УДК 519.86

39. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИГР ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТОЧКИ ОБЩЕСТВЕННОГО ПИТАНИЯ

Корбут К.И., студент гр.973901, Шинкарёва Е.Д., студент гр.973901

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники[1]
г. Минск, Республика Беларусь

Шинкевич Е.А. – канд. физ.-мат. наук

Аннотация. В данной работе рассмотрены методы статистических игр, применение которых позволило определить оптимальный объем предложения товара для заведения сферы общественного питания. Работа выполнена на основе реальных данных в табличном процессоре Excel.

Ключевые слова. Статистические игры, платежная матрица, стратегии, критерии статистических игр, оптимальная стратегия, оптимальный объем предложения товара.

При решении экономических задач часто приходится анализировать ситуации, в которых сталкиваются интересы двух или более конкурирующих сторон, преследующих различные цели, это особенно характерно в условиях рыночной экономики. Такого рода ситуации называются конфликтными. Математической теорией конфликтных ситуаций является теория игр. Во многих игровых задачах в сфере экономики неопределенность вызвана не сознательным противодействием противника, а недостаточной осведомленностью об условиях, в которых действуют стороны.

При управлении производством часто приходится принимать решения, не имея достаточной информации, то есть в условиях неопределенности и риска. Если неопределенность вызвана не сознательными действиями конкурента (второго игрока), а объективной действительностью (которую принято называть природой), то это — статистические игры, или игры с природой.

В них второй игрок (природа) действует совершенно случайно, возможные стратегии определяются как ее состояния. Например, условия погоды в данном районе, спрос на определенную продукцию, объем перевозок и другие факторы являются изменчивыми.

Подобные задачи часто встают перед руководителями различных организаций, одной из таких организаций является “Brown Cafe”. “Brown Cafe” — это небольшой производитель различных хлебобулочных изделий. Один из продуктов — чиабатта — будет продаваться на ярмарке на открытом воздухе. Менеджер по продажам должен решить, сколько штук следует произвести для продажи в течение дня. В данном заведении в течение нескольких лет отслеживалась продажа аналогичных продуктов. По результатам статистических подсчетов можно сделать вывод, что спрос варьируется в зависимости от погоды: при солнечной погоде составляет 1000 штук, при ветреной — 700 штук, при дождливой — 400 штук. Вероятности указанных состояний природы равны 0,4; 0,3; 0,3 соответственно. Затраты на производство одной чиабатты составляют 1,9 бел. руб. Отпускная цена 5 бел. руб. Если чиабатта не продается в течение дня, то она реализуется в количестве в среднем 100 штук со скидкой 20%. Если спрос превышает количество произведенной чиабатты, можно привезти необходимое количество из основного кафе. При этом затраты на транспортировку партии в 300 штук составляют 45 бел. руб.

Для определения оптимальной партии решим данную задачу, составив игровую схему, платежную матрицу и рассчитав значения критериев Гурвица, Лапласа, Сэвиджа, Байеса, Ходжа-Лемана и Вальда.

Составим игровую схему. Поскольку рассматриваемая ситуация является парной статистической игрой двух игроков, то в ней участников двое: первый — директор магазина. Его возможные стратегии:

– стратегия А1 - продавать 400 единиц чиабатты;
– стратегия А2 - продавать 700 единиц чиабатты;
– стратегия А3 - продавать 1000 единиц чиабатты.

Второй игрок — природа, под которой мы подразумеваем совокупность всех внешних условий, которые влияют на продажу. Стратегии второго игрока следующие:

– первая стратегия (П1) - дождливая погода;
– вторая стратегия (П2) - ветреная погода;
– третья стратегия (П3) - солнечная погода.

Составим платежную матрицу. Каждый элемент платежной матрицы — это прибыль от реализации продукции в соответствующих условиях.

Рассчитаем прибыль. Для ячеек на главной диагонали матрицы (спрос и предложение равны) прибыль равна спросу, умноженному на прибыль от реализации единицы товара. Для ячеек выше главной диагонали матрицы (спрос больше предложения) при расчете прибыли следует вычесть дополнительные затраты на транспортировку. Для ячеек ниже главной диагонали (спрос меньше предложения) необходимо учесть, что цена реализации нераспроданной за день продукции будет ниже на 20%. Таким образом, платежная матрица будет иметь вид, представленный в табл. 1.

Таблица 1 – Платежная матрица

Стратегия	П1 (400 ед.)	П2 (700 ед.)	П3 (1000 ед.)
А1 (400 ед.)	1240	2125	3010
А2 (700 ед.)	1070	2170	3055
А3 (1000 ед.)	500	1810	3100

Для того, чтобы определить оптимальный объем предложения товара воспользуемся различными критериями.

Так как известны вероятности возможных состояний природы, воспользуемся критерием Байеса и найдем максимальное значение средних выигрышей.

$$\text{B}^r = max\{\sum_{j=1}^{n} q_j r_{ij}\}, \tag{1}$$

Значения средних выигрышей составят $B_1 = 2213{,}5$, $\text{B}_2 = 2194, \text{B}_3 = 1933$. Сравниваем значения, выбираем максимальное — 2213,5. Таким образом, оптимальной стратегией по критерию Байеса является стратегия $А_1$.

Если предположить, что все возможные состояния природы равновероятны, то можно воспользоваться критерием Лапласа, согласно которому определим наибольшее среднее арифметическое значение выигрыша.

$$L_{\text{опт}} = \max\left(\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{N} k_{ij}\right), \tag{2}$$

Таким образом, средние арифметические значения выигрыша составляют $L_1 = 2125, L_2 = 2098{,}33, L_3 = 1803{,}33$.

Выбираем максимальное значение — 2125. Оптимальной по данному критерию также является стратегия $А_1$.

С помощью критерия Гурвица определим наибольшее средневзвешенное значение выигрыша, причем доля оптимизма задается с помощью некоторого коэффициента. Для данного критерия следует учесть два варианта событий: лицо, принимающее решение, настроено оптимистически, тогда коэффициент оптимизма $X = 0{,}7$; лицо, принимающее решение, настроено пессимистически, тогда коэффициент оптимизма $X = 0{,}3$.

$$W = max\left[X \cdot A_{ij}^{min} + (1 - X) \cdot A_{ij}^{max}\right], \tag{3}$$

Для каждого из вариантов оптимизма или пессимизма необходимо найти максимальный исход A_i^{max} и минимальный исход A_i^{min}: $A_1^{max} = 3010$, $A_2^{max} = 3055, A_3^{max} = 3100$, $A_1^{min} = 1240, A_2^{min} = 1070, A_3^{min} = 500$.

Рассчитаем значения критерия Гурвица при заданных коэффициентах оптимизма.

Пусть коэффициент оптимизма α = 0,7. Значения критерия Гурвица составят $H_1 = 2479$, $H_2 = 2459.5{,}3, H_3 = 2320$. Максимальным исходом при данном коэффициенте является H_1 = 2479. Оптимальной является стратегия A_1.

Пусть коэффициент оптимизма α = 0,3. Тогда значения критерия Гурвица составят $H_1 = 1771$, $H_2 = 1665.5, H_3 = 1280$. Максимальным исходом при данном коэффициенте является H_1 = 1771. Оптимальной является стратегия A_1.

Так как при различных коэффициентах оптимизма выбирается одинаковая стратегия, то при любом варианте лицу, принимающему решение, следует выбрать стратегию A_1.

Используя критерий Сэвиджа, оценим альтернативы, рассчитав “матрицу рисков”, в которой необходимо найти минимальный наибольший недополученный выигрыш.

Требуется найти наибольшее значение прибыли, которое возможно, для каждого представленного варианта спроса: $y_1 = 1240, y_2 = 2170, y_3 = 3100$.

Далее рассчитаем «риски», то есть недополученную прибыль. Составляем «матрицу рисков» из полученных значений и находим максимальные “риски” по строкам. Матрица рисков представлена в табл. 2.

Таблица 2 – «Матрица рисков»

Стратегия	П1 (400 ед.)	П2 (700 ед.)	П3 (1000 ед.)
А1 (400 ед.)	0	45	90
А2 (700 ед.)	170	0	45
А3 (1000 ед.)	740	360	0

Находим минимальное значение из максимальных “рисков”. Таким значением является R_1 = 90, значит оптимальной является стратегия A_1.

При определении оптимальной стратегии по критерию Ходжа-Лемана введем параметр α = 0,7, означающий достоверность информации о распределении вероятностей состояний природы q = (0,3, 0,3, 0,4).

Для каждой альтернативы определим максимальный исход A_i^{max} и минимальный исход A_i^{min}: $A_1^{max} = 3010$, $A_2^{max} = 3055, A_3^{max} = 3100$, $A_1^{min} = 1240, A_2^{min} = 1070, A_3^{min} = 500$.

Найдем выигрыши, используя вероятности состояний природы: $\text{B}_1 = 2213{,}5, \text{B}_2 = 2194, \text{B}_3 = 1933$.

Воспользуемся параметром альфа и найдем значение критерия Ходжа-Лемана для каждой альтернативы. Данные значения составляют $HL_1 = 1921{,}45, HL_2 = 1856{,}8, HL_3 = 1503{,}1$.

Среди найденных значений максимальным является HL_1 = 1921,45, значит оптимальной является стратегия A_1.

Критерий Вальда. Данный критерий опирается на принцип наибольшей осторожности, поскольку он основывается на выборе наилучшей из наихудших стратегий.

$$W = \max\left(min\left[h_{ij}\right]\right), \tag{4}$$

Таким образом, наихудшие стратегии равны $A_1^{min} = 1240, A_2^{min} = 1070$, $A_3^{min} = 500$. Значение критерия Вальда составляет $\text{W} = 2728$. Наиболее привлекательной является стратегия A_1.

Проанализировав результаты оценок критериев Гурвица, Лапласа, Сэвиджа, Байеса, Ходжа-Лемана и Вальда, можно сделать вывод о том, что стратегия A_1 является наиболее привлекательной. Директору следует принять решение о выпуске и реализации 400 единиц чиабатты на ярмарке на открытом воздухе. При варианте спроса равном 400 штук прибыль составит 1240 бел. руб., спрос в 700 штук позволит получить прибыль в размере 2125 бел. руб., при спросе в 1000 штук прибыль достигнет значения в 3010 бел. руб.

Решим данную задачу, используя приближенный метод Брауна-Робинсон.

Метод Брауна-Робинсон — это итеративная процедура построения последовательности пар смешанных стратегий игроков, сходящейся к решению матричной игры.

В 1-ой партии оба игрока выбирают произвольную чистую стратегию. В каждой последующей партии каждый игрок выбирает ту чистую стратегию, которая максимизирует его ожидаемый выигрыш, если противник играет в соответствии с эмпирическим вероятностным распределением, сформировавшимся за k партий. Оценивается интервал для цены игры и, если он достаточно мал, процесс останавливается. Полученные при этом вероятностные распределения определяют смешанные стратегии игроков.

Таблица 3 – «Метод Брауна-Робинсон»

Номер партии	Стратегия игрока А	Стратегия игрока В	А1	А2	А3	П1	П2	П3	V_{min}	V_{max}	V_{cp}
1	А1	В1	1240	1070	500	1240	2125	3010	3010	500	1755
2	А1	В1	2310	2140	1570	2310	3195	4080	4080	1570	2825
3	А1	В1	3380	3210	2640	3380	4265	5150	5150	2640	3895
…											

Таким образом, метод Брауна-Робинсона подтверждает, что при любом исходе кафе «Brown Cafe» следует выбирать стратегию A_1, то есть выпускать 400 единиц чиабатты. При этом средняя оценка игры, то есть накопленный выигрыш, при третьей итерации составит 3895 бел. руб.

Все расчеты были выполнены в табличном процессоре Excel, что позволяет пересчитывать значения платежной матрицы, результаты критериев, а также вычисления с помощью приближенного метода Брауна-Робинсон в зависимости от изменения ситуации.

Список использованных источников:

1. Иродов, И. Е. Математическая теория игр и приложения : учеб, пособие / И. Е. Иродов. - СПб., 2016.-448 с.
2. Климова, Н. В. Экономический анализ (теория, задачи, деловые игры): учеб, пособие / Н. В. Климова. - М., 2013. - 287 с.
3. Нечай, М. Н. Теория игр в экономике / М. Н. Нечай. - М., 2013. - 264 с..
4. Петросян, Л. А. Теория игр : учебник / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. В. Шевкопляс. - СПб., 2012.-432 с.

UDC 519.86

USAGE OF STATISTICAL GAMES IN OPTIMISATION OF THE CATERING POINT ACTIVITY

Korbut K.I[1], student gr.973901, Shinkaryova E.D. [1], student gr.973901

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics[1], Minsk, Republic of Belarus

Shinkevich E.A. – Candidate in Physics and Mathematics

Annotation. Statistical games methods were considered in this work, the usage of which made it possible to find optimal supply volume for the point of catering. The work is made on the basis of real data in spreadsheet Excel.

Keywords. Statistical games, payoff matrix, strategies, statistical games criteria, optimal strategy, optimal supply volume.