктивным разложением пары функций $f^i(\boldsymbol{x}),\ f^j(\boldsymbol{x})$ назовем их представление в виде

$$f^i(\boldsymbol{x}) = z^{i,j}(x) \& q^i_{ost} \tag{4}$$

$$f^j(\boldsymbol{x}) = z^{i,j}(x) \& q^j_{ost} \tag{5}$$

Очевидно, что для пары функций $f^i(\boldsymbol{x}),\ f^j(\boldsymbol{x})$ совместное конъюнктивное разложение существует, если

$$M^0_{f^i} \cap M^0_{f^j} \neq \varnothing. \tag{6}$$

В этом случае функцию $z^{i,j}(x)$ будем называть компонентой связности для функций $f^i(\boldsymbol{x})$ и $f^j(\boldsymbol{x})$, а функции q^i_{ost} и q^j_{ost} – остаточными функциями для функций $f^i(\boldsymbol{x})$ и $f^j(\boldsymbol{x})$ соответственно.

Задача. Выделить в системе $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ *w*-связную подсистему, содержащую не менее *k* *(k > 1)* функций. Для полученной подсистемы построить конъюнктивное разложение. Из функций, не вошедших в подсистему, образовать подсистему «остаток».

Алгоритм решения этой задачи в целом подобен описанному выше. Существенные различия проиллюстрируем на этом же примере.

Шаг 2. Формирование *w*-связной подсистемы с заданным числом функций.

Первую функцию подсистемы образует функция, представленная столбцом максимального веса, для рассматриваемого примера – это 1-й столбец матрицы B, имеющий вес 10. Этот столбец будет задавать компоненту связности $\boldsymbol{z^1(x)}$ для подсистемы, состоящей из единственной функции $\boldsymbol{f^1}$. Компонента связности $\boldsymbol{z^1(x)}$ приведена в столбце 4 таблицы 3.

Затем происходит процесс наращивания множества функций искомой подсистемы. Последовательно перебираются непомеченные столбцы матрицы B, и для каждого из них вычисляется результат дизъюнкции со столбцом, задающим компоненту связности сформированной подсистемы. В подсистему добавляется та функция, для которой вес результата минимален. В рассматриваемом случае это 6-й столбец матрицы B. Новая компонента связности представлена в 5-м столбце таблицы 3.

Таким же способом поочередно выбираются 8-й и 3-й столбцы матрицы B. Компоненты связности для соответствующих подсистем заносятся в 6-й и 7-й столбцы таблицы.

Таблица 3. Компоненты связности для конъюнктивного разложения

1	2	3								4	5	6	7
T	*U*	*B*											
$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4$	f^1		f^2		f^3		f^4		$z^1(x)$	$z^2(x)$	$z^3(x)$	$z^4(x)$
		1	2	3	4	5	6	7	8				
0 0 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0 0 0 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0 0 1 0	1 0 0 0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0 0 1 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0 1 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
0 1 0 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
0 1 1 0	0 1 1 1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1
0 1 1 1	1 1 1 0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1
1 0 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1 0 0 1	1 0 0 0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
1 0 1 0	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1 0 1 1	1 1 0 0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1 1 0 0	0 0 1 1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0
1 1 0 1	1 0 1 1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1
1 1 1 0	0 0 0 1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1
1 1 1 1	1 0 1 0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1

Шаг 3. Для полученной подсистемы проводится ее конъюнктивное разложение. Результат разложения и последующей минимизации представлен в таблице 4.

Таблица 4. Компонента связности, остаточные функции и их минимизированные представления для конъюнктивного разложения

	h(x)		**g(x)**		Минимизированная **h(x)**		Минимизированная **g(x)**	
	1	2	3	4	5	6	7	8
	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$z^4(x)$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$z^4(x)$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4$
ДНФ	0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0	1 1 1 1	0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 1 0 1	1 1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	– – 0 0	1	0 1 1 – 1 – 1 0 1 0 1 – – 0 1 1	0 1 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0

Продолжение *таблицы 4*

	1	2	3	4	5	6	7	8
ДНФ			0 1 1 0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 01 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 1	0 1 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1 11 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1			0 – 0 1 – – 1 1 – – – 1 – 0 – 1 – 0 1 –	0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 1
Вес	116				61			

аг 4. Для каждой функции подсистемы в соответствии с полярностью выбирается формула для реализации дизъюнктивного разложения системы. В нашем случае это

$$f_1 = \hat{\ }z(x)\ \&\ f^1{}_{ost},\ f_2 = \hat{\ }z(x)\ \&\ f^2{}_{ost},\ f_3 = \hat{\ }z(x)\ \&\hat{\ }f^3{}_{ost},\ f_4 = \hat{\ }z(x)\ \&\ \hat{\ }f^4{}_{ost}.$$

Отметим, что функции ***z(x), $f^3{}_{ost}$*** и ***$f^4{}_{ost}$*** вошли в разложение в инверсном виде.

Пример проверки влияния процедуры выделения связанных подсистем функций на их сложность. Рассмотрим пример работы этой программы. За основу взята рассмотренная выше система функций. В нее добавлено пять новых функций. Полученная система и результат ее минимизации в классе ДНФ программой ESPRESSO из системы FLC представлены в таблице 5. Исходная система имеет вес 228, а минимизированная – 150.

Таблица 5. Исходная система и результат ее минимизации

	Исходная		Минимизированная	
	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4\ f^5\ f^6\ f^7\ f^8\ f^9$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4\ f^5\ f^6\ f^7\ f^8\ f^9$
ДНФ	0 0 0 0	0 0 1 1 0 1 0 1 1	0 0 0 –	0 0 0 0 0 1 0 0 0
	0 0 0 1	1 1 0 0 1 1 1 0 0	0 0 1 0	1 0 0 0 0 0 0 1 1
	0 0 1 0	1 0 0 0 0 0 0 1 1	1 1 1 0	0 0 0 1 0 0 1 1 1
	0 0 1 1	1 1 0 0 1 1 1 0 0	0 1 1 0	0 1 1 1 0 0 0 1 1
	0 1 0 0	0 0 1 1 0 0 0 1 1	1 1 0 1	1 0 1 1 0 0 1 1 0
	0 1 0 1	1 1 0 0 1 1 1 0 0	1 0 0 1	1 0 0 0 1 1 0 1 1
	0 1 1 0	0 1 1 1 0 0 0 1 1	1 1 1 1	1 0 1 0 1 0 0 1 1
	0 1 1 1	1 1 1 0 1 1 0 1 0	– – 0 0	0 0 1 1 0 0 0 1 1
	1 0 0 0	0 0 1 1 0 0 0 1 1	0 – 0 1	1 1 0 0 1 1 1 0 0
	1 0 0 1	1 0 0 0 1 1 0 1 1	1 0 1 –	1 1 0 0 1 1 1 0 0
	1 0 1 0	1 1 0 0 1 1 1 0 0	– 0 1 1	1 1 0 0 1 1 1 0 0
	1 0 1 1	1 1 0 0 1 1 1 0 0	0 1 1 1	1 1 1 0 1 1 0 1 0
	1 1 0 0	0 0 1 1 0 0 0 1 1		
	1 1 0 1	1 0 1 1 0 0 1 1 0		
	1 1 1 0	0 0 0 1 0 0 1 1 1		
	1 1 1 1	1 0 1 0 1 0 0 1 1		
Вес	228		150	

Таблица 6. Компонента связности и остаточные функции и их минимизированные представления для дизъюнктивного разложения

	Разложение				Минимизированная			
	h(x)		***g(x)***		***h(x)***		***g(x)***	
	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$z^4(x)$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4\ f^5\ f^6\ f^7\ f^8\ f^9$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$z^4(x)$	$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$	$f^1\ f^2\ f^3\ f^4\ f^5\ f^6\ f^7\ f^8\ f^9$
ДНФ	0 0 0 1	1	0 0 0 0	0 0 0 0 0 1 0 0 0	1 0 1 –	1	0 0 0 0	0 0 0 0 0 1 0 0 0
	0 0 1 1	1	0 0 1 0	1 0 1 1 0 0 0 0 0	0 – 0 1	1	1 1 1 0	0 0 1 0 0 0 1 0 0
	0 1 0 1	1	0 1 1 0	0 1 0 0 0 0 0 0 0	– 0 1 1	1	0 1 1 –	0 1 0 0 0 0 0 0 0
	1 0 1 0	1	0 1 1 1	1 1 0 1 1 1 0 0 1			0 1 1 1	0 0 0 0 0 1 0 0 1
	1 0 1 1	1	1 0 0 1	1 0 1 1 1 1 0 0 0			1 1 0 1	1 0 0 0 0 0 1 0 1
			1 1 0 1	1 0 0 0 0 0 1 0 1			0 0 1 0	1 0 1 1 0 0 0 0 0
			1 1 1 0	0 0 1 0 0 0 1 0 0			1 0 0 1	1 0 1 1 1 1 0 0 0
			1 1 1 1	1 0 0 1 1 0 0 0 0			– 1 1 1	1 0 0 1 1 0 0 0 0
Вес	129				114			

Для рассматриваемого примера с помощью разработанной программы для параметров *w*=5, *k*=4 было построено дизъюнктивное разложение. Полученный результат и его минимизированное представление приведены в таблице 6. Как следует из таблиц 5 и 6 число литералов в минимизированных представлениях удалось сократить со 150 до 114.

Заключение. Уменьшить площадь получаемых в процессе синтеза комбинационных нерегулярных логических схем можно с помощью логической оптимизации исходных описаний. Одним из наиболее эффективных способов логической оптимизации является минимизация BDD-представлений систем булевых функций. Хорошим средством для улучшения конечных схемных решений может служить предварительная обработка исходных систем с помощью программ построения дизъюнктивно-конъюнктивных разложений. Проведенное исследование показало, что более, чем в половине исследованных случаев применение разработанных программ приводило к получению более эффективных схемных решений. При этом использование разработанных программных средств может сократить площадь получаемых схем на 25 процентов.

Список использованных источников

[1] Закревский, А. Д. Логические основы проектирования дискретных устройств / А. Д. Закревский, Ю. В. Поттосин, Л. Д. Черемисинова. – М.: Физматлит, 2007. – 592 с.

[2] Бибило, П. Н. Декомпозиция булевых функций на основе решения логических уравнений / П. Н. Бибило. – Минск: Беларус. навука, 2009. – 211 с.

[3] Кузнецов, О. П. О программной реализации логических функций и автоматов / О. П. Кузнецов // Автоматика и телемеханика. – 1977. – № 7. – С. 63–74.

[4] Бибило, П.Н. Дизъюнктивно-конъюнктивные разложения систем полностью определенных булевых функций / П.Н. Бибило, С.Н. Кардаш / Доклады Восьмой Международной научной конференции «Танаевские чтения», 27–30 марта 2018 г. – Минск, ОИПИ НАН Беларуси, 2018 г. – С. 28–32.

[5] Akers, S. B. Binary decision diagrams / S. B. Akers // IEEE Trans. on Computers. – 1978. – Vol. C-27, no. 6. – P. 509–516.

[6] Бибило П.Н., Романов В.И. Логическое проектирование дискретных устройств с использованием продукционно-фреймовой модели представления знаний. Изд. 2-е, испр. – М.: ЛЕНАНД, 2014, 256 с.6. Бибило, П.Н. Кремниевая компиляция заказных СБИС. - Минск: Институт технической кибернетики АН Беларуси, 1996. - 268 с.

FUNCTIONAL EXPANSIONS OF SYSTEM OF BOOLEAN FUNCTIONS

S.N.KARDASH,

Senior Research Fellowofthe United Institute of Informatics Problems of the National Academy of Sciences of Belarus, phD

Research Institute for Applied Problems of Mathematics and Informatics of the Belarusian State University, Republic of Belarus

E-mail: kardash77@gmail.com

Abstract. Algorithms for constructing joint (using common subfunctions) expansions of systems of Boolean functions are proposed. The algorithms are oriented for use in the synthesis of combinational logic circuits from library CMOS elements.

Keywords: Disjunctive normal forms (DNF) of Boolean functions, connectedness.