ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФОВ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ

Халимонцевич И. М.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Стройникова Е. Д. – ст. преп. кафедры информатики

В работе исследуется применение графов в компьютерных сетях. Описывается использование графов для моделирования коммуникационной сети на основе полного двоичного дерева, двумерного массива и сети-бабочки и делаются выводы на основе сравнений.

Теория графов – важная область математики. В данной работе исследуется использование графов для моделирования компьютерной сети. Сетевой граф представляет коммуникационные сети в виде двоичного дерева, двумерного массива и сети-бабочки. Все три представления были сравнены по их диаметру, размеру коммутатора, количеству коммутаторов и перегрузке.

Сеть связи – это совокупность терминалов, линий связи и узлов, которые соединяются для обеспечения связи между пользователями терминалов. Каждый терминал в сети должен иметь уникальный адрес, чтобы сообщения или соединения могли быть перенаправлены правильным получателям.

Связная сеть может быть представлена в виде полного двоичного дерева. На рис. 1 квадраты представляют терминалы, источники и пункты назначения для пакетов данных. Круги представляют собой коммутаторы, которые направляют пакеты по сети. Коммутатор принимает пакеты по входящим краям и ретранслирует их вперед по исходящим краям, поскольку существует уникальный путь между каждой парой вершин в неориентированном дереве. Таким образом, естественный способ направить пакет данных от входного терминала к выходу в полном двоичном дереве – по аналогичному направленному пути.

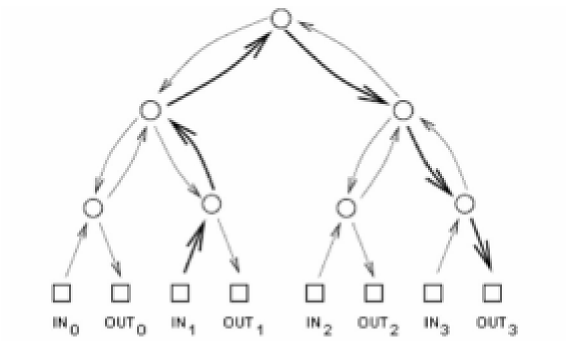

Рисунок 1 – Двоичное древовидное представление для сети связи

Диаметр полного двоичного дерева с N входами и выходами будет равен $2\log N + 1$. Следовательно, если $2^{10} = 1024$ входа и выхода подключены с использованием полного двоичного дерева, то задержка составит всего $2\log\left(2^{10}\right) + 1 = 21$.

Каждая сеть стремится иметь минимальный диаметр. Одним из способов достижения этой цели является использование более крупных коммутаторов. В полном двоичном дереве большинство переключателей имеют два входящих ребра и два исходящих ребра, что делает их переключателями 3×3. Полное троичное дерево может быть построено, если имеются переключатели 4×4 с еще меньшим диаметром. В принципе, все входы и выходы могут быть подключены через один переключатель, который будет вести себя как переключатель $N \times N$. Этот подход, по-видимому, не очень продуктивен, поскольку первоначальная проблема проектирования сети скрыта внутри большого выключателя. Сеть должна быть спроектирована таким образом, чтобы обеспечить функциональность коммутатора $N \times N$ с использованием элементарных устройств, таких как коммутаторы 3×3.

Еще одна проблема, связанная с проектированием сети, – это количество коммутаторов. Большее количество коммутаторов приводит к увеличению стоимости оборудования. Поэтому количество переключателей должно быть как можно меньшим. Общее количество переключателей в полном двоичном дереве равно $2N - 1$, что является почти наилучшим возможным при использовании переключателей 3×3.

Корневой коммутатор в полном двоичном дереве является полным узким местом, поскольку каждый пакет должен проходить через корневой коммутатор, и если корневой коммутатор выходит из строя, сеть делится на две половины.

Компьютерная сеть также может быть представлена в виде двумерного массива. Это называется сеткой, или перекладиной. На рис. 2 показано двумерное представление компьютерной сети.

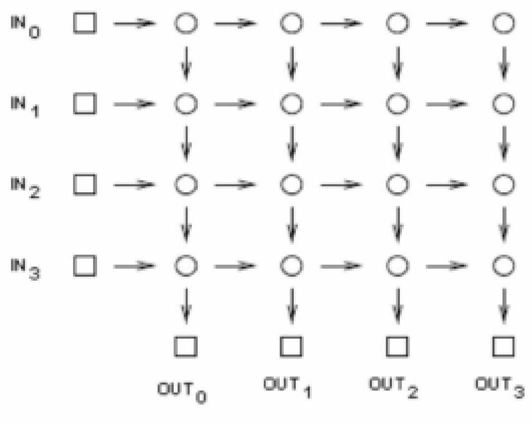

Рисунок 2 – Двумерное представление компьютерной сети

Существует уникальный путь от каждого входа к каждому выходу, поэтому перегрузка определяется максимальным количеством сообщений, проходящих через вершину для любой маршрутизации. Если v – вершина в i-м столбце сети-бабочки, то существует путь от ровно $2i$ входных вершин до v и путь от v до ровно $2n - i$ выходных вершин (рис. 3). Следовательно, перегрузка сети-бабочки оказывается около $\sqrt{N}$, если N – четная степень 2, и $\sqrt{N/2}$, если N – нечетная степень 2.

Все терминалы и коммутаторы в сети расположены в N рядов. В частности, ввод i находится в левом конце i-й строки, а вывод i находится в правом конце i-й строки. Строки помечены двоичным кодом, таким образом, метка в i-й строке является двоичным числом $b_1b_2 \ldots b_{\log N}$, которое представляет целое число i. Между входами и выходами имеется $\log N + 1$ уровней переключателей, пронумерованных от 0 до $\log N$. Каждый уровень состоит из столбца из N переключателей, по одному на строку. Таким образом, каждый коммутатор в сети однозначно идентифицируется последовательностью $(b_1, b_2, \ldots, b_{\log N}, L)$, где $b_1b_2 \ldots b_{\log N}$ – строка коммутатора в двоичном формате, а L – уровень коммутатора. Есть направленные ребра от переключателя $(b_1, b_2, \ldots, b_{\log N}, L)$ до двух переключателей на следующем уровне. Одно ребро ведет к переключателю в той же строке, а другое ребро ведет к переключателю в строке, полученной путем инвертирования бита $L + 1$. Поскольку сеть состоит из $\log N + 1$ уровней коммутаторов, и каждый уровень имеет N коммутаторов, то общее количество переключателей равно $N(\log N+1)$.

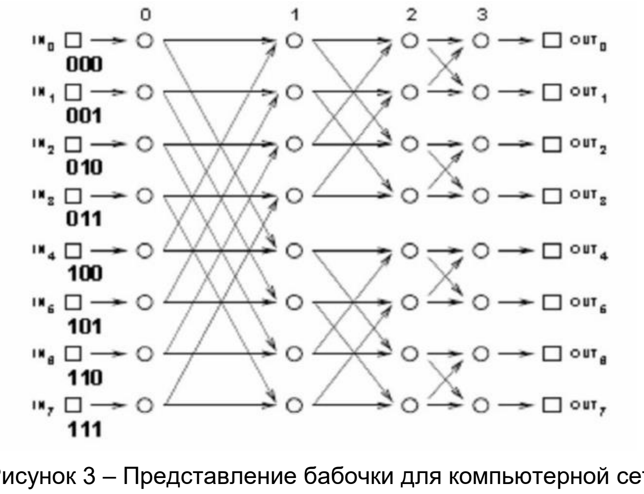

Рисунок 3 – Представление бабочки для компьютерной сети

Сеть-бабочка имеет меньшую загруженность, чем полное двоичное дерево, использует меньше коммутаторов и имеет меньший диаметр, чем двумерный массив. Однако бабочка не улавливает лучшие качества каждой сети, а скорее является компромиссом где-то между ними.

Список использованных источников:

1. Ramírez Alfonsín, J. L. The Diophantine Frobenius Problem / Jorge L. Ramírez Alfonsín // Oxford University Press, 2007. – P. 107–115.

2. Koshy, Th. Catalan Numbers with Applications / Thomas Koshy // Oxford University Press, 2008. – P. 507–509.