

УДК 621.391

## ДОБРОТНОСТЬ ОЦЕНОК СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ МОЩНОСТИ

Корнеевец Т.А., студент гр.960801

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники<sup>1</sup>

г. Минск, Республика Беларусь

Данейко Т.М. – канд. физ.-мат. наук

**Аннотация.** Оценивание спектральной плотности мощности является основной целью спектрального анализа, оно осуществляется с помощью быстрого преобразования Фурье. Существуют классические методы, которые позволяют наиболее эффективно обеспечить получение удовлетворительного результата. Но существуют и ограничения в виде разрешающей способности, а также неявная весовая обработка данных.

**Ключевые слова.** Спектральная плотность мощности, быстрое преобразование Фурье, коррелограммная оценка, оконная функция.

Существуют классические методы оценки, которые используют БПФ. Они, в свою очередь, делятся на коррелограммные и периодограммные методы. Коррелограммными называются косвенные методы, основанные на формировании корреляционной оценки, а периодограммными – методы, основанные на прямом преобразовании данных и последующем усреднении. К периодограммным относятся следующие основные методы: метод периодограмм Шустера, метод модифицированных периодограмм, метод Бартлетта, метод Уэлча, метод Блекмена-Тьюки.

Реализация коррелограммного метода включает в себя автокорреляционную последовательность  $r_{vv}[m]$  эргодического процесса как предел среднего по времени, которая определяется соотношением:

$$r_{xx} = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{2M+1} \sum_{n=-M}^M x[n+m]x^*[n].$$

Для вычисления оценок дискретной автокорреляции можно применить быструю свертку, так получается оценка СПМ:

$$P_{xx}^{\wedge}(f) = T \sum_{m=-L}^L r_{xx}^{\wedge}[m] e^{-j2\pi f m T}, -\frac{1}{2T} \leq f \leq \frac{1}{2T},$$

где  $L$  – временной сдвиг [1].

Метод периодограмм Шустера обладает самой высокой разрешающей способностью, из-за неявного применения к данным прямоугольного окна, обладающего самым узким центральным лепестком, но в то же время самым высоким уровнем боковых. Оценка модифицированных периодограмм:

$$\tilde{S}_M(\bar{\omega}) = \frac{1}{NU} \left| \sum_{n=0}^{N-1} w[n] x[n] e^{-in\bar{\omega}} \right|^2, -\pi \leq \bar{\omega} \leq \pi,$$

где  $w[n]$  – весовая функция;  $x[n]$  – дискретные отсчеты;  $\bar{\omega} = \omega T$  – безразмерная круговая частота; множитель  $U$  определяется как:

$$U = \frac{1}{L} \left| \sum_{n=0}^{L-1} w[n] \right|^2.$$

Метод Бартлетта дает состоятельную оценку энергетического спектра. Оценка периодограмм Бартлетта:

$$\tilde{S}_B(\bar{\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^K \left| \sum_{n=0}^{L-1} x[iL + n] e^{-in\bar{\omega}} \right|^2, \quad -\pi \leq \bar{\omega} \leq \pi,$$

где  $L$  – длина отдельного участка;  $K$  – число участков;  $x[i]$  – отсчеты входного сигнала.

Уэлч предложил две модификации метода сегментирования и усреднения Бартлетта. Первая заключалась в том, чтобы исходную запись данных следует разбить на подпоследовательности, которые перекрываются во времени. Вторая – перед вычислением периодограммы каждой из последовательностей этот сегмент обрабатывала с помощью окна данных. Оценка периодограмм Уэлча:

$$\tilde{S}_y(\bar{\omega}) = \frac{1}{KLU} \sum_{i=1}^{K-1} \left| \sum_{n=0}^{L-1} w[n] x[iD + n] e^{-in\bar{\omega}} \right|^2, \quad -\pi \leq \bar{\omega} \leq \pi,$$

где  $K$  – число сегментов;  $L$  – длина одного сегмента;  $w[n]$  – весовая функция;  $x[n]$  – дискретные отсчеты;  $\bar{\omega} = \omega T$  – безразмерная круговая частота.

Метод Блекмена-Тьюки представляет собой обобщение коррелограммного метода. В нем улучшения качества оценок путем ее свертки с подходящим спектральным окном. Оценка СПМ по методу Блекмена-Тьюки:

$$\tilde{S}_{BT}(\bar{\omega}) = \sum_{m=-M}^M w[m] \bar{r}_x[m] e^{-in\bar{\omega}}, \quad -\pi \leq \bar{\omega} \leq \pi,$$

где  $M$  – максимальное значение временного сдвига;  $w[n]$  – весовая функция;  $\bar{r}_x[m]$  – коррелограмма входной последовательности;  $\bar{\omega} = \omega T$  – безразмерная круговая частота [2].

**Список использованных источников:**

1. В.И. Кривошеев. Современные методы цифровой обработки сигналов (цифровой спектральный анализ) : учеб. пособие. М. : ННГУ : Наука, 2006. – 117 с.
2. В.Н. Овчарук. Спектральный анализ сигналов акустической эмиссии : учеб. пособие. М. : ТОГУ: Наука, 2013. – 13 с.

UDC 621.391

## **Q-factor of power spectral density estimates**

*Karneyavets T.A.*

*Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics<sup>1</sup>, Minsk, Republic of Belarus*

*Daneiko T.M. – Senior Lecturer*

**Annotation.** The estimation of the power spectral density is the main goal of spectral analysis; it is carried out using a fast Fourier transform. There are classical methods that allow you to most effectively ensure a satisfactory result. But there are also limitations in the form of resolution, as well as implicit weight processing of data.

**Keywords.** Spectral power density, fast Fourier transforms, correlogram estimation, window function.