

# Оценки снизу для количества многочленов с целыми коэффициентами, $p$ -адические корни которых принадлежат двум цилиндрам

Засимович Е. В.<sup>1</sup>,

Пантелеева Ж. И.<sup>1</sup>,

Рыкова О. В.<sup>2</sup>

2022

<sup>1</sup> Институт математики НАН

<sup>2</sup> Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Ключевые слова: Целочисленный полином, степень и высота полинома,  $p$ -адическое алгебраическое число, мера Хаара, система диофантовых неравенств.

Аннотация: Во введении определены основные понятия: целочисленный многочлен, высота многочлена, степень многочлена,  $p$ -адическое число, норма  $p$ -адического числа. Введен класс целочисленных полиномов заданной степени и величины.

Объект исследования – множество, состоящее из точек вида  $(\omega, \xi) \in K^1 \times K^2 \subset \mathbb{Q}_p \times \mathbb{Q}_p$ . Цель работы – получение метода

построения  $p$ -адических алгебраических чисел  $\alpha \in \mathbb{Q}_p$ , который основан на двух фундаментальных фактах. Первый из них состоит в разрешимости системы диофантовых неравенств с целочисленным многочленом и его производной на множестве положительной меры Хаара в  $\mathbb{Q}_p$ . Второй составляющей является применение известной леммы Хенселя, позволяющей доказать, что построенное алгебраическое число  $\alpha$  из алгебраического

замыкания  $\mathbb{Q}_p$  принадлежит  $\mathbb{Q}_p$ . Во введении сформулирована теорема, принцип доказательства которой будет использован в статье. В основной части статьи получено полное обобщение теоремы И. Мороцкой с двухсторонними оценками как для значений многочлена, так и его производной. Получена оценка снизу для количества векторов из поля  $p$ -адических чисел, являющихся корнями соответствующих полиномов. В заключении говорится о том, что результат статьи может быть обобщен на совместные приближения в пространстве  $\mathbb{Q}_{p_1} \times \mathbb{Q}_{p_2}$  при  $p_1 \neq p_2$  и на пространства  $\mathbb{Q}_{p^l}$  при любом  $l > 2$ . Более того, основную теорему работы можно обобщить и на пространства  $\Omega = \mathbb{R}^k \times \mathbb{C}^l \times \mathbb{Q}_{p^m}$  при целых  $k, l$  и  $m$ . Основу этих обобщений составят леммы о полиномах с целыми коэффициентами из монографии В. Г. Спринджук. Результаты статьи являются теоретическими и получены методами теории диофантовых приближений. Они могут быть использованы для дальнейших исследований по данной тематике, а также в учебном процессе для студентов и аспирантов математических специальностей.

Засимович, Е. В. Оценки снизу для количества многочленов с целыми коэффициентами,  $p$ -адические корни которых принадлежат двум цилиндрам / Засимович Е. В., Пантелеева Ж. И., Рыкова О. В. // Веснік Гродзенскага дзяржаўнага ўніверсітэта імя Янкі Купалы. Серыя 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2022. – Т. 12, № 3. – С. 6–17.