

УДК 681.884

МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОЛЕПЕСТКОВЫХ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

С.И. ЛЮЗИН, И.Ю. ЛЮЗИН

*Белорусский государственный университет
Независимости, 4, 220030, Минск, Беларусь.*

*ИОФ РАН, представительство в РБ
Академическая, 15/2, 220072, Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 18 мая 2015

Рассматривается задача совместного синтеза многолепестковой диаграммы направленности антенной решетки. Предлагается метод синтеза амплитудно-фазового распределения, основанный на информационной мере Фишера. Обсуждаются результаты математического моделирования.

Ключевые слова: антенные решетки, амплитудно-фазовое распределение, синтез диаграммы направленности, матрица Фишера.

Введение

Задача синтеза антенной решетки (АР) состоит в поиске некоторого дискретного амплитудно-фазового распределения (АФР), доставляющего оптимум согласно выбранному критерию синтеза. Существует несколько подходов к данной задаче, основанных на применении расчетных методов или решении оптимизационных задач. Традиционно расчетные методы применяют в приближении плоской падающей волны, АФР выбирают исходя из формы диаграммы направленности (ДН) и пространственного расположения фазовых центров отдельных элементов АР. Данный подход используют, как правило, для решеток с правильной геометрической формой – линейных, кольцевых, цилиндрических, сферических. Здесь находят применение методы оптимизации, основанные на применении различного рода оконных функций. Для АР сложной конфигурации, в том числе конформных, применяют методы, основанные или на аппроксимационном синтезе, или на решении оптимизационных задач [1]. Оптимизационные задачи обычно не требуют задания некоторой модельной функции $R(\alpha)$, а оптимизируют характеристики антенны по некоторому параметру, например, уровню боковых лепестков, ширине основного лепестка, коэффициенту направленного действия (КНД) [2]. Поиск оптимального решения осуществляется путем выбора такого АФР W , которое доставляет оптимум выбранному параметру при наличии ограничения. Ограничения на АФР W могут быть обусловлены собственно формулировкой задачи синтеза: так, например, ставшая уже классической задача синтеза Дольфа предполагает минимизацию уровня боковых лепестков при заданной ширине основного [3]. Существуют также методы, основанные на максимизации отношения сигнал/шум (ОСШ) в среднеквадратичном или минимаксном смысле [4, 5].

Все рассмотренные выше методы поиска оптимальных АФР характеризуются тремя ключевыми признаками: 1) основаны на оптимизации одиночной ДН; 2) за заданием модельной ДН или ограничением на АФР стоит предположение о наличии априорной информации об угловом положении цели; 3) используют целевые функции, имеющие физический смысл энергии или амплитуды принимаемого сигнала.

Существуют методы, решающие задачу синтеза АР моноимпульсной пеленгационной системы, где целевым функционалом является отношение крутизны ДН к уровню ее боковых лепестков [6], которые нашли дальнейшее развитие в методах синтеза на основе атомарных функций [7], обеспечивающих компромиссное решение, оптимизирующее крутизну разностной ДН при ограниченной величине весового вектора на краях антенной решетки.

Отдельно следует выделить постановку задачи оптимизации ДН ФАР на основе критерия максимизации отрицательной энтропии [8]. В основу метода положена идея реализации схемы лучеформирования, которая имела бы своим выходным сигналом случайный процесс с максимальным отличием от гауссового процесса. Предложенный алгоритм обеспечивает подавление шума и реверберации без подавления полезного сигнала, характерного в традиционных схемах лучеформирования. Для вычисления отрицательной энтропии используются, например, гамма- или обобщенные гауссовы распределения [9]. Данная работа является примером информационного подхода к синтезу АФР, когда основным критерием синтеза является неэнергетическая величина.

Однако многоэлементные АР предполагают систему обработки сигналов, реализующую формирование стационарного веера, состоящего из некоторого набора ДН, перекрывающего пространственную рабочую область. Положение цели априори неизвестно и может не совпадать с положением оси одной из ДН веера. Поэтому представляется целесообразным рассмотреть задачу совместного синтеза ДН веера с учетом неоднозначности положения цели. Кроме того, оптимизация ДН, производимая без учета её влияния на эффективность работы пеленгационных систем, основанных на ограниченной совокупности пространственных каналов, может приводить к существенному ухудшению характеристик таких систем в части качества оценок пеленга цели. Особенно это характерно, как будет показано ниже, при применении методов, основанных на оконных функциях.

В данной работе рассматривается подход к синтезу многолепестковых ДН АР для параллельного обзора пространства, критерий оптимизации которого основан на одновременном учете свойств оценок энергии и угловой координаты сигнала цели.

Анализ эффективности оценки угловой координаты цели

Рассмотрим задачу приема неизвестного по форме сигнала линейной эквидистантной АР, для гауссовой модели шумов функция правдоподобия совокупности векторов $\{\mathbf{x}_t\}$ выборки сигнала на выходах элементов АР имеет вид:

$$\ln L(\{\mathbf{x}_t\} | \{\dot{a}_t\}, \alpha) = -\sum (\mathbf{x}_t - \dot{a}_t \mathbf{v}_s)^+ \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{x}_t - \dot{a}_t \mathbf{v}_s),$$
 где $\{\dot{a}_t\}$ – значения комплексной амплитуды сигнала цели, $\{\mathbf{x}_t\}$ – совокупность сигнальных векторов на выходах элементов АР, $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_s(\alpha)$ – вектор значений АФР сигнала цели, \mathbf{R} – матрица ковариаций шума, $\alpha = \sin(\theta)$ – обобщенная угловая координата.

Исключив из функции правдоподобия второстепенные оцениваемые параметры амплитудных значений полезного сигнала $\{\dot{a}_t\}$, получим известную границу Крамера-Рао для

оценки угловой координаты:
$$M_{2\min}\{\alpha\} = \frac{1}{2P_s} \frac{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{v}_s}{\det[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U}_s]},$$
 где матрица $\mathbf{U}_s = [\mathbf{v}_s \quad d\mathbf{v}_s]$

составлена из вектора фазирования \mathbf{V}_s и вектора производных АФР сигнала цели на элементах АР по угловой координате, P_s – мощность сигнала цели, что при некоррелированной

изотропной помехе дает:
$$M_{2\min}\{\alpha\} = \frac{\sigma_0^2}{2P_s} \frac{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{v}_s}{\det[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{U}_s]} = \frac{\sigma_0^2}{2P_s} \frac{12}{N(N^2 - 1)}.$$

Для решения задачи оценки пеленга цели в многолепестковых АР используются статистики, основанные на усеченной совокупности пространственных каналов (парциальных ДН), когда некоторому сектору углов сопоставляется ограниченный набор диаграмм направленности, по совместной статистике выходных сигналов которых производится

оценивание как амплитуды, так и пеленга сигнала цели. Такой подход оправдан с точки зрения существенного снижения требований к программному и аппаратному обеспечению ввиду уменьшения размерности решаемой задачи. Как правило, количество используемых каналов ограничивают максимум четырьмя-пятью. Для систем такого типа, называемых обычно системами с обработкой в пространстве лучей, функционал правдоподобия представим в виде:

$$\ln L(\{\mathbf{y}_t\} | \{\hat{a}_t\}, \alpha) = -\sum_t (\mathbf{y}_t - \hat{a}_t \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s)^+ (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} (\mathbf{y}_t - \hat{a}_t \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s),$$

где $\mathbf{y}_t = \mathbf{W}^+ \mathbf{x}_t$ – выходные сигналы совокупности ДН из полного веера АР, оси которых расположены вблизи углового положения цели α и заданы совокупностью векторов АФР \mathbf{W} . Используя подстановку оценки комплексной амплитуды логарифм функции правдоподобия для

оценки пеленга представим в виде:
$$\ln L(\{\mathbf{y}_t\} | \alpha) = \frac{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \langle \mathbf{y}_t \mathbf{y}_t^+ \rangle (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s}{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s},$$

где $\langle \mathbf{y}_t \mathbf{y}_t^+ \rangle$ есть ковариационная матрица смеси полезного сигнала цели и шумовых сигналов на выходах

веера ДН. В этом случае граница Крамера-Рао:
$$M_2\{\alpha\} = \frac{1}{2P_s} \frac{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s}{\det \left[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s \right]}.$$

В работе [10] проведен анализ эффективности оценивания угловой координаты для АР в пространстве лучей. По аналогии с коэффициентом использования энергии (КИЭ) [11], характеризующим энергетические потери при субоптимальной обработке, в данной работе вводится коэффициент относительной эффективности (КОЭ) оценки пеленга для характеристики потери точности – возрастания границы Крамера-Рао вследствие использования усеченной пространственной выборки (ограниченного числа лучей):

$$B(\alpha) = \frac{M_{2\min}\{\alpha\}}{M_2\{\alpha\}} = \frac{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{v}_s}{\mathbf{v}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s} \frac{\det \left[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s \right]}{\det \left[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{U}_s \right]}.$$

Можно показать, что величина КОЭ $B(\alpha)$ находится в интервале значений $[0, 1]$. В работе [10] на примере 11-ти элементной АР показано, что для эквидистантных невзвешенных линейных АР потери точности оценки пеленга цели для систем, построенных на трех соседних измерительных каналах относительно невелики и составляют в худшем случае 15–30%. Однако, использование взвешивания как средства подавления уровня боковых лепестков для таких пеленгационных систем приводит к существенному возрастанию границ Крамера-Рао оценок амплитуды и угловой координаты цели. Так, например, при использовании традиционной взвешивающей функции Хемминга, эффективность оценки пеленга цели ухудшается в 2,5–3 раза (рис.1). Причиной этого является наличие линейно зависимых компонент в наборе весовых векторов, формирующих измерительные каналы, возникающих при взвешивании. Важным выводом работы [10] является то, что ухудшение точности пеленгования обусловлено преимущественно не уменьшением ОСШ, а ухудшением свойств именно пеленгационной характеристики.

Воспользовавшись определением КИЭ [11] как характеристики, показывающей энергетические потери при применении усеченной пространственной выборки, для данного случая КИЭ может быть представлен в виде: $\text{КИЭ}(\alpha) = \mathbf{v}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{v}_s / \mathbf{v}_s^+ \mathbf{v}_s.$

Тогда КОЭ может быть представлен в виде двух сомножителей:

$$B(\alpha) = \text{КИЭ}(\alpha) \cdot D(\alpha) = \text{КИЭ}(\alpha) \cdot \frac{\det \left[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s \right]}{\det \left[\mathbf{U}_s^+ \mathbf{U}_s \right]},$$

отвечающих, соответственно, за энергетические потери и ухудшение пеленгационной характеристики.

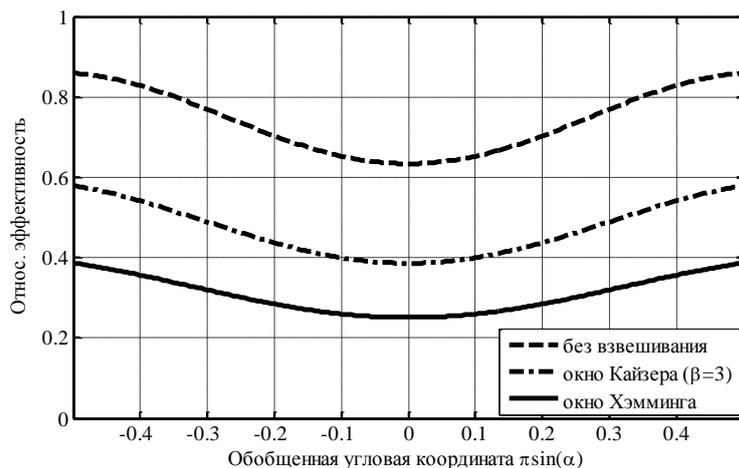


Рис. 1. Относительная эффективность оценки угловой координаты цели

Из вышесказанного следует, что представляется целесообразным при синтезе многолепестковых ДН АР учитывать не только энергетические характеристики приемной системы, например ОСШ, но и качество формируемой пеленгационной характеристики.

Информационная мера для синтеза АР

Информационная матрица Фишера для оценок амплитуды и угловой координаты цели для пеленгационной АР базе усеченной совокупности \mathbf{W} пространственных каналов имеет вид:

$$\mathbf{I}_w = \mathbf{U}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s.$$

Мерой качества антенной системы выберем максимальный размер корреляционного эллипса ошибок оценок амплитуды и угловой координаты, нормированных на величины ошибок для равновзвешенной АР: $\mathbf{I}_w^H = (\mathbf{U}_s^+ \mathbf{U}_s)^{-1/2} \mathbf{U}_s^+ \mathbf{W} (\mathbf{W}^+ \mathbf{R} \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W}^+ \mathbf{U}_s (\mathbf{U}_s^+ \mathbf{U}_s)^{-1/2}$

Нормированная матрица \mathbf{I}_w^H задает корреляционный эллипс ошибок для различных положений сигнала цели, задаваемого парой векторов \mathbf{U}_s . Его размер (полуоси эллипса) определяется собственными значениями информационной матрицы \mathbf{I}_w^H . На рис. 2 приведены графики зависимостей собственных значений информационной матрицы для случая невзвешенной решетки и решетки, взвешенной с окном Хэмминга, при ограниченной пространственной выборке в 3 пространственных канала для 11-элементной АР.

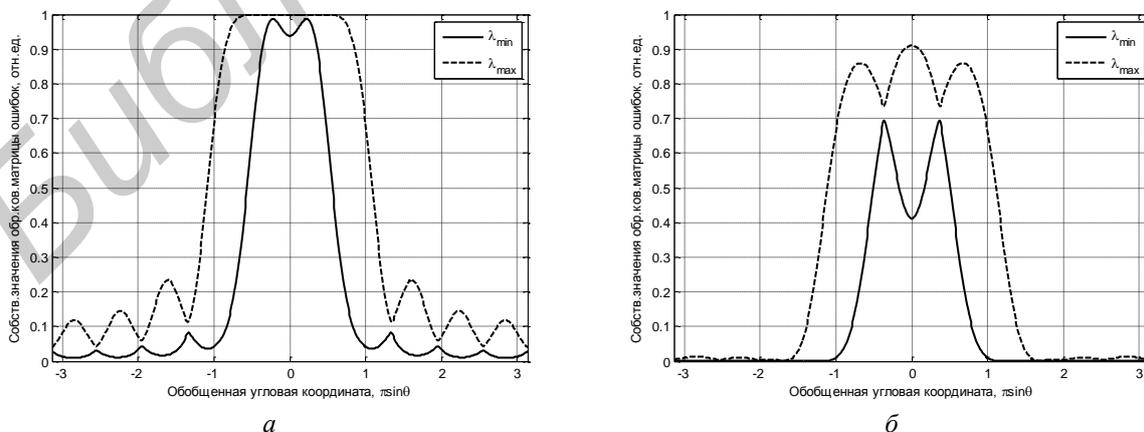


Рис. 2. Размеры полуосей корреляционных эллипсов ошибок оценок амплитуды полезного сигнала и пеленга цели для случая невзвешенной решетки (а) и окна Хэмминга (б) при ограниченной пространственной выборке

Представленный результат моделирования показывает, что введение взвешивания приводит к существенному (1,5–2,5 раза) уменьшению собственных значений информационной матрицы \mathbf{I}_w^H и, как следствие, возрастанию дисперсий ошибок оценок амплитуды и пеленга полезного сигнала. Однако, на взгляд авторов, является возможным использование величины минимального собственного значения для построения оптимизационного функционала.

Ввиду нормировки информационной матрицы Фишера множителем $(\mathbf{U}_s^+ \mathbf{U}_s)^{-1/2}$ собственные значения находятся в интервале $[0,1]$. Это дает возможность построить оптимизационный функционал в виде: $S = \max_{\alpha \notin A} [\lambda_{\min}(\alpha)] \cdot \max_{\alpha \in A} [1 - \lambda_{\min}(\alpha)]$, где максимальные значения определяются на интервале углов ($\alpha \in A$) основного лепестка ДН для отклонения $\lambda_{\min}(\alpha)$ от единицы и на интервале углов боковых лепестков ($\alpha \notin A$) для минимального собственного значения матрицы Фишера, поскольку λ_{\min} задает размер большой полуоси эллипса ошибок. Минимум функционала S обеспечит оптимизацию ДН по критерию минимума дисперсии ошибок оценки амплитуды и пеленга.

Результаты и их обсуждение

Для оценки эффективности предлагаемого критерия синтеза воспользуемся методом математического моделирования. В качестве объекта исследования выбрана 21-элементная линейная эквидистантная антенная решетка. Для данной решетки выполняется эквидистантное по обобщенной угловой координате формирование статического веера ДН. Рассматривается случай измерительной системы для оценки амплитуды и пеленга источника полезного сигнала, построенной на усеченной совокупности из 3 измерительных каналов. Для решения задачи оптимизации выбран метод «горячей частицы», широко используемый для оптимизационных задач синтеза [12, 5].

На рис. 3 приведена полученная в результате итерационного процесса оконная функция (L -окно), доставляющая минимум функционалу S . Для сравнения там же приведены оконная функция Хэмминга и оконная функция Кайзера ($\beta = 2,5$). Полученная оконная функция по ширине приблизительно совпадает с функцией Кайзера, однако обладает более плоской вершиной. Для сравнения воспользуемся данными таблицы, где приведены сравнительные характеристики.

Сравнительная характеристика оконных функций

Характеристика	L -окно	Окно Хэмминга	Окно Кайзера
Ширина основного лепестка ДН	1,2	1,45	1,2
Уровень боковых лепестков ДН, дБ	-20	-40,5	-22
КИЭ, дБ	-2,1	-4,2	-2,5
КОЭ	0,6	0,25	0,38

По ширине основного лепестка формируемой ДН предлагаемое окно практически совпадает с окном Кайзера. Здесь ширина основного лепестка дана нормированной к ширине ДН равновзвешенной АР. Уровень боковых лепестков несколько проигрывает окну Кайзера и, ожидаемо, существенно хуже окна Хэмминга, обладающего более широким основным лепестком. Преимущество полученной оконной функции заключается в превосходстве над двумя другими в эффективности оценки пеленга с помощью измерительной системы, составленной из 3 измерительных каналов. Дисперсия оценки пеленга почти в два раза меньше, чем для системы, выполненной с помощью окна Кайзера.

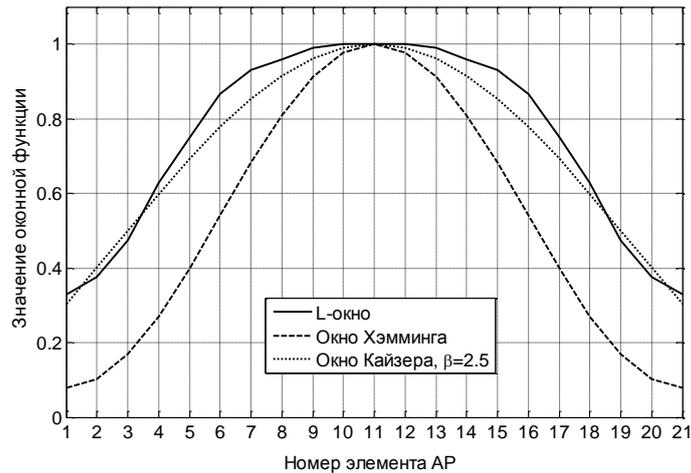


Рис. 3. Оконные функции

Заключение

Предложен метод синтеза многолепестковых ДН АР на основе критерия минимума дисперсии ошибок оценки амплитуды и пеленга полезного сигнала. Метод основан на сингулярном разложении информационной матрицы Фишера отдельно для областей основного и боковых лепестков для ограниченной совокупности парциальных ДН. Проведенное математическое моделирование показало, что синтезируемая оконная функция обеспечивает уровень боковых лепестков ДН характерный для окон Кайзера при существенно более высокой эффективности оценки пеленга цели.

METHOD FOR SYNTHESIS OF MULTI-BEAM ANTENNA ARRAY PATTERN

S.I. LUZIN, I.U. LUZIN

Abstract

The problem for synthesis of the multi-beam antenna array is considered. The amplitude-phase distribution synthesis method based on Fisher information measure is proposed. The results of mathematical simulation are discussed.

Список литературы

1. Зелкин Е.Г., Соколов В.Г. Методы синтеза антенн. М., 1980.
2. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. Л., 1983. С. 77–85.
3. Dolph C.L. // Proc. IRE. 1946. Vol. 34. P. 335–348.
4. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки: введение в теорию. М., 1986.
5. Люзин С.И., Люзин И.Ю. // Сб. трудов XII всеросс. конф. «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». Санкт-Петербург, 2014.
6. Минкович Б.М. // Радиотехника и электроника. 1969. Т. 14. С. 1391–1399.
7. Зелкин Е.Г., Кравченко В.Ф. Синтез антенн на основе атомарных функций. М., 2003.
8. Kumatano K., McDonough J., Rauch B. et. al. // IEEE Transactions on audio, speech, and language processing. 2009. Vol. 17, № 5. P. 994–1008.
9. Kumatani K., Gehrig T., Mayer U. et. al. // IEEE Transaction on audio, speech, and language processing, 2007. Vol. 15, № 8. P. 2527–2541.
10. Люзин С.И., Люзин И.Ю. // Вестн. Белорус. гос. универ. Серия 1. 2013. № 3. С. 45–49.
11. Ширман Я.Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., 1981.
12. Dotlic I.D., Zejak A.J. // Electronic letters online. December 2000.