

УДК 681.5

МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЯ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ S-ПЛОСКОСТИ

Жингилевич В.А., студент гр.960801

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

г. Минск, Республика Беларусь

Данейко Т.М. – старший преподаватель каф. ИКТ

Аннотация. Работа представляет собой описание метода отображения нулей и полюсов s-плоскости на z-плоскость.

Ключевые слова. Фильтр, полюса, нули, s- и z-плоскость, преобразование.

Для расчета коэффициентов конкретного БИХ-фильтра используется метод отображения нулей и полюсов подходящего аналогового фильтра с s- на z-плоскость с последующим выводом коэффициентов цифрового фильтра по нулям и полюсам на z-плоскости.

Процесс начинается с нормированного аналогового фильтра нижних частот N-го порядка типа Баттерворта, Чебышева или эллиптической. Далее находятся полюса нормированного фильтра Баттерворта:

$$s_k = e^{\pi i(2k+N-1)/2N} = \cos \left[\frac{(2k+N-1)\pi}{2N} \right] + i \sin \left[\frac{(2k+N-1)\pi}{2N} \right], \quad (1)$$

для фильтра Чебышева:

$$s_k = sh(\alpha) \cos(\beta_k) + icsh(\alpha) \sin(\beta_k), \quad (2)$$

для эллиптического фильтра каждый полюс комплексный и в общем случае имеет вид:

$$s_{l,k} = \alpha_{p,k} + i\beta_{p,k}, \quad (3)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{N} sh^{-1} \left(\frac{1}{N} \right); \beta_k = \frac{(2k+N-1)\pi}{2N}, k = 1, 2, \dots, N.$$

Для фильтров Баттерворта и Чебышева нули фильтра-прототипа находятся на бесконечности, а для эллиптического они полностью мнимые.

Далее полюса и нули нормированного аналогового фильтра нижних частот преобразуются в полюса и нули фильтра нижних частот, верхних, полосового или режекторного фильтра.

Для цифрового фильтра нижних или верхних частот N полюсов нормированного фильтра нижних частот преобразуется следующим образом:

$$s_{l,k} = s_{1,k}/\omega_p; s_{h,k} = \omega_p/s_{l,k} \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где ω_p – желаемая граничная частота полосы пропускания, $s_{l,k}$ – полюса аналогового фильтра нижних частот, а $s_{h,k}$ – полюса аналогового фильтра верхних частот.

Для классических фильтров преобразования переводят нули ФНЧ-прототипа на мнимую ось s-плоскости. В фильтрах Баттерворта и Чебышева нули фильтра-прототипа расположены на бесконечности. Преобразование переводит нули с бесконечности на бесконечности или с бесконечности в начало координат, как показано на рисунке 1.

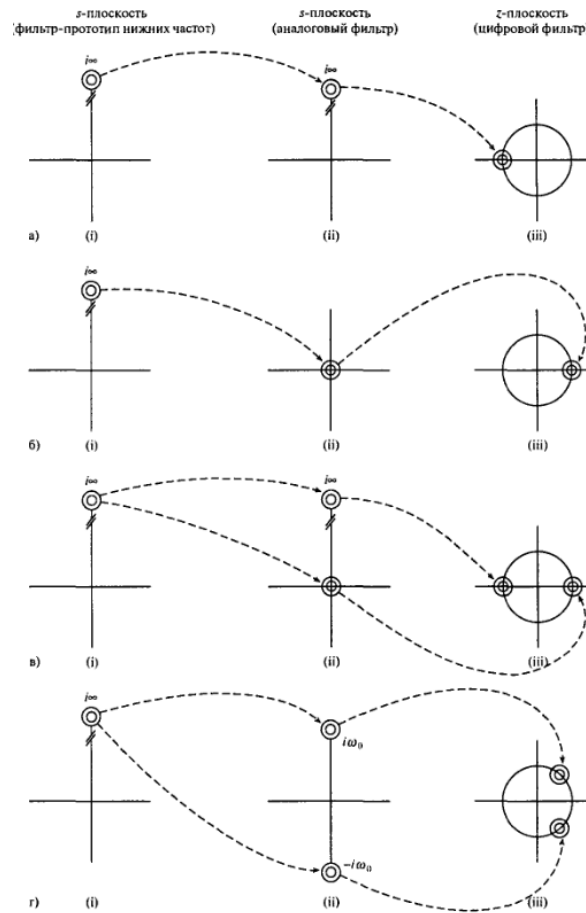


Рисунок 1 – Отображение нулей фильтра-прототипа нижних частот

Преобразования для полюсов аналогового полосового фильтра:

$$s_{b,k} = \frac{W}{1} \left[s_{l,k} \pm \left(s_{l,k}^2 - \frac{2\omega_0^2}{W^2} \right)^{1/2} \right], \quad (5)$$

где W – ширина полосы пропускания фильтра, ω_0^2 – определяет центральную частоту полосы пропускания.

Выражение для полюсов аналогового режекторного фильтра через полюса фильтра-прототипа:

$$s_{r,k} = \frac{W}{2} \left[s_{l,k}^{-1} \pm \left(s_{l,k}^{-2} - \frac{2\omega_0^2}{W^2} \right)^{1/2} \right] \quad (6)$$

где W – ширина полосы подавления фильтра, ω_0^2 – определяет центральную частоту полосы подавления.

Для фильтров Баттерворта и Чебышева преобразование «фильтр нижних частот в полосовой фильтр» отображает N нулей ФНЧ-прототипа с бесконечности на бесконечность и в начало координат s -плоскости. Преобразование «фильтр нижних частот в режекторный фильтр» переводит N нулей фильтра-прототипа бесконечности в точки $\pm j\omega_0$ s -плоскости. Для эллиптических полосовых и режекторных фильтров преобразование отображает полностью мнимые нули фильтра-прототипа в другие точки на ось $j\omega_0$.

После указанных действий применяется билинейное z -преобразование, переводящее полюса и нули s -плоскости на цифровую z -плоскость. Каждый полюс s -плоскости $s_{p,k}$ отображается согласно следующему правилу:

$$z_{p,k} = \frac{1+s_{p,k}}{1-s_{p,k}}. \quad (7)$$

Подобным образом каждый нуль s -плоскости преобразованного аналогового фильтра следующим образом отображается на z -плоскость:

$$z_{z,k} = \frac{1+s_{z,k}}{1-s_{z,k}}. \quad (8)$$

Отображение нулей s -плоскости на z -плоскость с помощью билинейного z -преобразование продемонстрировано на рисунке 1. Для фильтров нижних частот нули располагаются на бесконечности s -плоскости, и билинейное z -преобразование переводит их в точку $z = -1$ z -плоскости, тогда как для полосового фильтра нули s -плоскости отображаются с начала координат в точку $z = 1$, а с бесконечности – в точку $z = -1$ [1].

Список использованных источников:

1. Цифровая обработка сигналов, практический подход (II) / Айфичер Э., Джервис Б // Издательский дом «Вильямс», 2004. – С.544-548.

UDC 681.5

METHOD FOR DISPLAYING ZEROS AND POLES OF THE S-PLANE

Zhinghilevich V.A., student group 960801

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Minsk, Republic of Belarus

Daneiko T.M. – senior lecturer of the Department of ICT

Annotation. The work is a description of the method of mapping zeros and poles of the s-plane to the z-plane.

Keywords. Filter, poles, zeros, s- and z-plane, transformation.