

## ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНКУРЕНЦИИ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА РОССИИ И БЕЛАРУСИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЛОТКИ-ВОЛЬТЕРРЫ

Шарафанович Я.О., Васенко К.А., студенты гр. 172602

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники  
г. Минск, Республика Беларусь

Ефремов А. А. – канд. экон. наук, доцент

**Аннотация.** Статья посвящена описанию и построению модели распространения конкурирующих процессов производства России и Беларуси. Построение данной дифференциальной модели основано на задаче из экономики.

Дифференциальное уравнение является одним из фундаментальных понятий математики, широко применяемое в различных областях современных наук. Данный тип уравнений помимо функции содержит её производные. Порядок входящих в уравнение производных может быть различен (формально он ничем не ограничен). Производные, функции, независимые переменные и параметры могут входить в уравнение в различных комбинациях или отсутствовать вовсе, кроме хотя бы одной производной.

Большое значение, которое имеют дифференциальные уравнения для математики и особенно для её приложений, объясняется тем, что к решению таких уравнений сводится исследование многих физических и технических задач. Дифференциальные уравнения играют существенную роль и в других науках, таких, как биология, экономика и электротехника; в действительности, они возникают везде, где есть необходимость количественного (числового) описания явлений (коль скоро окружающий мир изменяется во времени, а условия изменяются от одного места к другому).

Математическая модель – математическое представление реальности, один из вариантов модели как системы, исследование которой позволяет получать информацию о некоторой другой системе. Математическая модель, в частности, предназначена для прогнозирования поведения реального объекта, но всегда представляет собой ту или иную степень его идеализации.

Фазовый портрет – графическое изображение системы на фазовой плоскости (или в многомерном пространстве), по координатным осям которого отложены значения величин переменных системы. Поведение переменных во времени при таком способе представления для каждой начальной точки описывается фазовой траекторией. Совокупность таким фазовых траекторий для любых начальных условий представляет собой фазовый портрет.

Модель Лотки–Вольтерры – модель взаимодействия двух видов типа «хищник – жертва», названная в честь её авторов (Лотка, 1925; Вольтерра 1926), которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга.

Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник – жертва», «паразит – хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами.

Основная идея нашей работы заключается в описании модели конкурирующих процессов производства Беларуси и России.

Рассмотрим данную тему на реальном примере экономики.

Математическая модель конкуренции продукции машиностроения экономической системы учитывает следующие показатели:

$x$  – индекс промышленного производства машин и оборудования для Беларуси;

$y$  – индекс промышленного производства машин и оборудования для России;

$a$  – коэффициент, характеризующий государственную поддержку и выделяемые субсидии на производство;

$b$  – коэффициент влияния расходов на рост промышленного производства (степень подавления);

$c$  – коэффициенты, характеризующий величину постоянных производственных издержек для России;

$d$  – коэффициент, характеризующий снижение себестоимости продукции России;

$e$  – коэффициент доступности ресурсов.

Тогда модель Лотки-Вольтерры имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax - ex^2 - bxy \\ \frac{dy}{dt} = -cy + dx \end{cases} \quad (1)$$

Математическая модель экономической системы, опираясь на введенные обозначения, учитывает:

$ax$  - увеличение скорости роста промышленного производства, связанное с государственной

поддержкой предприятий;

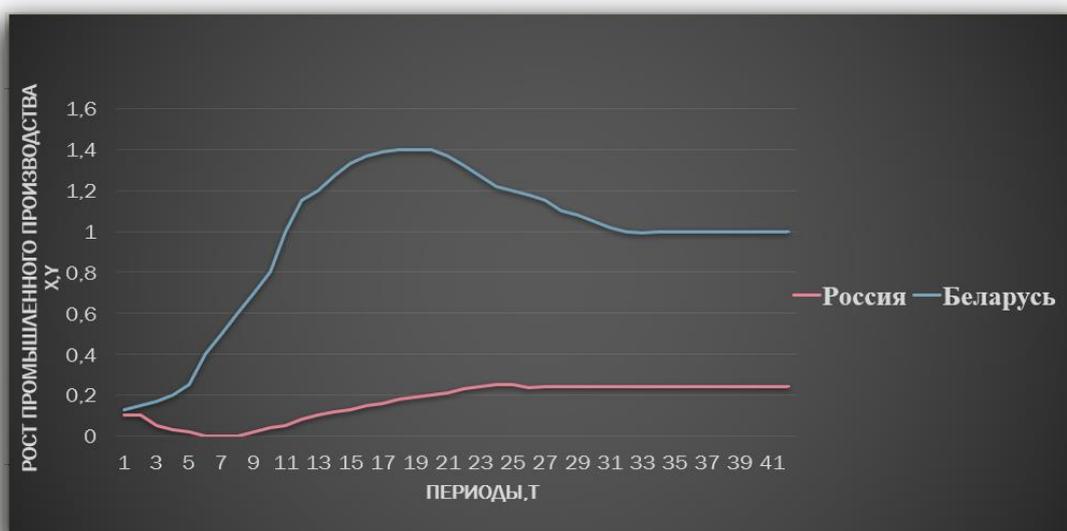
$ex^2$  - снижение скорости роста промышленного производства, связанное с внутренней конкуренцией за ресурсы;

$bху$  - снижение скорости роста промышленного производства в связи с Дополнительными расходами, связанными с возрастанием конкуренции со стороны российских производителей;

$су$  - снижение скорости роста промышленного производства, связанное с постоянными издержками;

$dxу$  - прирост удельных расходов за счет конкуренции на рынке ввиду более выгодных условий в энергетическом плане за счет снижения себестоимости.

Предположим, что Беларусь располагает богатой сырьевой и топливной базой, способной удовлетворить потребности государства на 70%, то есть показатель доступности ресурсов  $e = 0.7$  при прочих равных условиях.



Из графика видно, что при заданных начальных условиях индекс роста промышленного производства Беларуси растет огромными темпами, и уже при  $t = 10$ , что соответствует 2021 году, достигает наивысшего значения 1,4 при прочих неизменных показателях. Затем при  $t = 11,29$  наблюдается постепенный спад, связанный с истощением сырьевых ресурсов и переизбытком произведенной продукции, сходящийся к постоянному значению 1. В период спада Белорусского производства активизируется Российское производство - так, после  $t = 10$  временных периодов практически неизменного производства, к периоду  $t = 28$  Российское производство выйдет на показатель роста 0,3 и тем самым достигнет устойчивого значения. В итоге при  $t = 28$  будет достигнуто устойчивое значения производства для обеих стран. Такой результат ожидается ко второй половине 2027 года.

Таким образом, интерпретируя данные результаты, можно отметить, что в случае, если Беларусь найдет новый источник восполнения своей ресурсной базы, то в кратчайшие сроки будет налажено интенсивное производство, график которой будет устойчивым. Также расширение сырьевой и энергетической базы может послужить стимулом к созданию новых подходов в производстве с использованием современных технологий высокой точности и диверсификации. В данном случае спады почти не характерны для промышленного производства, и значения индексов роста стремятся к стационарным значениям при  $t = 28$ .

**Список использованных источников:**

1. Апонин, Ю.М. Математическая модель сообщества хищник – жертва с нижним порогом численности жертвы / Ю.М. Апонин, Е.А Апонина // Компьютерные исследования и моделирование. – 2009. - № 1 (3). - С. 51-56.
2. Информация о результатах анализа развития производства машин и оборудования для сельского хозяйства государств – членов ТС и ЕЭП: периодич. обзор / Департамент промышленной политики Евразийской Экономической Комиссии. – Москва, 2014. – 23 с.