

УДК 621.865.8:629.055

К ВОПРОСУ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНЫМ РОБОТОМ С КОЛЕСАМИ ВСЕНАПРАВЛЕННОГО ТИПА



С.А. Павлюковец
Заведующий кафедры
«Электропривод и
автоматизация промышленных
установок и технологических
комплексов» БНТУ, кандидат
технических наук, доцент
sap@bntu.by



А.А. Вельченко
Доцент кафедры
«Электропривод и
автоматизация
промышленных установок и
технологических
комплексов» БНТУ,
кандидат технических
наук, доцент
anna.velchenko@gmail.com



У Синьсинь
Аспирант кафедры
«Электропривод и
автоматизация промышленных
установок и технологических
комплексов» БНТУ
cometorning42@gmail.com



А.А. Радкевич
студент кафедры
«Электропривод и
автоматизация
промышленных установок и
технологических
комплексов» БНТУ
artyomradkevichbntu@gmail.
com



Н.О. Савко
студент кафедры
«Электропривод и
автоматизация промышленных
установок и технологических
комплексов» БНТУ
nikitsauko@mail.ru

С.А. Павлюковец

Кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой методов и алгоритмов управления мобильными роботами.

А.А. Вельченко

Кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой и исследованием нейросетевых регуляторов для электропривода.

У Синьсинь

Аспирант Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с исследованием алгоритмов управления мобильными роботами с колесами всенаправленного типа.

А.А. Радкевич

Студент 4-го курса Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой систем управления электроприводами.

Н.О. Савко

Студент 3-го курса Белорусского национального технического университета. Область научных интересов связана с разработкой математических моделей электропривода.

Аннотация. В настоящей работе рассмотрены математические модели управления роботами с колесами всенаправленного типа (*omni*-колесо и *mesanum*-колесо), представлены варианты комбинации различных типов всенаправленных колес в работе.

Ключевые слова: мобильный робот, всенаправленное колесо, *omni*-колесо, *mesanum*-колесо, управляемость, мобильность.

Введение.

Колесным мобильным роботом (КМР) называется автоматическое транспортное средство, управляемое дистанционно либо имеющее различные степени автономности. Данный фактор обусловил применение КМР для выполнения задач, связанных с риском для здоровья и безопасности человека, а также для автоматизации выполнения однотипных операций в различных отраслях промышленности, на транспорте и т.п.

Классификация КМР осуществляется в соответствии с использованным типом колес. В зависимости от выполняемой функции колеса в мобильных роботах подразделяются на управляемые и неуправляемые, ведущие и ведомые. Под управляемым колесом понимается такое колесо, направление вращения которого может изменяться в результате воздействия управляющей системы. В свою очередь, неуправляемое колесо не способно поворачиваться относительно оси своего вращения. Поворот такого колеса представляется возможным лишь в случае действия на него внешних сил, а не воздействия управляющей системы. Исходя из возможности комбинации различных типов колес, выделяются следующие разновидности колес по отношению к использованию в мобильном роботе:

- роликовые (неуправляемые и ведомые);
- неповоротные и неуправляемые;
- неповоротные и управляемые;
- управляемые и ведущие;
- управляемые и ведомые.

В управляемых колесах ось поворота зачастую пересекает ось вращения колеса, в то время как в неуправляемых эти оси всегда расположены на фиксированном определенном расстоянии относительно друг друга. Кроме того, в КМР могут применяться одинарные и двойные колеса, что не оказывает никакого влияния на кинематическую структуру робота, но влияет на распределение усилий между колесами.

КМР обычно являются неголономными транспортными средствами, движение которых ограничивается их скоростью. На практике это означает, что такие КМР имеют менее трех степеней подвижности. Исключение представляют всенаправленные мобильные роботы, являющиеся голономными транспортными средствами, т.к. они могут реализовать три независимых движения: в продольном и поперечном направлениях, а также вращение вокруг вертикальной оси.

На сегодняшний день вопрос управления колесами всенаправленного типа является одним из актуальных в мобильной робототехнике, поскольку их применение позволяет роботу двигаться во всех направлениях, что в ряде случаев дает выигрыш во времени.

Всенаправленные колеса являются более сложной механической конструкцией по сравнению с другими видами колес, что делает их относительно дорогими. Более того, во всенаправленных роботах все колеса имеют независимый привод и управление, что требует не менее трех электродвигателей.

При управлении мобильным роботом с колесами всенаправленного типа намного сложнее решение задач кинематики и, следовательно, контроля движения мобильной платформы.

Несмотря на это, всенаправленные роботы характеризуются хорошей маневренностью – они могут одновременно вращаться на месте и двигаться в любом направлении.

В процессе движения всенаправленные роботы не обладают хорошей устойчивостью, поскольку их управляемость и маневренность сильно зависит от скорости каждого колеса. Если одно из них утрачивает контакт с землей, робот движется в непреднамеренном направлении. Поэтому их оптимальный режим движения ограничивается ровной поверхностью.

Более того, всенаправленные роботы обладают худшим по сравнению с дифференциально управляемыми роботами навигационным счислением. Поэтому для обеспечения высокой точности движения, управление роботом не должно основываться только на его одометрии.

Классификация колес всенаправленного типа.

Разновидностями всенаправленных колес являются и *omni*-колеса и *mecanum*-колеса. Их особенность по сравнению с колесами традиционного типа заключается в том, что во всенаправленных колесах лишь одна компонента скорости точки соприкосновения колеса с плоскостью движения равна нулю при движении.

Mecanum-колеса характеризуются тем, что по окружности их обода размещены неприводные ролики, оси вращения которых повернуты на угол 45° относительно оси вращения колеса (рисунок 1). *Omni*-колеса являются двойными колесами, по окружности обода которых также размещены ролики, однако их угол вращения повернут на 90° относительно оси вращения колеса, что изображено на рисунке 2.

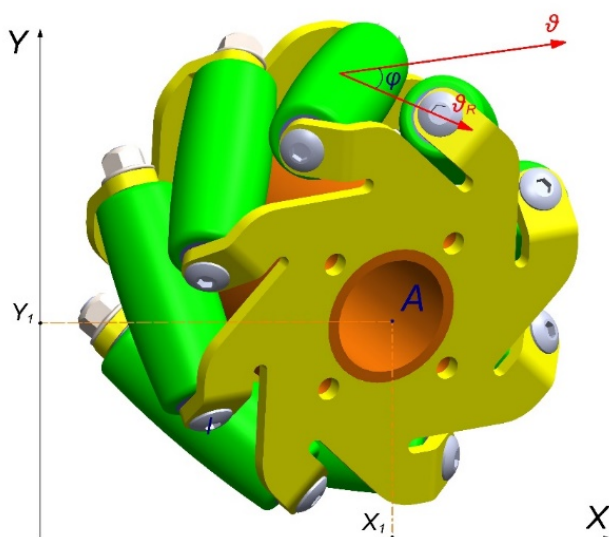


Рисунок 1. Трехмерная математическая модель *mecanum*-колеса

Кинематическая модель колесного робота с *omni*-колесами является голономной системой. В случае использования голономного привода, колеса располагаются таким образом, чтобы оси их вращения пересекались в одной точке. Роботы с голономным приводом обычно имеют три и реже четыре колеса.

Положение *omni*-колеса радиусом R относительно корпуса робота описывается следующими переменными: начальной точкой P неподвижной системы координат (\vec{X}, \vec{Y}) , неподвижным центром колеса A в данной системе координат, положение которого относительно этой системы характеризуется полярными координатами, в частности, длиной радиуса-вектора $PA = l$ и углом α . Ориентация плоскости колеса относительно направления радиус-вектора PA характеризуется постоянным углом β . Угол поворота колеса относительно его горизонтальной оси обозначается как $\varphi(t)$.

Размещение *omni*-колеса в неподвижной системе координат относительно корпуса робота, как и в случае с колесом традиционного фиксированного типа, определяется тремя постоянными параметрами: α , β , l . Для того, чтобы охарактеризовать направление движения, в проекции на которое скорость точки контакта равна нулю, вводится дополнительная переменная γ , являющаяся углом между плоскостью колеса и соответствующим направлением. Тогда соотношение между этими величинами имеет вид:

$$\left[-\sin(\alpha + \beta + \gamma) \cos(\alpha + \beta + \gamma) l \cdot \cos(\beta + \gamma) \right] \cdot R(\Theta) \cdot \dot{\xi} + r \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\varphi} = 0. \quad (1)$$

Кинематическая структура *omni*-колеса с расположением векторов данных переменных и параметров представлена на рисунке 2.

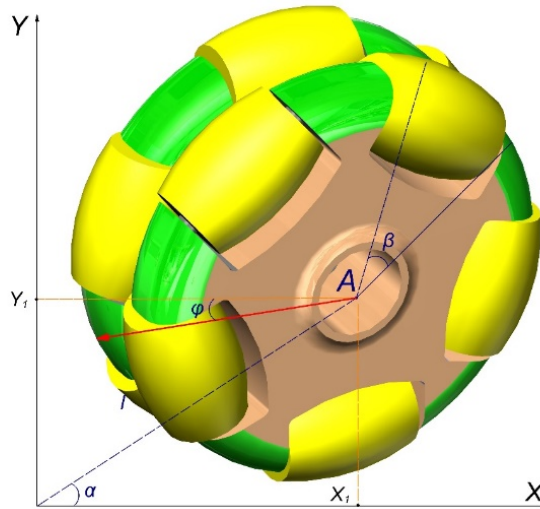


Рисунок 2. Трехмерная математическая модель *omni*-колеса

Мобильный робот с колесами всенаправленного типа *omni*.

Распространенным примером использования *omni*-колеса в робототехнике является трехколесный мобильный *omni*-робот, кинематическая модель которого представлена на рисунке 3.

Инверсная кинематика такого робота в неподвижных координатах (\vec{X}, \vec{Y}) рассматривается с учетом полной скорости робота \mathcal{G} и его угловой скорости $\dot{\varphi}$:

$$\mathcal{G} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}. \quad (2)$$

Полная скорость первого колеса \mathcal{G}_1 складывается из поступательной \mathcal{G}_{1T} и вращательной \mathcal{G}_{1R} составляющих скорости:

$$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_{1T} + \mathcal{G}_{1R}; \quad (3)$$

$$\mathcal{G}_{1T} = -\dot{x} \cdot \sin(\varphi) + \dot{y} \cdot \cos(\varphi); \quad (4)$$

$$\mathcal{G}_{1R} = R \cdot \dot{\varphi}. \quad (5)$$

Поэтому полная скорость первого колеса в данном роботе равняется:

$$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_{1T} - \dot{x} \cdot \sin(\varphi) + \dot{y} \cdot \cos(\varphi) + R \cdot \dot{\varphi}. \quad (6)$$

Аналогично, учитывая общий угол поворота второго колеса $(\varphi + \Theta_2)$, его полная скорость \mathcal{G}_2 рассчитывается по выражению:

$$\mathcal{G}_2 = -\dot{x} \cdot \sin(\varphi + \Theta_2) + \dot{y} \cdot \cos(\varphi + \Theta_2) + R \cdot \dot{\varphi}. \quad (7)$$

Таким же образом определяется полная скорость третьего колеса с учетом его поворота на угол $(\varphi + \Theta_3)$:

$$\mathcal{G}_3 = -\dot{x} \cdot \sin(\varphi + \Theta_3) + \dot{y} \cdot \cos(\varphi + \Theta_3) + R \cdot \dot{\varphi}. \quad (8)$$

Инверсная кинематическая модель трехколесного мобильного *omni*-робота в неподвижной системе координат (\vec{X}, \vec{Y}) определяется матрицей скоростей:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G}_1 \\ \mathcal{G}_2 \\ \mathcal{G}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & R \\ -\sin(\varphi + \Theta_2) & \cos(\varphi + \Theta_2) & R \\ -\sin(\varphi + \Theta_3) & \cos(\varphi + \Theta_3) & R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Внутренняя инверсная кинематическая модель из выражения (9) может быть представлена в компактной форме $\mathcal{G} = J \cdot \dot{q}$. Иногда управление роботом происходит по его локальным координатам, которые можно получить, рассмотрев преобразование вращения исходя из соотношения:

$$\mathcal{G} = J \cdot (R_G^L)^T \cdot \dot{q}_M. \quad (10)$$

Прямая кинематическая модель в неподвижных координатах выражается из матрицы обратной кинематики (9) с учетом соотношения $\dot{q} = S \cdot \mathcal{G}$, где $S = J^{-1}$.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\Theta_1) & -\sin(\Theta_1 + \Theta_2) & -\sin(\Theta_1 + \Theta_3) \\ \cos(\Theta_1) & \cos(\Theta_1 + \Theta_2) & \cos(\Theta_1 + \Theta_3) \\ \frac{1}{2 \cdot R} & \frac{1}{2 \cdot R} & \frac{1}{2 \cdot R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{G}_1 \\ \mathcal{G}_2 \\ \mathcal{G}_3 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

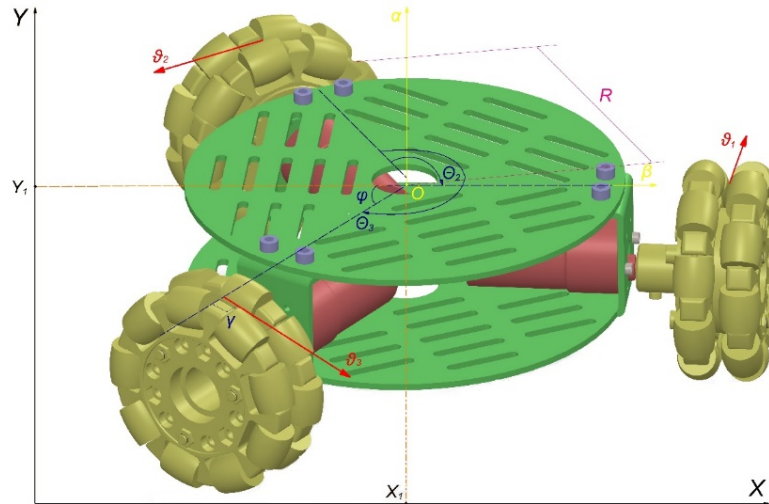


Рисунок 3. Пространственная кинематическая модель трехколесного КМР с *omni*-колесами

Мобильный робот с колесами всенаправленного типа *tesanum*.

Рассмотрим математическую модель колес всенаправленного типа в четырехколесных мобильных роботах. Одним из основных видов всенаправленных колес являются *tesanum*-колеса, представляющие собой колесо, на котором смонтировано несколько роликов, установленных на протяжении всей окружности обода. Угол вращения роликов составляет 45° между ними и осью колеса.

Кинематическая модель четырехколесного мобильного робота с *tesanum*-колесами изображена на рисунке 4.

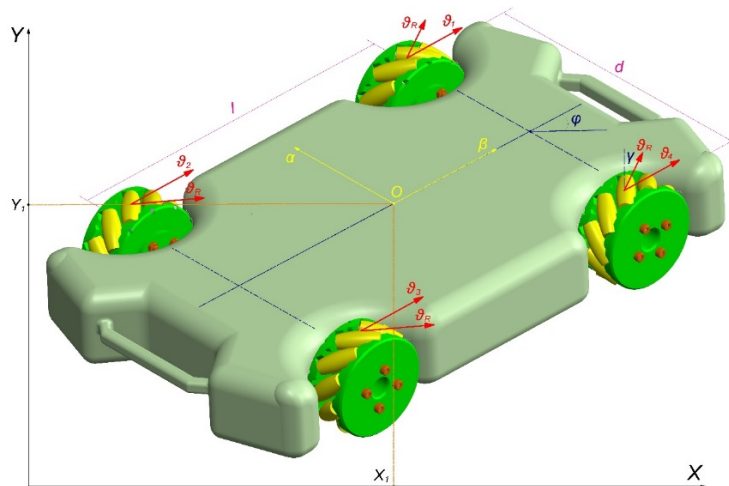


Рисунок 4. Кинематическая модель четырехколесного МРК с *tesanum*-колесами

Инверсная внешняя кинематическая модель четырехколесного мобильного робота с *tesanum*-колесами может быть разложена на несколько составляющих. Скорость переднего левого колеса в координатах плоскости (\vec{X}, \vec{Y}) представляется суммой скоростей вращения главного колеса во времени $\mathcal{G}_1(t)$ и скорости вращения роликов $\mathcal{G}_R(t)$.

Полная скорость движения робота в подвижной системе координат $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ определяется выражениями

$$\mathcal{G}_{\alpha 1} = \mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \mathcal{G}_1 + \frac{\mathcal{G}_R}{\sqrt{2}};$$

(12)

$$\mathcal{G}_{\beta 1} = \mathcal{G}_R \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\mathcal{G}_R}{\sqrt{2}},$$

(13)

откуда находится скорость основного колеса:

$$\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_{\alpha 1} - \mathcal{G}_{\beta 1}.$$

(14)

Скорость переднего левого колеса в подвижной системе координат также может быть выражена через поступательную скорость робота:

$$\mathcal{G} = \sqrt{\dot{X}_1^2 + \dot{Y}_1^2}.$$

(15)

и его угловую скорость $\dot{\varphi}$ посредством следующих выражений:

$$\mathcal{G}_{\alpha 1} = \dot{X}_1 - \dot{\varphi} \cdot \frac{d}{2};$$

(16)

$$\mathcal{G}_{\beta 1} = \dot{Y}_1 + \dot{\varphi} \cdot l,$$

(17)

где d – расстояние между колесами, расположенными на одной оси;
 l – длина платформы робота.

Из предыдущих уравнений следует, что скорость основного колеса может выражаться через скорость перемещения платформы робота:

$$\mathcal{G}_1 = \dot{X}_1 - \dot{Y}_1 - \left(l + \frac{d}{2}\right) \cdot \dot{\varphi}.$$

(18)

Аналогичные вычисления могут быть применены к остальным *тесанит*-колесам робота для определения их скоростей \mathcal{G}_2 , \mathcal{G}_3 , \mathcal{G}_4 .

Инверсная кинематическая модель робота в неподвижной системе координат (\vec{X}, \vec{Y}) определяется матричным методом

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G}_1 \\ \mathcal{G}_2 \\ \mathcal{G}_3 \\ \mathcal{G}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -\left(l + \frac{d}{2}\right) \\ 1 & 1 & -\left(l + \frac{d}{2}\right) \\ 1 & -1 & \left(l + \frac{d}{2}\right) \\ 1 & 1 & \left(l + \frac{d}{2}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X}_1(t) \\ \dot{Y}_1(t) \\ \dot{\phi}(t) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Внутренняя инверсная кинематическая модель из уравнения (19) может быть представлена в компактной форме $\mathcal{G} = J \cdot \dot{q}$, где $\mathcal{G}^T = [\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \mathcal{G}_3, \mathcal{G}_4]^T$ и $q^T = [X_1, Y_1, \phi]^T$.

Для расчета инверсной кинематики в неподвижных координатах вводится матрица поворота, представляющая положение подвижной системы координат по отношению к подвижной ($q = R_G^L q$),

$$R_G^L = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Тогда вектор скорости робота необходимо рассматривать как $\mathcal{G} = JR_G^L \dot{q}$.

Из выражения внутренней кинематической модели (9) в компактной форме, прямая внутренняя кинематическая модель представляется в виде $q = J^+ \mathcal{G}$, где $J^+ = (J^T J)^{-1} J^T$ является псевдообратной матрицей J .

Прямая внутренняя кинематика четырехколесного мобильного робота с *тесанит*-колесами определяется матричным выражением:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{\left(l + \frac{d}{2}\right)} & -\frac{1}{\left(l + \frac{d}{2}\right)} & \frac{1}{\left(l + \frac{d}{2}\right)} & \frac{1}{\left(l + \frac{d}{2}\right)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathcal{G}_1 \\ \mathcal{G}_2 \\ \mathcal{G}_3 \\ \mathcal{G}_4 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Прямая внутренняя кинематика в неподвижных координатах выражается в компактной форме уравнением $\dot{q} = (R_G^L) J^+ v$.

Заключение.

Таким образом, применение колес всенаправленного типа в робототехнике повышает мобильность колесного робота за счет использования движения колеса в различных направлениях, что влечет увеличение числа математических моделей для описания управления

движения роботом, что повышает области применения данного типа колес в некоторых областях специального назначения.

Список литературы

- [1] Кампион, Г. Структурные свойства и классификация кинематических и динамических моделей колесных мобильных роботов / Г. Кампион, Ж. Бастен, Б. д'Андреа-Новель // Нелинейная динамика. – 2011. – Т. 7, № 4. – С. 733–769.
- [2] Trojnacki, Maciej. Mechanical Properties of Modern Wheeled Mobile Robots / Maciej Trojnacki, Przemysław Dąbek // Journal of Automation, Mobile Robotics and Intelligent Systems. – 2019. – Vol. 13, № 3. – P. 3–13.
- [3] Klančar, Gregor. Wheeled Mobile Robotics. From Fundamentals Towards Autonomous Systems / Gregor Klančar, Andrej Zdešar, Sašo Blažič, Igor Škrjanc. – The Boulevard, Langford Lane, Kidlington, Oxford. – 2017. – 492 p.

CONTROL ALGORITHM FOR FOUR-WHEEL MOBILE ROBOTS

S.A. Pauliukavets

Head of the Department of «Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes» of BNTU, PhD of Technical Sciences, Associate Professor

A.A. Velchenko

Associate Professor of the Department of «Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes» of BNTU, PhD of Technical Sciences, Associate Professor

Wu Xinxin

PhD student of the Department of «Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes» of BNTU

A.A. Radkevich

Student of the Department of «Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes» of BNTU

N.O. Sauko

Student of the Department of «Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes» of BNTU

*Department of «Electric drive and automation of industrial installations and technological complexes»
Faculty of Information Technology and Robotics
Belarusian National Technical University, Republic of Belarus
E-mail: sap@bntu.by*

Abstract. In this paper, mathematical models for controlling robots with omnidirectional wheels (omni-wheel and mecanum-wheel) are considered, options for combining various types of omnidirectional wheels in a robot are presented.

Keywords: mobile robot, omnidirectional wheel, omni-wheel, mecanum-wheel, controllability, mobility.