

Аннотация. Рассматривается проблема применения методов решения основных задач линейной алгебры в специальных дисциплинах инженерно-технического профиля и необходимость отдельного рассмотрения физических задач, использующих соответствующий математический аппарат. Приведены примеры использования стандартных приемов из курса алгебры к решению некоторых задач поисковой геологии.

Ключевые слова: корреляция; собственные значения; алгебра; неразрушающий контроль; интерпретация

Одной из простейших задач курса линейной алгебры выступает диагонализация квадратных матриц, при котором для произвольной их структуры (в той или иной степени отличной от симметричной, положительно определенной и проч.) возможны решения известного линейного уравнения, содержащего собственные значения и собственные векторы. Если в курсе высшей математики основной акцент делают на теоретическую составляющую вопроса и отработку учащимися общей методологии преобразований на примерах при росте их сложности, то у самих учащихся стандартно возникает проблема образного восприятия означенных пересчетов, созвучного геометрической и физической их интерпретации. В этой части рассматриваем два примера реализации расчета собственных чисел матриц для студентов нефтегазовых специальностей, а также учащихся геологоразведочного профиля для демонстрации универсального характера соответствующих прикладных задач, а также их сведения к физической аналогии, инвариантной относительно исследуемого объекта.

Базовой прикладной задачей в разбираемом нами направлении, пожалуй, может считаться диагонализация тензора упругих констант 6×6 , полученного в условиях ультразвукового исследования упругого континуума [1]. Решение задачи в данном случае опирается на уравнение Эйлера, реализующего поворот образца в трехмерном предметном пространстве относительно ансамбля приложенных к нему сил. При этом структура матрицы собственных векторов, равно как и итоговая структура упрощенного тензора упругих констант с обнулением части внедиагональных членов, определяют характер упругой симметрии анизотропного образца. Наглядность здесь определяется апелляцией к детерминированному кубику породной массы, находящемуся в состоянии остаточного напряжения, и, кроме того, к процедуре умозрительного поворота граней этого кубика относительно семейства внешних нагрузок.

Менее наглядной задачей может служить трансформирование градиентного тензора в неразрушающем магнитометрическом контроле предпорывного состояния погруженного магистрального трубопровода [2]. В отличие от кратко отмеченной выше задачи теории упругости наглядность здесь теряется, ибо объект изысканий (трубопровод) скрыт от прямого наблюдения. С другой стороны, содержание тензора 3×3 составляют значения трансформанты компонент вектора магнитной индукции внешнего (по отношению к трубопроводу) поля. В практике эксплуатации трубопроводной инфраструктуры нефтегазовой отрасли общепризнанными методами мониторинга считают шурфование (выкапывание) сегмента трубопровода при его последующей дефектоскопии, либо внутритрубную диагностику специальными зондами [3-5]. Оба способа отличаются затратностью и малой производительностью, при том, что стенки трубопроводов выполнены из ферромагнитных сплавов, а области их утонения способны создавать во внешнем магнитном поле контрастные аномальные отклики на уровне 10-6Тл. Впрочем, эти отклики, регистрируясь на фоне собственного магнитного поля трубы, магнитного поля сторонних техногенных источников и аномального магнитного поля геологических неоднородностей, оказываются не очень-то и заметными [6-7]. Проектные организации, сконцентрированные на технологиях инструментальных измерений, тонкую структуру магнитометрического сигнала не исследуют, из-за чего пропускают львиную долю нарушенных участков и

дезавируют сам метод. В практике ООО «Диагностические системы» (ДИАС) нами, напротив, внедрен аналитический подход, опирающийся на анализ пространственных градиентов компонент вектора магнитной индукции внешнего поля:

– означенные градиенты, полученные в результате прямых измерений ансамблем юстированных ферромагнитных датчиков, образующих взаимоортогональные трехкомпонентные структуры на вершинах трех взаимоортогональных антенн, по определению являются собой итог высокочастотной фильтрации графиков компонент вектора магнитной индукции [8].

– означенная фильтрация подавляет трендовую составляющую магнитометрического сигнала и делает контрастным пространственно распределенный аномальный отклик, детектирующих нарушенных участков на интервале от 2.5 до 5 метров по оси трубопровода.

– в рамках достигнутого остается реализовать распознавание аномального отклика не на конечном интервале, а в малой окрестности отдельной точки измерений, для чего в каждой точке на оси трубопровода формируется тензор 3×3 , значения которого, повторимся, образуют величины численно определенных первых производных по трем пространственным координатам (осям трех взаимоортогональных антенн).

Таким образом, магнитометрический сигнал имеет вид не традиционного скалярного поля и не векторного представления, а форму пространственного распределения тензорного сигнала [9]. Здесь задача диагонализации каждого тензора сводится к расчету собственных значений, для чего решается стандартное кубическое уравнение. В случае квазипотенциального характера внешнего магнитного поля этот тензор носит симметрический характер, что физически истолковывается как нулевой ротор вектора магнитной индукции и маркер ненарушенного состояния трубопровода. Здесь корни кубического уравнения (три собственных значения градиентного тензора) имеют вещественный характер. Как только структура внешнего магнитного поля приобретает вихревой характер, имеем несимметричную структуру означенного тензора, что даёт один вещественный и два комплексно сопряженных корня кубического уравнения. Это решение выступает маркером нарушенного участка трубопровода.

Наиболее общей задачей линейной алгебры в расчете собственных чисел считают диагонализацию корреляционной матрицы, полученной на основании количественного сопоставления разнородных геолого-геофизических признаков, детектирующих позицию геологической неоднородности детерминированного генезиса. Собственно коэффициент парной корреляции, варьирующийся от -1 до 1 , определяет наличие или отсутствие между парой таких признаков линейной зависимости, которую в отсутствие зависимости фундаментального характера определяют единственным видом функциональной связи между статистическими гетерогенными выборками. В этих условиях вычисление собственных чисел корреляционной матрицы геометрически истолковывается как вращение координатных осей многомерного признакового пространства, дабы облако экспериментальных точек, определяющее структуру данного пространства, своими сгущениями равномерно распределилось вдоль означенных осей. Длина отдельной оси здесь задаётся в безразмерной форме собственным значением корреляционной матрицы. Угол поворота этой оси относительно исходных координатных осей признакового пространства определяется косинусами углов поворота, либо – отвечающим полученному собственному значению собственным вектором. При получении диагональной формы матрицы коэффициентов парной корреляции содержательной интерпретации подлежит матрица собственных векторов, которую рассматривают как аналитически выведенные коэффициенты парной корреляции между ансамблем первично измеренных геолого-геофизических признаков и набором латентных характеристических параметров геологической системы, определяющих функциональную (корреляционную) связь в означенном выше ансамбле.

Обобщая, можно видеть, что элементарная процедура упрощения структуры матрицы до её диагональной формы на основе операции поворота, в действительности реализует расширение размерности наблюдаемого нами пространства. С точки зрения физической аналогии это восходит к фундаментальной модели платоновой пещеры, постулирующей статистический характер любого из

известных нам фундаментальных законов природы в случае исключения из описания одной из определяющих, временной или пространственной, координат.

Список литературы:

1. Кулагина М. А., Рычков Б. А., Степанова Ю. Ю. Определение упругих констант горных пород // Вестник Самарского государственного технического университета. 2019. Том 23. – С. 20–24.
2. Любчик А.Н. Способ дистанционного магнитометрического контроля технического состояния магистральных трубопроводов // Записки Горного института. 2012. Том 195. С. 268.
3. Movchan I. B., Yakovleva A. A. Approach to automation of field diagnosis data interpretation for localization of pitting in the pipeline wall // Geophysics. 2019. №10. – С. 1571–1581.
4. Бахтизин Р. Н., Запиров Р. М., Коробков Г. Е., Масалимов Р. Б. Оценка влияния внутреннего давления, вызывающего дополнительный изгиб трубопровода // Записки Горного института. 2020. Том 242. – С. 160. <https://doi.org/10.31897/pmi.2020.2.160>.
5. Мовчан И. Б., Елисеев А. А., Семёнов В. В. Бесконтактный магнитометрический способ локализации и оценки технологических аномалий в структуре трубопроводов// Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук: сб. науч. ст. – Москва, 2018. – С. 80–85.
6. Проскуряков Р.М., Дементьев А.С. Построение системы диагностики технического состояния нефтепровода на основе постоянного пульсирующего магнитного поля // Записки Горного института. 2016. Том 218. С. 215.
7. Крюков О. В., Мещеряков В. Н., Туганов Р. Б. Экспериментальные исследования измерения магнитного поля трубопровода в зонах поверхностных дефектов // Автоматизация и ИТ в нефтегазовой области. 2020. Том 4.
8. Брякин И. В., Бочкарёв И. В. Феррозондовые магнитометры с новым способом возбуждения на основе магнитоэлектрического взаимодействия // Вестник Южно-Уральского государственного университета. 2021. Том 21 – С. 24–29.
9. Кризский В. Н., Александрова П. Н. Викторова С. В. Математическое моделирование магнитного поля катодно-поляризуемого трубопровода // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. 2019. – С. 207–212.

E. I. Movchan¹, A. A. Yakovleva¹, V. V. Semyonov²

Eigenvalues of matrix constructions in geological exploration tasks: some applied aspects of the curriculum of the Higher Mathematics course

¹ Saint Petersburg Mining University;

² LLC «DIAC», Russia

Abstract. *The problem of applying methods for solving the main problems of linear algebra in special disciplines of engineering and technical profile and the need for a separate consideration of physical problems using the appropriate mathematical apparatus is considered. Examples of using standard techniques from the algebra course to solve some problems of prospecting geology are given.*

Keywords: correlation; corresponding eigenvalue; algebra; nondestructive testing; interpretation