

**ПОВЫШЕНИЕ МАТЕМАТИЗАЦИИ СПЕЦИАЛЬНЫХ  
ДИСЦИПЛИН ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

*А.И. МИТЮХИН, И.И. АСТРОВСКИЙ*

*Белорусский государственный университет информатики  
и радиоэлектроники,*

*Институт информационных технологий БГУИР, г. Минск*

Экономический успех и достижения в инновационной системе страны основываются на фундаментальной науке и прикладных исследованиях. Этот фундамент является и основой для роста международной конкурентно-способности в области высшего образования [1]. Современный образова-

тельный процесс должен учитывать вхождение мировой индустрии в принципиально новый этап модернизации – «Plattform Industrie 4.0» [2]. Технологические особенности в рамках индустриального совершенствования требуют новых подходов в подготовке достаточного количества математически квалифицированных инженеров. Отличительной особенностью современного технического университета (ТУ) является широкое использование математических методов, алгоритмов прикладной математики и компьютерных технологий. Это связано с ускоряющейся математизацией техники во многих направлениях современной наукоемкой Industrie 4.0. Изучение математики в ТУ должно наполняться технической реальностью [3]. Процесс математизации различных технологий во многом был предопределен появлением в 80-х годах прошлого столетия персональных компьютеров (ПК). Компьютер, как вычислительный инструмент, стал ускорителем развития не только в научной и технической сферах, но и в образовании. Технические характеристики того поколения ПК были сравнительно ограниченными, но уже тогда ПК являлся новым техническим средством автоматизации математических расчетов. Фактически с появлением ПК началось формирование прикладной математики как направления науки, так и инженерной дисциплины ТУ. В свою очередь, междисциплинарное взаимодействие классической, прикладной математик и появившихся программных средств привели к появлению компьютерной математики (КМ) или научного направления, соединяющего математику и информатику. На начальном этапе внедрения в ТУ компьютерных программных приложений они служили лишь для более доступного получения и понимания относительно сложных математических знаний. Анализ результатов сложных алгоритмов, примеров, упражнений, полученный быстро с помощью ПК, а не после ручных долгих поэлементных вычислений, очевидно приводит к более эффективному и глубокому пониманию изучаемой темы курса (при условии достаточных теоретических знаний, понимания задачи и даже результата вычислений). Любые ручные научно-технические вычисления могут сопровождаться ошибками, что приводит к необходимости проверок этапов вычислений, реальной оценки полученного результата и в конечном итоге к увеличению временных затрат на изучение некоторого раздела дисциплины. Компьютерные математические программы характеризуются высокими точностными параметрами при решении многих задач прикладной математики, например, алгебры полиномов (для техники помехоустойчивого кодирования, цифровой фильтрации (опыт БГУИР)), решении систем уравнений (алгебраических, нелинейных и др.) численными методами. В настоящее время существует большое множество как узкоспециальных математических приложений (вида IBM SPSS Statistics), так и универсальных математических систем. Последние версии (2020–2021 г.) основных универсальных приложений КМ (Maple, Mathematica, MATLAB+Simulink+Toolbox) включают в себя практически все области

классической и прикладной вузовской математики, различные виды математического моделирования систем и сигналов. Кроме названных коммерческих систем имеются сравнительно полноценные образцы математического свободного программного обеспечения. Очевидным достоинством таких приложений является работа под управлением практически всех распространенных операционных систем (Windows, MacOS, Linux, Android). Примером такого универсального математического инструмента является Mathematica. Приложение устанавливается не только на ПК, но и на планшет-компьютерах и смартфонах. Компьютерная математика условно развивается по трем направлениям (хотя четкого разделения направлений сложно увидеть):

- системы для численных вычислений на базе табличных процессоров (вида Excel);

- полноценные системы компьютерной алгебры (вида Maple, Mathematica);

- универсальные системы компьютерной математики (вида MATLAB).

Основные различия между математическими приложениями можно свести к следующим.

- 1 Функциональные возможности.

- 2 Набор функций для аналитических вычислений и набор средств компьютерной алгебры.

- 3 Совместная работа численных и аналитических методов.

- 4 Возможность функционального программирования.

- 5 Средства графической визуализации и интерфейс пользователя. Иллюстрация пошагового решения задачи, алгоритма.

- 6 Справочная система с решением примеров, доступом в Internet с расширением до учебного пособия.

- 7 Набор научных и технических пакетов расширения в разных областях индустрии (например, цифровая обработка сигналов и изображений, радиоэлектронные системы с расширением спектра стандартов связи 4G (LTE), 5G (New Radio), (опыт БГУИР). Возможности работы с измерительными приборами (спектроанализаторы, осциллографы, генераторы шума (опыт БГУИР)) многих фирм.

- 8 Расширение имитационного математического моделирования для различных областей науки и техники.

- 9 Увеличение скорости вычислений с использованием параллельных (многоядерных) процессоров.

Для ТУ наилучшим (с научной и прикладной (инженерной) точки зрения) пакетом прикладных математических программ является система MATLAB+Simulink+Toolbox с пакетом расширения компьютерной алгебры MuPAD американской корпорации The MathWorks, Inc. Она предназначена для научных и инженерных специалистов-разработчиков высокотехно-

гичных предприятий военно-промышленного комплекса, цифровых коммуникаций, космических систем, транспорта для автономных пассажирских и грузовых перевозок и др. Явным преимуществом MATLAB в сравнении с другими операционными технико-вычислительными пакетами является возможность использования средств объектно-ориентированного программирования. При этом не только для вычислительных расчетов, но и для моделирования различных технических систем, особенно относящихся к области наукоемких радиоэлектронных комплексов (опыт БГУИР). Современные высокотехнологичные сложные радиосистемы, в качестве примеров, можно привести мобильные средства стандарта G (как решение военно-космических технологий) или системы цифрового телевидения (как сложные математические решения обработки 1D и 2D сигналов) представляют собой аппаратно-программный продукт. В этом понимании программное операционное средство MATLAB становится необходимым инженерным инструментом проектирования, разработки и расчетов [3].

Появление удобных для применения в обучении программных продуктов КМ стимулирует модернизацию содержания общеобразовательных математических и специальных дисциплин. Появилась возможность для преподавателей ТУ вводить в свои классические и специальные курсы новые разделы, связанные с математическими алгоритмами, имеющими значительную мультипликативную и аддитивную сложность. Практические, лабораторные, курсовые занятия от решения задач абстрактного характера постепенно превращаются в занятия, нацеленные на решение прикладных вопросов в реальных научных и технических областях (например, в коммуникациях, микро- и нанoeлектронике, инновационном автономном управлении (роботы) и др.). При этом важно, чтобы преподаватели математических кафедр в достаточной мере имели навыки работы с системами КМ. В качестве примера приведем небольшой фрагмент из лабораторных занятий по курсу «Алгоритмы цифровой обработки сигналов и изображений», связанный с темой «Эффективное вычисление свертки посредством спектральных преобразований». Один из этапов работы (вычисление фазового спектра действительного сигнала) выполняется с программированием в пакете MATLAB. Текстовый вид программы в виде m-файла и результат вычислений показан ниже.

```

funktion X=dft(x)           % x Signal, dft spectrum von x
% dft.m 23.02.2022
N=length(x);               % lange (x)
w=exp(-j*2*pi/N);         % diskret exponentialsystem
X=zeros(1,N);              % nullvektor
for k=0:N-1

```

```

wk=w^k;
for n=0:N-1
    X(k+1)=X(k+1)*wk^n
end
end
x=[0.35 0.35 0.64 1.06];
>> dft(x)
ans =
2.4000 + 0.0000i -0.2900 + 0.7100i -0.4200 - 0.0000i -0.2900 - 0.7100i
 $\varphi(\kappa) = (0 \ 112,28 \ 0 \ -112,28)$ .

```

После получения достоверного результата расчета фаз  $\varphi(\kappa)$  гармоник и сравнения значений  $\varphi(\kappa)$  после «ручного» вычисления по определению фазового спектра в виде  $\varphi(\kappa) = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(X(k))}{\text{Re}(X(k))} \right)$  иногда у студентов возникает вопрос о разных оценках вычисляемого параметра, когда  $\varphi(1) = 112,28$ , а по определению фазовый коэффициент с тем же номером фазового угла  $\varphi_d(1) = -67,28$ . Однако кажущаяся неоднозначность легко объяснима, если знать, что в зависимости от знаков  $\text{Re}(X(k))$  и  $\text{Im}(X(k))$  значение комплексной амплитуды спектра находится в одной из четвертей комплексной плоскости. Для функции  $\varphi(\kappa)$  нет различий между первой и третьей четвертями комплексной плоскости (ситуация справедлива и для второй и четвертой четвертей). В MATLAB это учитывается и вводится соответствующая поправка. В рассматриваемом примере лабораторной работы  $\tan(\varphi) = \tan(\varphi + \pi)$ . Надо понимать, что решение прикладных математических задач посредством компьютерного инструмента требует глубоких классических математических знаний. Большое количество примеров программных инженерных вычислений, имеющихся в MATLAB, не содержат объяснений математических понятий, не достаточны для глубокого изучения материала, потому не заменяют посещения лекций или использование учебников. Иначе такой современный инструмент, облегчающий процесс получения знаний в конкретной инженерной области, может оказаться неэффективным, приводящим к ошибочным результатам и даже бесполезным. Как правило, примеры изучаемых понятий в лекции сравнительно легкие и короткие. Задания курсовых, дипломных проектов (работ) повышенного уровня сложности, выполняемые с применением программных приложений, позволяют намного эффективнее усваивать изучаемый материал лекций.

Длительный опыт научной, инженерной и преподавательской работы в Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники (БГУИР) и Институте информационных технологий БГУИР на кафед-

ре физико-математических дисциплин (ФМД) показывает, что прикладные составляющие математического образования на базе современного математического контента в *TU* должны быть существенно увеличены. Доля прикладной математики с использованием компьютерной математики зависит от профиля учебного заведения (*технический, медицинский и др.*), предметной области будущего специалиста. Например, для радиотехнических, инфокоммуникационных специальностей БГУИР доля прикладной математики с использованием КМ по нашим оценкам должна составлять не менее четверти от всего математического курса. Отчасти это связано с изучением дисциплин, которые имеют тесные междисциплинарные связи. В этом случае обязательное требование к процессу обучения – системный подход, результатом которого являются достаточные знания по выбранной специальности. На кафедре ФМД системный подход успешно связывает несколько прикладных информационно-математических дисциплин, где изучаются вопросы теории информации, прикладные темы информационной безопасности и надежности, оптимальной помехоустойчивой кодированной передачи данных, эффективного кодирования (сжатия), обработки сигналов и изображений. В основе формирования структуры и содержания специальных дисциплин кафедры ФМД лежит принцип изучения теоретических дисциплин и их применение в современных разнообразных информационных технологиях [4]. Это важно как в научно-методологическом, так и прикладном инженерном аспекте, когда благодаря использованию компьютерных вычислительных инструментов современные наукоемкие технологии Industrie 4.0 создаются в ускоренном режиме. В качестве успешных примеров быстрого выпуска инновационных высокотехнологичных продуктов, результата эффективной совместной работы научных и инженерных коллективов можно привести последние космические высокотехнологичные системы Национального управления по авиации и исследованию космического пространства NASA (National Aeronautics and Space Administration) и Европейского космического агентства ESA (European Space Agency).

#### Список литературы

- 1 **Митюхин, А.И.** Технический университет на этапе перехода к цифровой трансформации индустрии 4.0 / А.И. Митюхин // Высшее техническое образование: проблемы и пути развития : материалы IX Междунар. науч.-метод. конф. (Минск, 1–2 ноября 2018 года). – Минск : БГУИР, 2018. – С. 313–315.
- 2 *Digitale Transformation in der Industrie [Electronic resoure] / Bundesministerien für Wirtschaft und Energie.* Режим доступа : [www.bmw.de](http://www.bmw.de). – Дата доступа : 18.02.2022.
- 3 **Митюхин, А.И.** Составляющие эффективной модернизации математической подготовки в технических университетах / А. И. Митюхин // Модернизация математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Междунар. науч.-практ. конф. / под ред Ю. И. Кулаженко. – Гомель : БелГУТ, 2017. – С. 86–89.

4 **Митюхин, А.И.** Особенности преподавания специальных теоретических дисциплин / А.И. Митюхин, Р.П. Гришель / Непрерывное профессиональное образование: состояние и перспективы развития : материалы науч.-метод. конф., Минск, 8–9 сент. 2011 г., Институт информационных технологий. – Минск, 2011. – С. 119–120.