

О СОЗДАНИИ СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМЫХ ИНТЕРАКТИВНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕХНОЛОГИЙ WOLFRAM

В. Б. Таранчук

Кафедра компьютерных технологий и систем, Факультет прикладной математики и информатики,
Белорусский государственный университет
Минск, Республика Беларусь
E-mail: taranchuk@bsu.by

Обсуждаются возможности наполнения и сопровождения с использованием средств Wolfram Mathematica интерактивных учебных материалов, включаемых в них программных демонстрационных модулей. Изложенные методы существенно расширяют возможности распространения живого динамического контента, создания электронных образовательных ресурсов, содержащих математическую нотацию любого уровня сложности и графические иллюстрации всех типов и категорий. Немаловажным достоинством является также то, что перечисленное не требует от создателей знаний программирования.

ВВЕДЕНИЕ

Важным направлением развития современного образования является повышение эффективности использования информационных технологий. В настоящее время аппаратное и программное обеспечение компьютера предоставляют разные возможности создания и использования электронных документов с компонентами интеллекта, динамической интерактивности. Такие документы имеют ряд преимуществ перед печатными изданиями. Актуальной является задача определения программных средств, позволяющих решать вопросы создания и сопровождения интерактивных образовательных ресурсов широкому кругу преподавателей, в том числе тем, кто не имеет опыта программирования.

Более всего подходят для выполнения перечисленного системы компьютерной математики, системы компьютерной алгебры, которые, в частности, обеспечивают символьные вычисления и графическую визуализацию. С обзором названных систем по состоянию на 2008 г. можно ознакомиться в книге [1], текущее состояние и основные функциональные возможности описаны в [2, 3]. Большинство систем символьных вычислений не только применимы для исследования различных математических и научно-технических задач, но и содержат все составляющие языков программирования - де факто являются проблемно ориентированными языками программирования высокого уровня. Широкое распространение в настоящее время имеют следующие системы компьютерной алгебры (СКА): *Derive*, *Maxima*, *Axiom*, *Reduce*, *MuPAD*. Особое место занимает система компьютерной математики *MATLAB*.

Лидерами СКА являются *Mathematica* и *Maple* - мощные системы с собственными ядрами символьных вычислений, оснащенные интеллектуальным пользовательским интерфейсом и обладающие широкими графическими и редакторскими возможностями. Эти две системы по

факту являются кроме прочего интерактивными математическими энциклопедиями, в которых можно изучать описания, постановки задач, методы решения, выполнять упражнения.

В докладе обсуждаются рекомендации создания и сопровождения интерактивных образовательных ресурсов с использованием технологий Wolfram Research, системы компьютерной алгебры *Mathematica*, формата вычисляемых документов CDF, коллекции размещаемых на сайте компании свободно распространяемых программных модулей. В настоящее время пользователям доступна *Mathematica 10*, которая открывает большое количество новых предметных областей, таких как машинное обучение, вычислительная геометрия, географические вычисления и работа с внешними приборами, а также углубляет свои возможности по всему миру алгоритмов. В докладе приведены обзор возможностей, примеры подготовки в системе *Mathematica* интерактивных программных приложений, учебных материалов по предметным полям настоящей конференции.

1. О ФОРМАТЕ ВЫЧИСЛЯЕМЫХ ДОКУМЕНТОВ

Начиная с версии 8, пользователи *Mathematica* получили возможность создания интерактивных книг, отчетов, программных приложений в CDF формате [4]. Такие документы с помощью бесплатной программы CDF Player можно свободно распространять и работать с ними, в том числе в виде веб-объектов всех популярных браузеров. CDF документы можно создавать с инструментами интерактивности (меню, кнопками, указателями, бегунками, динамическими локаторами), с возможностями представления результатов в математической нотации, визуализации шагов вычислений и иллюстрирования графиками всех типов (1D, 2D, 3D, анимация), импорта и экспорта результатов во все общепринятые форматы данных и графики. Реакцией на команды пользователя через

инструменты интерактивности являются обеспечиваемое использованием встроенной вычислительной подсистемы формирование и обновление контента. В документах формата CDF можно размещать текст, таблицы, изображения, аудио и видео, предусмотрено также использование печатной вёрстки и технических обозначений. Если предварительно необходимое запрограммировать, сгенерировать в *Mathematica*, то можно выполнять аналитические преобразования, вычисления, импорт и экспорт данных, графическую визуализацию; поддерживаются компоновки документа с разбивкой на страницы, со структурной детализацией; режим слайд-шоу, разные способы формирования и просмотра результатов в режиме реального времени. Важно, что формат CDF делает набор математических выражений семантически точным. В дополнение к качественной верстке, пригодной для публикаций, формулу можно вводить полностью набранной типографским способом и использовать для вычислений, доступно также указание формата вывода результатов: математическая нотация, формат языка программирования. Оформление документа можно контролировать, используя каскадные таблицы стилей. Документ, первоначально созданный в одном стиле, можно преобразовать в множество форм: отчет, статья, учебник, презентация, инфографика или приложение. *Mathematica* предоставляет создателям документов несколько сотен опций для форматирования и стилистического оформления, возможно немедленное обновление стилей динамического и статического контента.

II. О ПРОЕКТЕ WOLFRAM DEMONSTRATIONS

Компанией Wolfram Research создан и регулярно обновляется систематизированный каталог Wolfram Demonstrations Project свободно распространяемых онлайн-интерактивных демонстраций программных приложений-проектов [5]. По состоянию на октябрь 2015 г. в каталоге размещены и доступны посетителям сайта более 10300 демонстраций по разным разделам науки, техники, жизни. Целями проекта являются: демонстрация возможностей системы *Mathematica*; расширение круга пользователей разработок Wolfram; освоение приёмов программирования в системе. Включённые в коллекцию модули с интерактивным интерфейсом динамически иллюстрируют решения задач, различные процессы и понятия в широком диапазоне областей: математика, естественные науки, техника, экономика и т.д.; охватывают различные уровни знаний от элементарной школьной математики до сложных тем, например, таких как квантовая механика или модели биологических организмов. Все включаемые в каталог демонстрационные примеры имеют непосредственно связанный с графикой или визуализацией пользова-

тельский интерфейс, который динамически пересчитывается в ответ на такие действия пользователя, как передвижение ползунка, нажатие на кнопку или перетаскивание графического элемента ([6]). Каждая демонстрация имеет описание представляемой идеи. Все модули коллекции доступны для скачивания в формате системы *Mathematica NB* и формате вычисляемых документов CDF.

III. ПРИМЕРЫ ИНТЕРАКТИВНЫХ ПРОГРАММНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ ПО ПРЕДМЕТНЫМ ПОЛЯМ КОНФЕРЕНЦИИ ITS

В [7, 8] описаны рекомендации применения системы *Mathematica*, формата вычисляемых документов CDF, модулей коллекции демонстрационных проектов компании Wolfram при создании свободно распространяемых электронных интерактивных образовательных ресурсов. Отметим примеры программных модулей по основным направлениям настоящей конференции.

Системы управления. Начиная с версии 8, *Mathematica* обеспечивает интегрированный дизайн систем управления, пользователь имеет возможность использования широкого набора встроенных функций для осуществления анализа, дизайна и моделирования непрерывных и дискретных во времени систем управления с помощью как классических, так и современных методик. Символьно-численное вычислительное ядро *Mathematica* облегчает использование аналитических результатов для изучения взаимосвязи между элементами дизайна и предоставляет информацию о поведении сложных систем управления. Основные возможности ([9]):

- Функции для построения моделей в пространстве состояний или с помощью передаточной функции в естественной форме, а также простые в использовании способы перевода одной формы в другую.
- Построение линеаризованных моделей в пространстве состояний для систем, описываемых дифференциальными или разностными уравнениями.
- Переход между непрерывными и дискретными моделями, используя большой выбор алгоритмов.
- Соединение моделей и операции с моделями, такие как выбор или удаление составной части, каскадное включение ряда систем, построение схемы соединений подсистем и другое.
- Совокупность инструментов для анализа частотных характеристик, таких как ЛАФЧХ, АФЧХ, диаграмма Блэка-Николса, диаграмма сингулярных значений, для анализа и разработки систем.
- Возможность анализа моделей в пространстве состояний и перевода между разными представлениями, в том числе декомпозиции Кал-

мана, Йордана, внутренне сбалансированных и других представлений.

- Широкий выбор алгоритмов построения обратной связи, таких как робастное размещение полюсов и линейно-квадратичное гауссовское управление для улучшения характеристик системы.
- Функции симуляции для определения состояния и отклика на выходе замкнутых и незамкнутых систем.
- Встроенные функции для решения уравнений Риккати и Ляпунова.

Очень широкий набор программных приложений есть в Wolfram Demonstrations. Специалистам этого направления можно рекомендовать ознакомиться с размещёнными в ката-

логе [5] программными модулями: Automatic Feedback Control of a Pendulum-and-Cart System, Simulating Vehicle Suspension with a Simplified Quarter-Car Model, System Availability, System Reliability, First-Order Transfer Functions in Process Control, Simulation of Feedback Control System with Controller and Second-Order Plant, Fractal Robot Arm, Equine Motion, Moon Landing Simulation.

Пример модуля «Моделирование подвески колеса транспортного средства с упрощенной схемой нагрузки четверти автомобиля» приведен на рис. 1. Следует отдельно отметить, что по каждому параметру (и одновременно по нескольким) можно запустить видео-анимацию и регулировать скорость смены кадров.

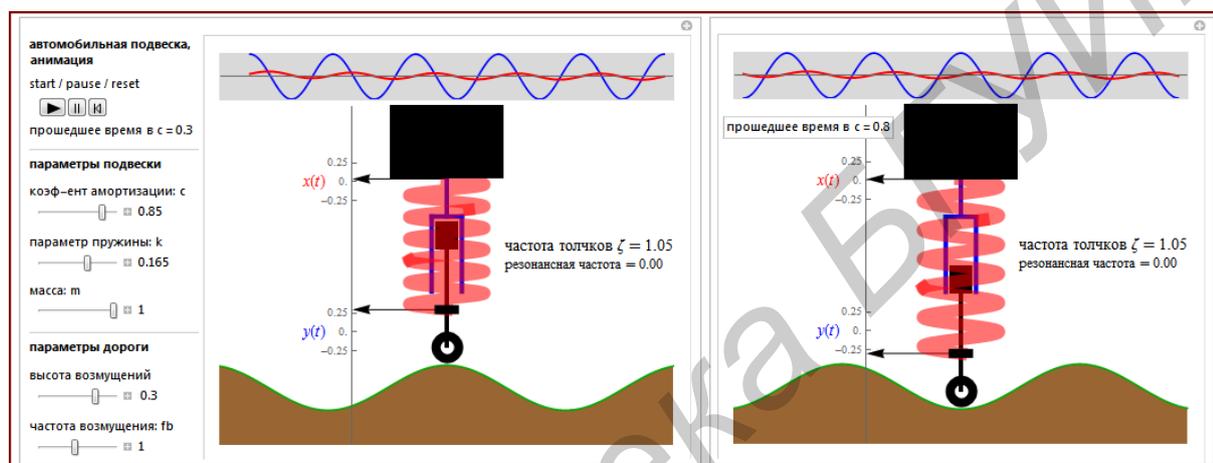


Рис. 1 – Пример панели управления модуля и двух кадров визуализации нагрузки подвески автомобиля

Интеллектуальные информационные технологии. *Mathematica* обеспечивает сочетание информации и вычислений. Благодаря встроенным современным архивным данным от Wolfram|Alpha, а также возможности доступа к удалённым ресурсам данных через SQL и веб-сервисы, система, в частности, облегчает анализ рынка, бэк-тестирование, создание инструментов для слежения за рынком и электронную торговлю. Результаты пригодны для непосредственного использования в визуализациях и вычислениях, они могут принимать форму чисел, таблиц или быть частью полного ответа.

Начиная с версии 9, система поддерживает доступ и предоставляет широкий комплект функций для анализа социальных сетей. Обеспечивается доступ к социальным сетям от различных источников, включая непосредственный доступ к социальным медиа сайтам, и высокоуровневые функции для выявления сообществ, сплочённых групп, для нахождения мер центральности и сходства делают проведение операций анализа сетей относительно лёгким и гибким.

Реализована поддержка полного спектра интернет-доступа со стороны клиента, можно обмениваться информацией с удалёнными сер-

верами и работать с программными интерфейсами (API) веб-приложений. Полученные данные можно обрабатывать и анализировать с помощью любых функций системы *Mathematica*. Поддержка асинхронного соединения делает возможным программирование в стиле AJAX для осуществления операций в фоновом режиме.

Mathematica, начиная с версии 8, обеспечивает вычисления финансовых деривативов, включая ценообразование различных опционов; вычисление стоимости облигаций, коэффициентов чувствительности и другого; вычисление временной стоимости денег при различных сценариях изменения эффективной процентной ставки.

Пример интеллектуального поиска информации, запрос в Интернет и вывод информации по котировкам и объемам продаж акций компании ERAM Systems на каждую дату торгов указанного временного интервала Нью-Йоркской фондовой биржи. Последовательные шаги сбора и визуализации информации:

- запрос и получение списка компаний Нью-Йоркской фондовой биржи, в названиях которых на первом месте ER (ER, ERAM, ERB, EPD, ERNE, EPI, EPL, ERMPRA, EPOL, EPP, ER-

PC, EPPRC, EPR, EPR-PC, EPR-PD, EPR-PE, EPRPRC, EPRPRD, EPRPRE, EPS, EPU, EPV);

- запрос и получение полного названия компании EPAM (EPAM Systems Inc);
- запрос и получение списка дат торгов и котировок в указанном временном интервале, запоминание списка с именем finDataEPAM (запрос сделан на период с 2015, 1, 1 по 2015, 7, 31);
- вывод результатов.

Графическая визуализация интерактивна – когда указатель подводится к конкретной полосе на графике (столбик даты), в строке над прямоугольником поля графики всплывают цифры значений цен на выбранную дату. Скриншот показан на рис. 2, пользователь выбрал конкретную дату (5/08/2015) – в строке над графиком выведены значения стоимостей: на момент открытия, максимальная, минимальная, на момент закрытия.

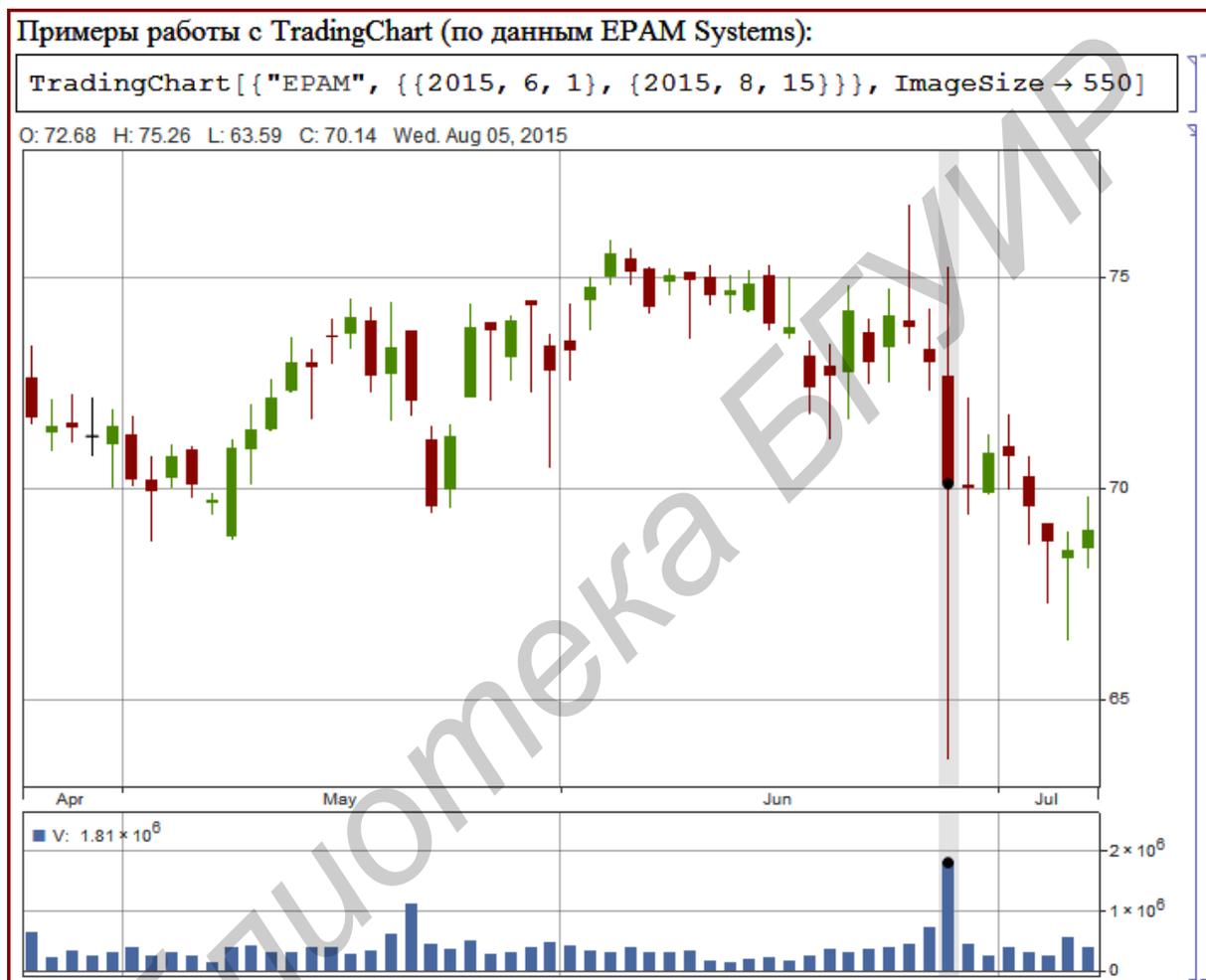


Рис. 2 – Пример визуализации данных котировок EPAM Systems Inc

Различные программные приложения по этой тематике есть в Wolfram Demonstrations. Специалистам этого направления можно рекомендовать ознакомиться с размещёнными в каталоге [5] программными модулями разделов: Algorithms (Coding Theory, Data Compression), Computer Science (Data Structures).

Системы обработки информации. Возможности СКА *Mathematica* в части инструментария, а также спектр программных модулей этого предметного поля широчайшие. Например, следуя [10], в проблемах анализа многомерных данных базовым математическим аппаратом является работа с ортогональными полиномами векторной переменной, векторными много-связными цепями Маркова, параллельный фак-

торный анализ, многоиндексные задачи линейного программирования, многомерно-матричные оптимальные статистические решения, конечно-мерные моменты стационарных случайных процессов и их оценки, многомерно-матричный метод главных компонент, многомерная модель метеорологических данных и OLAP-системы.

Всё перечисленное можно изучать, используя инструменты *Mathematica* в версиях, начиная с 8. Так, в СКА есть встроенные функции, возвращающие значения ортогональных многочленов n -й степени: ChebyshevT (Чебышева первого рода), ChebyshevU (Чебышева второго рода), HermiteH (Эрмита); JacobiP (Якоби), GegenbauerC (Гегенбауэра); LaguerreL (Лагерра, обобщенного Лагерра), LegendreP (Лежандра),

LegendreP (присоединенного полинома Лежандра), LegendreQ (функция Лежандра второго рода, присоединенная функция Лежандра второго рода).

Также важно, что разработанные и встроенные в ядро системы *Mathematica* функции обработки данных оптимизированы и обладают высоким быстродействием. Например, на рис. 3 приведены результаты измерения времени на-

хождения решений систем линейных уравнений, заданных квадратными целочисленными матрицами, приводимыми с помощью перестановок к блочно-треугольному виду [11]. Вычислительный эксперимент производился на 24-ядерной Intel Xeon 3.07 GHz 64-битной Linux системе, с ограничением по времени в 4200 секунд. Число, расположенное внизу, указывает во сколько раз система *Mathematica 9* быстрее, чем *Maple 16*.

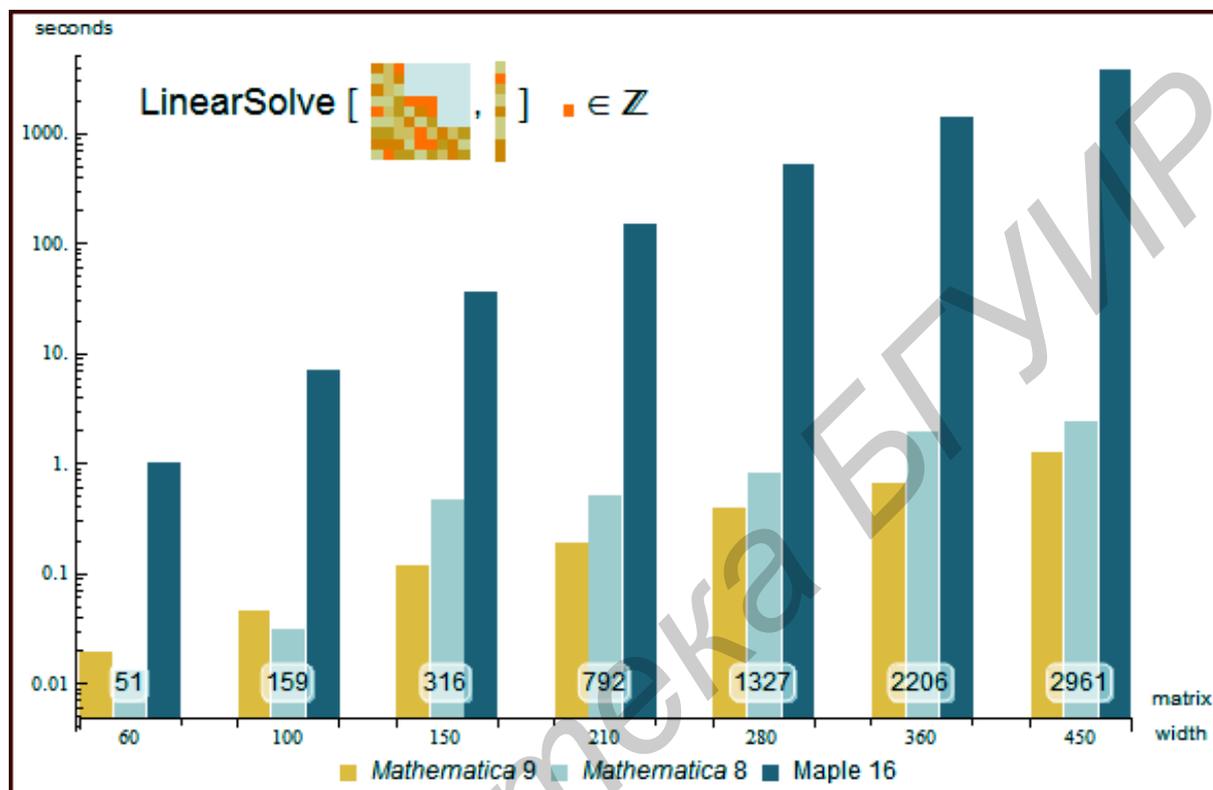


Рис. 3 – Пример сопоставления времени расчета в системах *Mathematica* и *Maple*

Различные программные приложения этого направления есть в Wolfram Demonstrations. Специалистам можно рекомендовать ознакомиться с размещёнными в каталоге [5] программными модулями раздела Systems, Models & Methods (в частности, подразделы: Chaos Theory, Discrete Models, Fractals, Game Theory, Generation of Form, Multi-agent Modeling, Networks, Random Processes, Substitution Systems, Trees, Engine). Число программных приложений по этой тематике – несколько тысяч.

Проектирование встраиваемых систем. Компания распространяет несколько специализированных систем, одной из которых является Wolfram SystemModeler – удобная в использовании ультрасовременная среда для физического и численного моделирования киберфизических систем [12]. На сайте компании размещены примеры областей применения и использования SystemModeler в аэрокосмической и оборонной промышленности, автомобильной технике и транспорте, тяжёлом строительном оборудова-

нии, промышленном производстве, энергетике, науках о живой природе, образовании.

Основные составляющие SystemModeler:

- FMI—импорт стандартизированных моделей (импорт моделей из других программ для моделирования и численного воспроизведения при помощи стандартизированного интерфейса функционального макетирования FMI);
- анализ надёжности (полный комплект функциональных возможностей системы *Mathematica* для анализа надёжности, включая блок-схемы расчёта надёжности, диаграммы дерева неисправностей, а также меры важности);
- проектирование моделей (расширенная поддержка единиц измерения и работы с ними позволяет вводить и отображать величины, используя систему единиц физических величин по выбору пользователя; копирование и вставка компонент из одной модели в другие);
- обновлённые и новые встроенные библиотеки (SystemModeler укомплектован обновлённой стандартной библиотекой языка Modelica, которая включает поддержку цифровых схем, быст-

рых моделей электрических и магнитных цепей, а также отслеживания нагрева в механических системах).

Модели и методы вычислительного эксперимента. Традиционно система *Mathematica* используется для получения точных аналитических решений, когда такое возможно. В версии 10 также реализованы несколько приближенных методов решения уравнений в частных производных – метод конечных элементов, прямой линии. Несколько примеров решения с возможностями интерактивной визуализации приведены в [13], в частности: решения уравнения Лапласа с граничными условиями Дирихле (плоская и трехмерная задачи) и Неймана, решение волнового уравнения на плоскости в многосвязной области с криволинейной границей, решения нескольких многомерных нестационарных задач. Решения получают с использованием функций ядра `NDSolveValue`, `ParametricNDSolveValue` и опциями `DirichletCondition`, `NeumannValue`; границы областей задаются функциями `MeshRegion`, `ImplicitRegion`, `ParametricRegion`, `DiscretizeRegion`, `TriangulateMesh`, `BoundaryMeshRegion`, `BoundaryDiscretizeRegion`.

В коллекции [5] представлено очень много моделей самых различных процессов, имеющих математическое описание известными точными или приближенными решениями. Самая большая коллекция (более 5 тысяч программных приложений) в разделе «Физические науки». Например, в подразделе «Астрономия» по теме «Солнечная система» пользователям предлагаются более 70 проектов, в подразделе «Физика» по теме «Гидродинамика» – более 100 проектов; в разделе «Инженерия и технологии» по теме «Нанотехнологии» – 18 проектов, по теме «Роботы» – более 30 проектов, по теме «Обработка изображений» – более 160 проектов.

В разделе «Системы. Модели и методы» по теме «Теория игр» размещены более 50 демонстраций. Очень большой раздел «Игры и развлечения», например по теме «Загадки» размещены более 350 проектов, в подразделе «Детям» размещены более 200 игр и головоломок.

Напомним, что все проекты, размещённые на страницах [5], имеют полные описания задачи, метода решения и алгоритма, прилагаются код NB, рекомендуемые сценарии работы с программным модулем, контрольные демонстрационные примеры; кроме исходного кода на каждой странице проекта прилагается версия в формате CDF, что обеспечивает возможности просмотра под любым браузером.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Упомянутые выше реализованные в *Wolfram Mathematica* методы и функции только частично отражают широкий спектр возможностей этой СКА. Приведены лишь несколько, но даже такой список убедительно свидетельствует о достоинствах *Mathematica*, целесообразности использования в системе высшего образования, науке, технике, жизни.

IV. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дьяконов, В. П. Энциклопедия компьютерной алгебры / В. П. Дьяконов // М.: ДМК Пресс, 2009. –1264 с.
2. List of computer algebra systems. [Электронный ресурс] / Режим доступа: http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_computer_algebra_systems. – Дата доступа: 07.09.2015.
3. Таранчук, В. Б. Основные функции систем компьютерной алгебры : пособие для студентов фак. прикладной математики и информатики / В. Б. Таранчук // Минск: БГУ, 2013. – 59 с.
4. CDF. Формат вычисляемых документов – Документы оживают благодаря возможностям вычислений. [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/cdf>. – Дата доступа: 8.09.2015.
5. Wolfram Demonstrations Project. [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://http://demonstrations.wolfram.com>. – Дата доступа: 8.09.2015.
6. Таранчук, В. Б. О создании интерактивных образовательных ресурсов с использованием технологий Wolfram / В. Б. Таранчук // Информатизация образования. –2014. –№ 1 (73). –С. 78–89.
7. Таранчук, В. Б. О подготовке и распространении на базе системы Mathematica интерактивных графических приложений / В. Б. Таранчук, В. А. Куликович // Информатизация образования: –2015. – № 1 (75). –С. 3–13.
8. 232. Таранчук, В. Б. Возможности и средства Wolfram Mathematica для разработки интеллектуальных обучающих систем / В. Б. Таранчук // «Научные ведомости БелГУ»: –2015. –№ 1 (198) выпуск 33/1, раздел системный анализ и управление, Белгород. –С. 102–110.
9. Wolfram MATHEMATICA. Наиболее полная система для современных технических вычислений в мире [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/mathematica>. – Дата доступа: 8.09.2015.
10. Муха, В. С. Математические модели многомерных данных / В. С. Муха // Доклады БГУИР: –2014. – № 2 (80). –С. 143 –158.
11. Быстрое нахождение решений точных разрежённых линейных уравнений [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/mathematica/new-in-9/enhanced-core-algorithms/fast-solutions-of-exact-sparse-linear-equations-ru.html>. – Дата доступа: 8.09.2015.
12. Wolfram SystemModeler. [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/system-modeler/>. – Дата доступа: 8.09.2015.
13. PDEs and Finite Elements. [Электронный ресурс] / – Режим доступа: <http://www.wolfram.com/mathematica/new-in-10/pdes-and-finite-elements/>. – Дата доступа: 8.09.2015.