



<http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2022-20-7-65-71>

Оригинальная статья  
Original paper

УДК 621.396.96

## ОТОЖДЕСТВЛЕНИЕ СОПРОВОЖДАЕМЫХ ТРАЕКТОРИЙ И ОТМЕТОК МЕТОДОМ ПРИТЯЖЕНИЯ ПРИ ВТОРИЧНОЙ ОБРАБОТКЕ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ

В. А. АПОРОВИЧ

*ОАО «АГАТ – системы управления» – управляющая компания холдинга  
«Геоинформационные системы управления» (г. Минск, Республика Беларусь)*

*Поступила в редакцию 29.03.2022*

© Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, 2022

**Аннотация.** В статье предложен новый алгоритм отождествления по координатам сопровождаемых траекторий и вновь поступивших отметок при вторичной обработке радиолокационной информации. Наибольшие трудности возникают при отождествлении в плотных группах, то есть когда расстояние между траекториями соизмеримо с ошибками измерения их координат. Обычно применяются известные методы решения задачи о назначениях, например, венгерский алгоритм и ему подобные. Общим недостатком данных методов является быстрое увеличение (пропорционально третьей или четвертой степени количества траекторий) времени решения задачи. Предлагается использовать метод «притяжения» для повышения скорости вычислений. В рассматриваемом алгоритме имитируются «притяжение» всех траекторий ко всем отметкам и взаимное «отталкивание» всех траекторий друг от друга. (Положение траекторий экстраполировано на время локации отметок.) Пошагово имитируется условное «движение» траекторий до заданного сближения с какими-либо отметками. Сравнительное моделирование алгоритма притяжения и венгерского алгоритма для случая равного количества траекторий и отметок показало, что качественные характеристики алгоритмов примерно одинаковы, но время выполнения для алгоритма притяжения растет медленнее, чем для венгерского (пропорционально квадрату количества траекторий). Поэтому при большом их количестве (более 100–300) алгоритм притяжения выполняется значительно быстрее. Очевидно, что при соответствующей корректировке величины и размерностей параметров новый алгоритм может быть использован для решения других задач о назначениях.

**Ключевые слова:** радиолокационная информация, вторичная обработка, отождествление, задача о назначениях, метод притяжения.

**Конфликт интересов.** Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

**Для цитирования.** Апович В. А. Отождествление сопровождаемых траекторий и отметок методом притяжения при вторичной обработке радиолокационной информации. Доклады БГУИР. 2022. 20 (7). С. 65–71.

## ASSOCIATION OF THE TRACKED TRAJECTORIES AND MARKS BY THE ATTRACTION METHOD DURING SECONDARY PROCESSING OF RADAR INFORMATION

ULADZIMIR A. APAROVICH

*OJSC “AGAT – Control Systems” – Managing Company of “Geoinformation Control Systems Holding”  
(Minsk, Republic of Belarus)*

*Submitted 29.03.2022*

© Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, 2022

**Abstract.** The article proposes a new algorithm for associating the tracked trajectories and newly received marks by coordinates during the secondary processing (track-while-scan) of radar information. It is known that the biggest difficulties arise when associating in dense groups, that is, when the distance between the trajectories is commensurate with the errors in measuring their coordinates. Usually, well-known methods for solving the assignment task are used, for example, the Hungarian algorithm and similar. A common disadvantage of these methods is a rapid increase (in proportion to the third or fourth degree of the number of trajectories) in the time for solving the task. The article proposes to use the “attraction” method to increase the speed of calculations. The proposed algorithm simulates the “attraction” of all trajectories to all marks and the mutual “repulsion” of all trajectories from each other (the position of the trajectories is extrapolated to the time of location of the marks.) The conditional “movement” of the trajectories is simulated step by step until a set approach to any marks happens. Comparative modeling of the attraction algorithm and the Hungarian algorithm in the case of equal number of trajectories and marks showed that the qualitative characteristics of the algorithms are approximately the same, but the execution time for the attraction algorithm grows more slowly than for the Hungarian algorithm (in proportion to the square of the number of trajectories). Therefore, with a large number of them (more than 100–300), the attraction algorithm is executed much faster. Obviously, with the corresponding adjustment of the value and dimensions of the parameters, the new algorithm can be used to solve other assignment tasks.

**Keywords:** radar information, secondary processing, association, assignment task, attraction method.

**Conflict of interests.** The author declares no conflict of interests.

**For citation.** Aparovich U. A. Association of the Tracked Trajectories and Marks by the Attraction Method During Secondary Processing of Radar Information. Doklady BGUIR. 2022. 20 (7), 65–71.

### Введение

Отождествление сопровождаемых траекторий и вновь поступивших отметок по координатам является одной из важных операций вторичной обработки радиолокационной информации. Большие сложности возникают при отождествлении в плотных группах, т. е. когда расстояние между сопровождаемыми траекториями соизмеримо с ошибками измерения их координат [1–3]. В этом случае применяются известные методы решения задачи о назначениях [1, 3, 4]. Общим недостатком применяемых методов является резкий рост объема вычислений при увеличении объема задачи. Например, при использовании венгерского алгоритма (ВА) объем вычислений растет пропорционально третьей-четвертой степени объема задачи [3].

Существенного ускорения (в лучшем случае – в 2–3 раза при сохранении кубической зависимости) по сравнению с ВА не достигается в случае применения других алгоритмов: аукциона, генетического и прочих [4–6]. Большого быстродействия можно добиться при отождествлении траекторий и отметок (далее – объектов) за счет использования принципа притяжения, аналогично описанному в [7–9].

### Алгоритм отождествления

Предлагаемый алгоритм отождествления построен на основе имитации «притяжения» всех траекторий ко всем отметкам и взаимного «отталкивания» всех траекторий друг от друга. Будем считать, что траектории уже экстраполированы на время локации отметок. Теперь «движение» траекторий будет условным, и их скорости перед началом учета «притяжения» и «отталкивания» на каждом шаге равны нулю. Процесс «движения» траекторий показан на рис. 1.

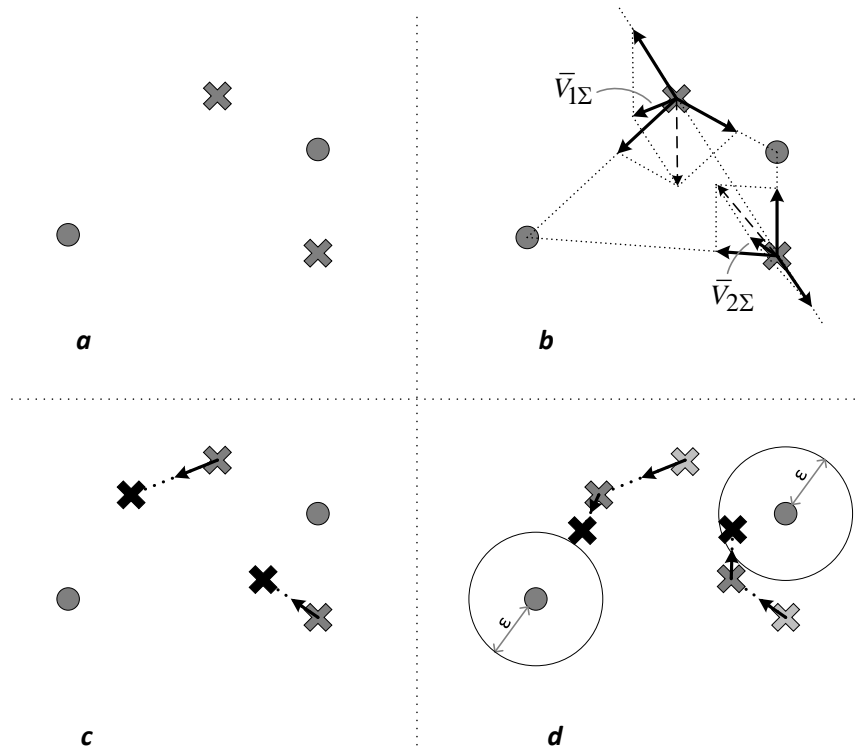


Рис. 1. Процесс «движения» траекторий  
Fig. 1. The “movement” of trajectories

На рис. 1, *a* показано исходное положение объектов. Кружками обозначены вновь поступившие отметки, крестиками – траектории. На рис. 1, *b* показан расчет суммарных скоростей сближения (отталкивания).

Будем считать, что объекты попарно сближаются (разлетаются) со скоростью с модулем  $v_k$ . Величина  $v_k$  – константа и не зависит от расстояния между объектами. Значение суммарного вектора скорости для каждой  $j$ -й траектории на каждом шаге получается путем векторного сложения всех скоростей сближения и разлета

$$\bar{v}_{j\Sigma} = \sum_i \bar{v}_{i,j} + \sum_{j_1, j_1 \neq j} \bar{v}_{j,j_1},$$

где  $\bar{v}_{j\Sigma}$  – суммарная скорость  $j$ -й траектории;  $\bar{v}_{i,j}$  – скорость сближения  $i$ -й отметки и  $j$ -й траектории (с модулем  $v_k$ );  $\bar{v}_{j,j_1}$  – скорость разлета  $j$ -й и  $j_1$ -й траекторий (с модулем  $v_k$ ).

Далее все траектории перемещаются на величину  $\bar{v}_{j\Sigma}\Delta t$ , где  $\Delta t$  – длительность шага (некоторая константа, рис. 1, *c*).

На последующих шагах (рис. 1, *b-d*) действия повторяются через  $\Delta t$ . На рис. 1, *d* одна из траекторий сблизилась с отметкой на расстояние, меньшее заданного  $\varepsilon$ . В этом случае происходит отождествление данной траектории  $j$  и  $i$ -й отметки. Пара  $i-j$  из дальнейшего рассмотрения исключается. Далее повторяются действия, как на рис. 1, *b-d*, до завершения процесса, т. е. пока все пары не отождествятся.

## Моделирование и его результаты

Для оценки предложенного алгоритма притяжения (АП) проведено его моделирование, которое выполняли в двумерной рабочей области размерами  $\Delta X = \Delta Y = \Delta$ . Количество траекторий равно количеству отметок  $j_m$ .

Размер рабочей области определим следующим образом:  $\Delta = \Delta_{mid} \sqrt{j_m}$ , где  $\Delta_{mid}$  – среднее расстояние между траекториями (задается как входной параметр для моделирования).

Эталонные (точные) значения координат траекторий и соответствующих отметок имитировались как случайные значения прямоугольных координат  $X, Y$ , равномерно распределенные по рабочей области.

Измеренные (случайные) значения координат траекторий и отметок получались из эталонных добавлением нормально распределенных ошибок с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_j = \sigma_i = \sigma/\sqrt{2}$ , где  $\sigma$  – некоторое суммарное СКО.

Константы АП следующие:  $v_k = 100$  м/с,  $\Delta t = 1$  с,  $\varepsilon = \sigma/2$ .

На рис. 2 показан пример «движения» траекторий при работе АП для следующих значений входных параметров:  $\Delta_{mid} = 1000$  м;  $j_m = 50$ ;  $\sigma = 300$  м. Точками отмечено последовательно изменяющееся положение траекторий при сближении, крестиками – положение отметок (звездочка – центр системы координат).

Качество работы АП оценивали по следующим параметрам:

- вероятность  $P$  правильного отождествления траекторий и отметок (по эталону);
- среднее отклонение отметок от эталонов, соответствующих траекториям, отождествленным с данными отметками  $\Delta D$ ;
- время выполнения расчетов  $\Delta T$ .

Для сравнения проведено моделирование ВА, описанное в [10], которое выполняли в среде MATLAB. Результаты моделирования отражены в табл. 1–3. В табл. 1 приведены значения параметров  $P$ ,  $\Delta D$  и  $\Delta T$  для АП и ВА при различных  $j_m$ , в табл. 2 –  $P$  и  $\Delta T$  при различных  $\sigma$ , в табл. 3 –  $P$  и  $\Delta T$  при различных  $\Delta_{mid}$ , в табл. 4 – параметров  $P$  и  $\Delta T$  при различных  $j_m$  для большой плотности траекторий. В таблицах для наглядности введен параметр  $E$ , характеризующий «плотность» траекторий в пространстве по отношению к величине ошибки  $\sigma$ :

$$E = \frac{\sigma}{\Delta_{mid}}.$$

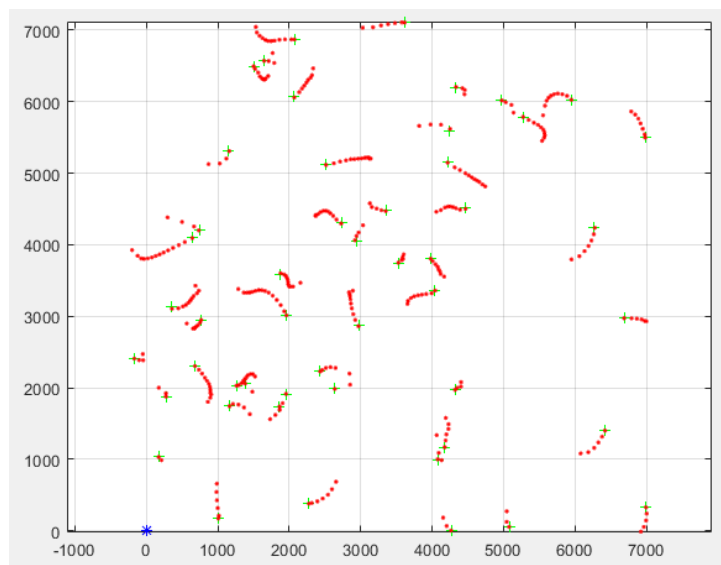


Рис. 2. Пример «движения» траекторий при работе алгоритма притяжения  
Fig. 2. An example of the “movement” of trajectories when the attraction algorithm works

**Таблица 1.** Значения параметров  $P$ ,  $\Delta D$ ,  $\Delta T$  для алгоритма притяжения и венгерского алгоритма при различных  $j_m$

**Table 1.**  $P$ ,  $\Delta D$ ,  $\Delta T$  parameter values for the attraction algorithm and the Hungarian algorithm for various  $j_m$

$\Delta_{mid} = 1000$ м, $\sigma = 300$ м ( $E = 0,3$ )							
$j_m$		250	300	500	1000	1500	2000
$P$	АП	0,748	0,770	0,722	0,707	0,730	0,730
	ВА	0,752	0,773	0,750	0,723	0,750	0,765
$\Delta D$ , м	АП	279	293	303	305	300	296
	ВА	275	304	293	299	293	286
$\Delta T$ , с	АП	1,70	2,99	7,71	29,76	65,50	114,75
	ВА	0,49	1,39	8,35	95,46	554,6	1476,2

**Таблица 2.** Значения параметров  $P$  и  $\Delta T$  при различных  $\sigma$  и  $E$

**Table 2.**  $P$  and  $\Delta T$  parameter values for various  $\sigma$  and  $E$

$\Delta_{mid} = 1000$ м, $j_m = 500$						
$\sigma$ , м		100	300	500	1000	2000
$E$		0,1	0,3	0,5	1	2
$P$	АП	0,976	0,722	0,432	0,144	0,060
	ВА	0,972	0,750	0,466	0,150	0,052
$\Delta T$ , с	АП	3,032	7,71	10,76	9,96	9,73
	ВА	0,700	8,35	26,17	36,67	52,81

**Таблица 3.** Значения  $P$  и  $\Delta T$  при различных  $\Delta_{mid}$  и  $E$

**Table 3.**  $P$  and  $\Delta T$  values for various  $\Delta_{mid}$  and  $E$

$\sigma = 300$ м, $j_m = 500$						
$\Delta_{mid}$ , м		100	300	500	1000	2000
$E$		3	1	0,6	0,3	0,15
$P$	АП	0,034	0,152	0,328	0,722	0,932
	ВА	0,026	0,150	0,346	0,75	0,944
$\Delta T$ , с	АП	2,59	4,28	7,03	7,71	6,46
	ВА	68,27	40,13	30,16	8,35	1,56

**Таблица 4.** Значения параметров  $P$  и  $\Delta T$  при различных  $j_m$  для большой плотности траекторий

**Table 4.**  $P$  and  $\Delta T$  parameter values for various  $j_m$  for high trajectory density

$\Delta_{mid} = 300$ м, $\sigma = 300$ м ( $E = 1$ )							
$j_m$		100	250	300	500	1000	1500
$P$	АП	0,22	0,136	0,177	0,152	0,149	0,143
	ВА	0,22	0,176	0,177	0,150	0,138	0,141
$\Delta T$ , с	АП	0,36	1,54	1,81	4,28	16,94	40,1
	ВА	0,12	3,79	7,00	40,13	664,4	3592,7

### Анализ результатов моделирования

Данные табл. 1–4 позволяют сделать следующие выводы.

1. Значения качественных показателей, т. е. вероятности правильного отождествления  $P$  и среднего отклонения  $\Delta D$  для АП и ВА практически равны при разных значениях  $j_m$ ,  $\sigma$ ,  $\Delta_{mid}$ .

2. Время выполнения расчетов  $\Delta T$  для АП значительно меньше при увеличении количества траекторий  $j_m$ , чем для ВА (табл. 1, 4). При этом при малых значениях  $j_m$  ВА работает быстрее, чем АП. Однако при  $j_m > 100$ –300 (зависит от плотности) проявляется преимущество АП в скорости.

3. Анализ табл. 1, 4 показывает, что время выполнения для АП увеличивается пропорционально примерно квадрату количества траекторий  $j_m$ ; для венгерского алгоритма – пропорционально кубу или четвертой степени. Например, при увеличении  $j_m$  с 500 до 1000 (в два раза) время выполнения  $\Delta T$  для АП увеличивается в 3,8–3,95 раза, а для венгерского алгоритма – в 11,4–16,5 раза.

4. При большой плотности АП работает быстрее, чем ВА. Например, при  $j_m = 1500$  и  $E = 0,3$  (табл. 1) время выполнения для АП и ВА составило соответственно 65,5 с и 554,6 с, для  $j_m = 1500$ ,  $E = 1$  (табл. 4) – соответственно 40,1 с и 3592,7 с. То есть при увеличении плотности более чем в три раза время выполнения для АП даже несколько уменьшилось, а для ВА увеличилось в 6,5 раза.

### Заключение

Предложенный алгоритм притяжения обеспечивает большее быстродействие при выполнении операции отождествления траекторий и отметок (более 100–300) по сравнению с венгерским алгоритмом при сохранении других качественных показателей. Алгоритм притяжения может быть использован при вторичной обработке радиолокационной информации в случае большого количества сопровождаемых траекторий. Очевидно, что данный алгоритм также можно применять в решении других задач о назначениях при соответствующей корректировке величин и размерности параметров.

### Список литературы

1. Коновалов, А. А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации / А. А. Коновалов. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013.
2. Кузьмин, С. З. Основы теории цифровой обработки радиолокационной информации / С. З. Кузьмин. М.: Советское радио, 1974.
3. Blackman, S. Design and Analysis of Modern Tracking Systems / S. Blackman, R. Popoli // Artech House. Boston – London, 1999.
4. Солонар, А. С. Особенности применения алгоритма аукциона для решения задачи отождествления на этапе вторичной обработки радиолокационной информации / А. С. Солонар, А. А. Михалковский // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия С. Фундаментальные науки. 2014. № 4. С. 95–102.
5. Апович, В. А. Характеристики алгоритмов оптимизации, используемых при решении задачи отождествления траекторий и отметок / В. А. Апович, В. С. Дудко, А. И. Минов // MILEX.INNOVATIONS-2019: 8-я Междунар. научная конф. по военно-техн. вопр., проблемам обороны и безопасности, использ. технологий двойного примен., 16–17 мая 2019 г., г. Минск. Минск, 2019. Ч. 5. Лаборатория интеллекта. 8 с.
6. Нигодин, Е. А. Генетический алгоритм решения задачи о назначениях / Е. А. Нигодин, Е. Е. Полупанова, А. С. Поляков // ResearchGate. Апрель 2019. С. 1–9.
7. Карпенко, А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой / А. П. Карпенко. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014.
8. Апович, В. А. Экстраполяция методом притяжения при отождествлении траекторий и отметок в системе вторичной обработки радиолокационной информации / В. А. Апович, Р. В. Бондаренко // Доклады БГУИР. 2014. № 4. С. 35–40.
9. Апович, В. А. Отождествление траекторий с помощью метода притяжения при третичной обработке радиолокационной информации / В. А. Апович, А. В. Шевченко // Доклады БГУИР. 2016. № 6. С. 35–39.
10. Bourgeois, F. An Extension of the Munkres Algorithm for the Assignment Problem to Rectangular Matrices / F. Bourgeois, J.-C. Lassalle // Communications of the ACM. 1971. Vol. 14. P. 802–806.

### References

1. Konovalov A. A. (2013) *Bases of the Trajectory Processing of Radar Information*. St.-Petersburg: SPbGATU “LATI” (in Russian).
2. Kuzmin S. Z. (1974) *Bases of Theory of Radar Information Digital Processing*. Moscow, Sovetskoe Radio Publ. (in Russian).
3. Blackman S., Popoli R. (1999) *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Artech House. Boston – London.
4. Solonar A., Mikhalkovski A. (2014) The Peculiarities of Auction Algorithm Application for the Solution of Identification Task at the Stage of Secondary Treatment of Radiolocating Information. *Polotsk State University Newsletter. C Series. Fundamental Sciences*. (4), 95–102 (in Russian).

5. Aparovich U., Dudko U., Minau A. (2019) The Characteristic of Optimization Algorithms Used in Solving the Problem of Trajectories and Marks Association. *MILEX.INNOVATIONS 2019: the 8<sup>th</sup> International Scientific Conference on Military-Technical Issues, Defense and Security Issues, the Use of Dual-Use Technologies, Minsk, May 16–17, 2019*. Minsk, Part 5. Intelligence Lab, 8.
6. Nigodin E. A., Polupanova E. E., Polyakov A. S. (2019) *Genetic Algorithm for Solving the Assignment Problem*. *ResearchGate*. 1–9.
7. Karpenko A. P. (2014) Modern Algorithms of Search Optimization. Nature-Inspired Algorithms. *Moscow, Publishing House of MSTU named after N. E. Bauman*.
8. Aparovich U. A., Bondarenko R. V. (2014) Extrapolation by Attraction Method for Identification of Tracks and Plots in System of Secondary Radar Information Processing. *Reports of BSUIR*, (4), 35–40 (in Russian).
9. Aparovich U. A., Shevchenko A. V. (2016) Correlation of Tracks from Different Radars in Information Processing by Attraction Method. *Reports of BSUIR*, 6, 35–39 (in Russian).
10. Bourgeois F., Lassalle J.-C. (1971) An Extension of the Munkres Algorithm for the Assignment Problem to Rectangular Matrices. *Communications of the ACM*, 14, 802–806.

#### Сведения об авторе

**Апорович В. А.**, к.т.н., начальник сектора  
ОАО «АГАТ – системы управления» –  
управляющая компания холдинга  
«Геоинформационные системы управления».

#### Адрес для корреспонденции

220114, Республика Беларусь,  
г. Минск, пр. Независимости, 117  
ОАО «АГАТ – системы управления» –  
управляющая компания холдинга  
«Геоинформационные системы управления»  
Тел. +375 29 569-41-49  
E-mail: aporovich@agat.by  
Апорович Владимир Андреевич

#### Information about the author

**Aparovich U. A.**, Cand. of Sci., Section Chief  
of Open Joint-Stock Company “AGAT – Control  
Systems” – Managing Company of “Geoinformation  
Control Systems Holding”.

#### Address for correspondence

220114, Republic of Belarus,  
Minsk, Nezavisimosti Ave., 117  
Open Joint-Stock Company “AGAT –  
Control Systems” – Managing Company  
of “Geoinformation Control Systems Holding”  
Tel. +375 29 569-41-49  
E-mail: aporovich@agat.by  
Aparovich Uladzimir Andreevich