

КРИТИЧНОСТЬ ОДНОМЕРНОГО ФИЛЬТРА КАЛМАНА К ПАРАМЕТРАМ И МОДЕЛИ ПОЛЕЗНОГО ЗАДАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Лыгач А.Н.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Давыденко И.Н. – канд. техн. наук, доцент

В данной работе рассматривается оценка критичности дисперсии ошибок фильтрации к изменению коэффициентов фильтрации, которые зависят от шумов маневра, и к изменению модели маневра, то есть детерминированного маневра в виде полиномиальной модели. Представлены графики зависимости суммарной ошибки фильтрации от коэффициента фильтрации.

На примере проблемы повышения безопасности полётов в системе организации воздушного движения, в частности, своевременного обнаружения и предотвращения нарушений правил эшелонирования, рассмотрено оценивание координат и параметров движения воздушных судов по информации на выходе радиолокационных и других источников наблюдения. Ключевым моментом является предъявление жестких требований как к техническим характеристикам средств наблюдения воздушных судов, так и к качеству траекторной обработки.

Фильтры Калмана, которые основаны на одной модели возможного движения объекта, не удовлетворяют требованиям. В основном используется модель прямолинейного равномерного движения с возмущениями, однако при маневрировании воздушного судна, например, при посадке или взлете, модель неадекватно описывает реальное движение. Это способствует возникновению больших динамических ошибок, при использовании траекторной обработки. Компенсация возможна за счет увеличения мощности случайного возмущения в самой модели движения, но точность оценивания координат и параметров движения воздушного судна при прямолинейном равномерном движении будет снижена. Решение поставленной задачи основано на адаптивных методах, при которых учитывается изменение структуры и параметров фильтра траекторной обработки при обнаружении маневра воздушных судов.

При анализе рассматриваются отдельные выражения для дисперсий флуктуационных и динамических ошибок, составляющих в сумме полученную дисперсию суммарной ошибки фильтрации:

$$P = P_{\text{дин}} + P_{\text{фл}}.$$

Это позволит оценить критичность дисперсии ошибок фильтрации к изменению коэффициентов фильтрации (в свою очередь зависящих от шумов маневра) и к изменению модели маневра (случайный маневр или детерминированный маневр в виде полиномиальной модели).

В установившемся режиме при произвольном коэффициенте фильтрации дисперсию ошибки фильтрации можно представить в виде суммы дисперсий динамической и флуктуационной ошибок:

$$\begin{aligned} P = P_{\text{дин}} + P_{\text{фл}} &= \frac{(k-1)^2}{(1-(1-k)^2)} D_{\xi} + \frac{k^2}{(1-(1-k)^2)} D_{\eta} = \\ &= \left(\frac{1}{k(2-k)} - 1 \right) D_{\xi} + \frac{k}{2-k} D_{\eta}, \end{aligned}$$

где $P_{\text{дин}} = \left(\frac{1}{k(2-k)} - 1 \right) D_{\xi}$ – дисперсия динамической ошибки фильтрации в установившемся режиме,

$P_{\text{фл}} = \frac{k}{2-k} D_{\eta}$ – дисперсия флуктуационной ошибки фильтрации в установившемся режиме.

Коэффициент фильтрации k меняется в диапазоне от 0 до 1.

$P|_{k=1} = P_{\text{фл}} = D_{\eta}$: из-за больших динамических ошибок экстраполированные значения игнорируются, и результирующая оценка совпадает с текущей полученной оценкой ($\hat{x}_k = y_k$).

$P|_{k=0} = P_{\text{дин}} = D_{\xi}$: из-за большой дисперсии текущих оценок они игнорируются, и результирующая оценка совпадает с экстраполированным значением ($\hat{x}_k = \hat{x}_{\text{эк}}$).

Оптимальное установившееся значение коэффициента фильтрации $k = k_{\text{опт}}$ находится исходя из условия

$$\left. \frac{dP}{dk} \right|_{k=k_{\text{опт}}} = 0$$

и определяется ранее полученным выражением:

$$k_{\text{opt}} = D_{\eta}^{-1} \tilde{P},$$

где \tilde{P} – оптимальное (минимальное) значение дисперсии ошибки фильтрации в установившемся режиме.

Соответственно, для динамической ошибки по скорости можно записать:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{V_{\text{дин}}}(a'') &= (1 - k_{22})\varepsilon_{V_{\text{дин}}}(a'') + (k_{22} - 1)\frac{1}{6}a''T^3 \\ \varepsilon_{V_{\text{дин}}}(a'') &= \frac{1}{6}a''\left(\frac{k_{22}-1}{k_{22}}\right)T^3. \end{aligned}$$

Для дисперсии суммарной ошибки фильтрации скорости в этом случае (детерминированного задающего воздействия) можно получить:

$$P_{22} = P_{22_{\text{дин}}} + P_{22_{\text{фл}}} = \frac{1}{36}(a'')^2 \left(\frac{k_{22}-1}{k_{22}}\right)^2 T^6 + \frac{k_{22}}{2-k_{22}}\sigma_V^2.$$

График зависимости суммарной дисперсии ошибки измерения скорости от коэффициента фильтрации k_{22} имеет следующий вид:

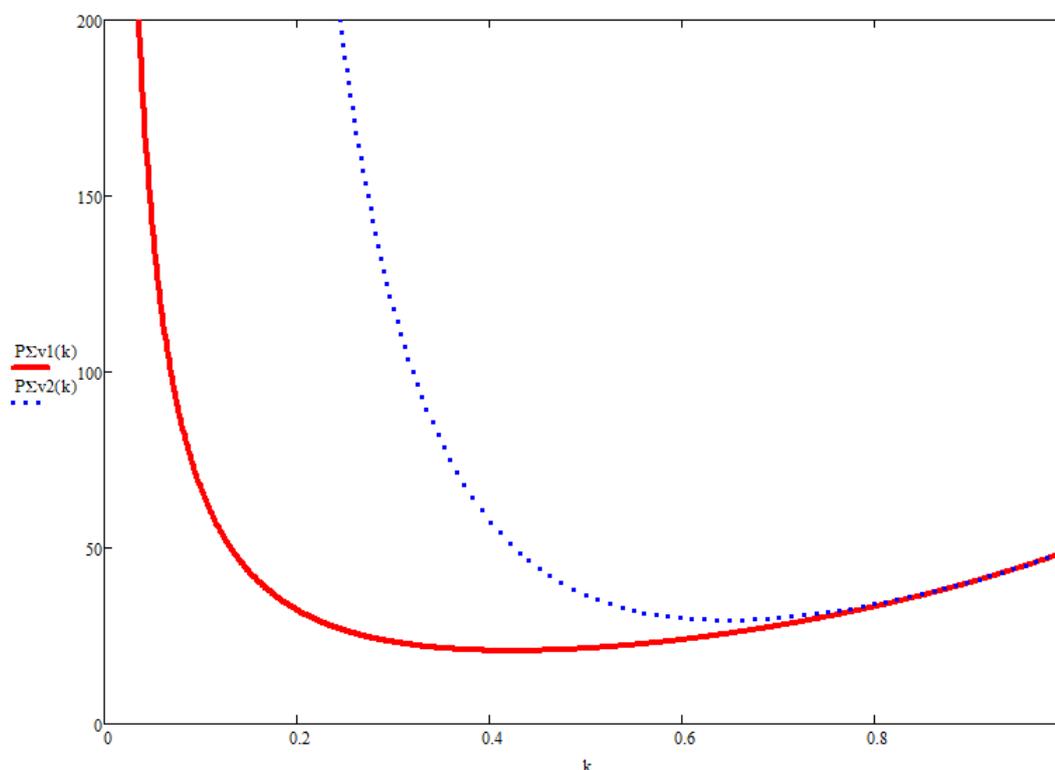


Рисунок 1 – График зависимости дисперсии суммарной ошибки измерения радиальной скорости от коэффициента фильтрации

График представлен для $a_r'' = 1.0$, $\sigma_a'' = (a_r'')^2$, $T = 3$ с, $\sigma_V = 7$ м/с (сплошная линия – воздействие в виде белого шума; пунктирная линия – детерминированное воздействие).

Список использованных источников:

1. Eurocontrol Standard Document for Radar Surveillance in En-Route Airspace and Major Terminal Areas. SUR.ET1.ST01.1000-STD-01-01, Edition 1.0, March 1997
2. Сычев М.И., Фесенко С.В. Оценивание координат и параметров движения воздушных судов по информации от радиолокационных средств наблюдения // Труды МАИ, 2015
3. Eva Li, Victor M. Moreno and Alberto Pigazo. Kalman Filter Recent Advances and Application // Published by ExLi4Eva, 2017. – 584 p.
4. Васильев К.К. Оптимальная обработка сигналов в дискретном времени: Учебное пособие. М.: Радиотехника, 2016. 288 с.
5. Васильев К.К. Методы обработки сигналов: Учебное пособие. – Ульяновск, 2001. – 80 с.