http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-13-21

Оригинальная статья
Original paper

УДК 621.385.6

УРАВНЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ ПРОДОЛЬНО-АЗИМУТАЛЬНО НЕРЕГУЛЯРНЫХ ВОЛНОВОДОВ С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СТЕНОК

А. А. КУРАЕВ, В. В. МАТВЕЕНКО

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (г. Минск, Республика Беларусь)

Поступила в редакцию 05.07.2023

Аннотация. Сформулированы уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов с учетом потерь в стенках. Внутренняя поверхность стенок волновода задается произвольной гладкой функцией $b(\varphi, z)$. Используется метод преобразования координат – исходная цилиндрическая система координат r, φ, z заменяется новой ρ, φ, z, где $\rho = r/(b(\varphi, z))$. В новой системе граница волновода определяется как $\rho = 1 = \text{const}$, то есть геометрия волновода – регулярный цилиндр. Для такого волновода полная система собственных функций известна. С учетом этих функций для определения амплитуд парциальных волн применяется стандартная процедура неполного метода Галеркина. Полученные общие уравнения могут быть использованы при расчете и оптимизации как электронных приборов СВЧ и КВЧ различных типов, так и пассивных устройств СВЧ разнообразного применения.

Ключевые слова: уравнения возбуждения, продольно-азимутально нерегулярные волноводы, конечная проводимость стенок, метод Галеркина.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Кураев, А. А. Уравнения возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов с учетом конечной проводимости стенок / А. А. Кураев, В. В. Матвеенко // Доклады БГУИР. 2024. Т. 22, № 1. С. 13–21. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-13-21.

EXCITATION EQUATIONS FOR LONGITUDINALLY-AZIMUTALLY IRREGULAR WAVEGUIDES TAKING INTO ACCOUNT THE FINITE OF THE WALLS CONDUCTIVITY

ALEXANDER A. KURAYEV, VLADIMIR V. MATVEYENKA

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (Minsk, Republic of Belarus)

Submitted 05.07.2023

Abstract. Excitation equations for longitudinal-azimuthally irregular waveguides are formulated taking into account losses in the walls. The inner surface of the waveguide walls is given by an arbitrary smooth function $b(\varphi, z)$. The coordinate transformation method replaces the original cylindrical coordinate system r, φ, z with a new one ρ, φ, z, where $\rho = r/(b(\varphi, z))$. The new system defines the waveguide boundary as $\rho = 1 = \text{const}$, i. e. the waveguide geometry transforms as a regular cylinder. Taking these functions into account, the standard procedure of the incomplete Galerkin method is used to determine the amplitudes of partial waves. The resulting general equations can be used in the calculation and optimization of both microwave and EHF electronic devices of various types, as well as passive microwave devices of various applications.

Keywords: excitation equations, longitudinal-azimuth irregular waveguides, finite wall conductivity, Galerkin's method.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interest.

For citation. Kurayev A. A., Matveyenka V. V. (2024) Excitation Equations for Longitudinally-Azimutally Irregular Waveguides Taking into Account the Finite of the Walls Conductivity. *Doklady BGUIR*. 22 (1), 13–21. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-22-1-13-21 (in Russian).

Введение

Теория возбуждения и распространения волн в произвольно-нерегулярных прямолинейных волноводах (продольно-азимутально нерегулярных волноводах) является основой моделирования и оптимизации как пассивных устройств СВЧ [1–9], так и электронных приборов СВЧ и КВЧ: релятивистских ЛОВ-ЛБВ [3, 10], гиротронов, гиро-ЛБВ [11, 12]. Однако в настоящее время развита теория возбуждения лишь продольно-нерегулярных волноводов [13–17]. Отсутствие в теории возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов электронными потоками сдерживает моделирование соответственно разработки высокоорбитных гирорезонансных приборов миллиметрового диапазона, приборов типа О и приборов типа Е (приборы с электростатической фокусировкой, как в гелитроне), где для повышения селекции мод требуется использование ребристых, в том числе продольно-азимутально нерегулярных волноводных, систем. В статье обобщена теория, изложенная в [14–17], для случая, когда внутренняя граница волновода $b = b(\varphi, z)$.

Постановка задачи

Рассмотрим продольно-азимутально нерегулярный волновод, его внутренняя граница задается произвольной гладкой функцией $b = b(\varphi, z)$. Преобразуем исходную цилиндрическую систему координат r, φ, z в новую ρ, φ, z, где $\rho = r/(b(\varphi, z))$. При переходе от исходной системы координат к неортогональной радиус-вектор внутренней точки может быть задан как $\vec{r}(\rho,\varphi,z) = z\vec{z}_0 + \rho b(x,y)(\vec{x}_0\cos\varphi + \vec{y}_0\sin\varphi)$. В векторной форме уравнения Максвелла в неортогональной системе координат ρ, φ, z имеют вид:

$$rot\vec{H}' = \varepsilon_a \hat{g}\frac{\partial \vec{E}'}{\partial t} + \hat{g}\vec{\delta}'; \quad (1)$$

$$rot\vec{E}' = -\mu_a \hat{g}\frac{\partial \vec{H}'}{\partial t} - \hat{g}\vec{\delta}'^{\text{М}}. \quad (2)$$

Физические компоненты вектора $\vec{H}$ могут быть записаны следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} H_\tau &= H'_\rho / b;\\ H_\varphi &= H'_\varphi / b - \frac{H'_\rho}{b^2}\frac{\partial b}{\partial \varphi};\\ H_z &= H'_z - H'_\rho \frac{\rho}{b}\frac{\partial b}{\partial z}. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Компоненты векторов $\vec{E}$, $\vec{\delta}$, $\vec{\delta}^{\text{М}}$ записываются аналогично $\vec{H}$. В соответствии с (3) плотности токов $\vec{\delta}'$ и $\vec{\delta}'^{\text{М}}$ в уравнениях (1) и (2) должны выражаться через физические компоненты. Представим это на примере $\vec{\delta}'$

$$\delta'_\rho = \delta_r b;\ \delta'_\varphi = \delta_\varphi b + \delta_r\frac{\partial b}{\partial \varphi};\ \delta'_z = \delta_z + \delta_r \rho\frac{\partial b}{\partial z}. \quad (4)$$

В системе координат ρ, φ, z внутренняя граница продольно-азимутально нерегулярного волновода $b = b(\varphi, z)$ преобразуется в регулярный цилиндр с внутренней границей $\rho = 1$. Таким образом, граничные условия для уравнений (1), (2) в системе координат ρ, φ, z в случае конечной проводимости стенок приобретают простейший вид

$$\left[\vec{\rho}_0\dot{\vec{E}}\right]\Big|_{\rho=1} = -\vec{G}\left[\vec{\rho}_0\left[\vec{\rho}_0\dot{\vec{H}}\right]\right]\Big|_{\rho=1}, \tag{5}$$

где $\vec{G} = \dot{W}_\sigma^0\sqrt{\dfrac{g}{g^{11}}}\begin{pmatrix} \rho\left[g^{11}g^{22}-(g^{12})^2\right] & g^{11}g^{22}-g^{12}g^{13} \\ g^{11}g^{23}-g^{12}g^{13} & \dfrac{1}{\rho}\left[g^{11}g^{22}-\left(g^{13}\right)^2\right]\end{pmatrix}$; $\dot{W}_\sigma^0$ – волновое сопротивление стенки волновода, $\dot{W}_\sigma^0 = (1+j)\sqrt{\dfrac{\pi f\mu_\sigma}{\sigma}}$; μ_σ, σ – магнитная проницаемость и удельная проводимость; f – рабочая частота; $\widehat{g}$ – метрический тензор, компоненты которого имеют вид:

$$\widehat{g} = \sqrt{g}\begin{pmatrix} \dfrac{g^{11}}{\rho} & g^{12} & \dfrac{g^{13}}{\rho} \\ g^{21} & \rho g^{22} & g^{23} \\ \dfrac{g^{31}}{\rho} & g^{32} & \dfrac{g^{33}}{\rho} \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} &\sqrt{g} = V = b^2\rho;\ g^{11} = \frac{1}{b^4}\left(b^2 + \left(\frac{\partial b}{\partial\varphi}\right)^2 + \rho^2 b^2\left(\frac{\partial b}{\partial z}\right)^2\right); \\ &g^{22} = 1/\left(b\rho\right)^2;\ g^{33} = 1;\ g^{12} = -\frac{1}{b^3\rho}\frac{\partial b}{\partial\varphi} = g^{21}; \\ &g^{13} = -\frac{\rho}{b}\frac{\partial b}{\partial z} = g^{31};\ g^{23} = g^{32} = 0. \end{aligned}$$

Вывод уравнений возбуждения
продольно-азимутально нерегулярного волновода электронными потоками

Представим решение уравнений (1)–(3) в виде:

$$\left.\begin{aligned} \dot{\vec{E}}_t &= \sum_{j=1}^{J}\sum_{n=-N}^{N}\left(\dot{A}_{nj}^{\mathrm{E}}\left(z\right)\vec{e}_{nj}^{\,\mathrm{E}} + \dot{A}_{nj}^{\mathrm{M}}\left(z\right)\vec{e}_{nj}^{\,\mathrm{M}}\right); \\ \dot{\vec{E}}_z &= \sum_{j=1}^{J}\sum_{n=-N}^{N}\dot{C}_{nj}\left(z\right)\varphi_{nj}\vec{z}; \\ \dot{\vec{H}}_t &= \sum_{j=1}^{J}\sum_{n=-N}^{N}\left(\dot{B}_{nj}^{\mathrm{E}}\left(z\right)\vec{h}_{nj}^{\mathrm{E}} + \dot{B}_{nj}^{\mathrm{M}}\left(z\right)\vec{h}_{nj}^{\mathrm{M}}\right); \\ \dot{\vec{H}}_z &= \sum_{j=1}^{J}\sum_{n=-N}^{N}\dot{D}_{nj}\left(z\right)\psi_{nj}\vec{z}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Для (6) использована следующая система базисных функций:

$$\left.\begin{aligned} &\varphi_{nj} = J_n(\nu_{nj}\rho)e^{\mathrm{i}n\varphi}, \quad \psi_{nj} = J_n(\mu_{nj}\rho)e^{\mathrm{i}n\varphi}; \\ &\vec{e}_{nj}^{\,\mathrm{E}} = \left\{\vec{\rho}_0\nu_{nj}J_n'(\nu_{nj}\rho) + \vec{\varphi}_0\mathrm{i}\frac{n}{\rho}J_n(\nu_{nj}\rho)\right\}e^{\mathrm{i}n\varphi}; \\ &\vec{e}_{nj}^{\,\mathrm{M}} = \left\{\vec{\rho}_0\frac{\mathrm{i}n}{\rho}J_n(\mu_{nj}\rho) - \vec{\varphi}_0\mu_{nj}J_m'(\mu_{nj}\rho)\right\}e^{\mathrm{i}n\varphi}; \\ &\vec{h}_{nj}^{\mathrm{E}} = \left\{-\vec{\rho}_0\frac{\mathrm{i}n}{\rho}J_n(\nu_{nj}\rho) + \vec{\varphi}_0\nu_{nj}J_n'(\nu_{nj}\rho)\right\}e^{\mathrm{i}n\varphi}; \\ &\vec{h}_{nj}^{\mathrm{M}} = \left\{\vec{\rho}_0\mu_{nj}J_n'(\mu_{nj}\rho) + \vec{\varphi}_0\mathrm{i}\frac{n}{\rho}J_n(\mu_{nj}\rho)\right\}e^{\mathrm{i}n\varphi}, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

где $J_n(x)$ – функции Бесселя 1-го рода n-го порядка; $J_n(\nu_{nj}\rho) = 0$; $J_n'(\mu_{nj}\rho) = 0$.

Для проекций используем комплексно-сопряженную систему базисных функций:

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi_{-mi} = (-1)^m J_m(\nu_{mi}\rho)e^{-\mathrm{i}m\varphi}, \psi_{-mi} = (-1)^m J_m(\mu_{mi}\rho)e^{-\mathrm{i}m\varphi};\\
&\vec{e}^{\,\mathrm{E}}_{-mi} = (-1)^m\left\{\vec{\rho}_0\nu_{mi}J'_m(\nu_{mi}\rho) - \vec{\varphi}_0\mathrm{i}\frac{m}{\rho}J_m(\nu_{mi}\rho)\right\}e^{-\mathrm{i}m\varphi};\\
&\vec{e}^{\,\mathrm{M}}_{-mi} = (-1)^{m+1}\left\{\vec{\rho}_0\frac{\mathrm{i}m}{\rho}J_m(\mu_{mi}\rho) + \vec{\varphi}_0\mu_{mi}J'_m(\mu_{mi}\rho)\right\}e^{-\mathrm{i}m\varphi};\\
&\vec{h}^{\mathrm{E}}_{-mi} = (-1)^m\left\{\vec{\rho}_0\frac{\mathrm{i}m}{\rho}J_m(\nu_{mi}\rho) + \vec{\varphi}_0\nu_{mi}J'_m(\nu_{mi}\rho)\right\}e^{-\mathrm{i}m\varphi};\\
&\vec{h}^{\mathrm{M}}_{-mi} = (-1)^m\left\{\vec{\rho}_0\mu_{mi}J'_m(\mu_{mi}\rho) - \vec{\varphi}_0\mathrm{i}\frac{m}{\rho}J_m(\mu_{mi}\rho)\right\}e^{-\mathrm{i}m\varphi}.
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Комплексные амплитуды находим из модифицированных уравнений проекций, приведенных в [16, 17], с учетом разницы граничных условий (5) и условий для базисных функций $\left[\vec{\rho}_0\dot{\vec{E}}\right]\Big|_{\rho=1} = 0.$ Уравнения комплексных амплитуд имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}
&\int_0^{2\pi}\int_0^1\left(\left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{H}}_t, \vec{e}^{\,\mathrm{E}}_{-mi}\right]\vec{z}_0 - \mathrm{i}m\omega\varepsilon_0\hat{g}\left(\dot{\vec{E}}_t + \dot{\vec{E}}_z\right)\vec{e}^{\,\mathrm{E}}_{-mi}\right)\rho d\rho d\varphi = Q^1_{mi};\\
&\int_0^{2\pi}\int_0^1\left(\mu^2_{mi}\dot{H}_z\psi_{-mi} + \left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{H}}_t, \vec{e}^{\,\mathrm{M}}_{-mi}\right]\vec{z}_0 - \mathrm{i}\omega\varepsilon_0\hat{g}\left(\dot{\vec{E}}_t + \dot{\vec{E}}_z\right)\vec{e}^{\,\mathrm{M}}_{-mi}\right)\rho d\rho d\varphi = Q^2_{mi};\\
&\int_0^{2\pi}\int_0^1\left(-\dot{\vec{H}}_t\vec{h}^{\mathrm{E}}_{-mi} - \mathrm{i}\omega\varepsilon_0\hat{g}\left(\dot{\vec{E}}_t + \dot{\vec{E}}_z\right)\vec{z}_0\varphi_{-mi}\right)\rho d\rho d\varphi = Q^3_{mi};\\
&\int_0^{2\pi}\int_0^1\left(-\dot{E}_z\nu^2_{mi}\varphi_{-mi} + \left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{E}}_t, \vec{h}^{\mathrm{E}}_{-mi}\right]\vec{z}_0 + \mathrm{i}\omega\mu_0\hat{g}\left(\dot{\vec{H}}_t + \dot{\vec{H}}_z\right)\vec{h}^{\mathrm{E}}_{-mi}\right)\rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi}\vec{G}\left(\vec{H}_\varphi + \vec{H}_z\right)\vec{h}^{\mathrm{E}}_{-mi}\Big|_{\rho=1}d\varphi = 0;\\
&\int_0^{2\pi}\int_0^1\left[\frac{\partial}{\partial z}\dot{\vec{E}}_t, \vec{h}^{\mathrm{M}}_{-mi}\right]\vec{z}_0 + \mathrm{i}\omega\mu_0\hat{g}\left(\dot{\vec{H}}_t + \dot{\vec{H}}_z\right)\vec{h}^{\mathrm{M}}_{-mi}\rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi}\vec{G}\left(\vec{H}_\varphi + \vec{H}_z\right)\vec{h}^{\mathrm{M}}_{-mi}\Big|_{\rho=1}d\varphi = 0;\\
&\int_0^{2\pi}\int_0^1\left\{\dot{\vec{E}}_t\vec{e}^{\,\mathrm{M}}_{-mi} + \mathrm{i}\omega\mu_0\hat{g}\left(\dot{\vec{H}}_t + \dot{\vec{H}}_z\right)\vec{z}_0\psi_{-mi}\right\}\rho d\rho d\varphi + \int_0^{2\pi}\vec{G}\left(\vec{H}_\varphi + \vec{H}_z\right)\vec{z}_0\psi_{-mi}\Big|_{\rho=1}d\varphi = 0.
\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Подставляя в (9) решения (6) и (8), а также используя закон сохранения заряда в интегралах возбуждения справа $Q^1_{mi}, Q^2_{mi}, Q^3_{mi}$, получаем уравнения возбуждения:

$$\begin{aligned}
&2\pi\left(\frac{d\dot{B}^{\mathrm{E}}_{m,i}(z)}{\varepsilon_0\omega dz} + \mathrm{i}\dot{A}^{\mathrm{E}}_{m,i}(z)\right)e_{m,i} + \mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{C}_{n,j}(z)F^6_{m,n}(z)\left(mI^{12}_{m,n,i,j} - \nu_{m,i}I^{10}_{m,n,i,j}\right) +\\
&+\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)\begin{pmatrix}F^1_{m,n}(z)\left(m\nu_{n,j}I^2_{m,n,i,j} + n\nu_{m,i}I^3_{m,n,i,j} - mnI^5_{m,n,i,j} - \nu_{m,i}\nu_{n,j}I^1_{m,n,i,j}\right) +\\ +F^3_{m,n}(z)\left(m\nu_{n,j}I^9_{m,n,i,j} + n\nu_{m,i}I^{10}_{m,n,i,j} - mnI^{12}_{m,n,i,j} - \nu_{m,i}\nu_{n,j}I^8_{m,n,i,j}\right)\end{pmatrix} +\\
&+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)\left(F^2_{m,n}(z)\left(n\nu_{m,i}I^3_{m,n,i,j} - m\nu_{n,j}I^2_{m,n,i,j}\right)\right) +\\
&+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)\left(F^1_{m,n}(z)\left(mnI^4_{m,n,i,j} - n\nu_{m,i}I^7_{m,n,i,j}\right) + F^3_{m,n}(z)\left(mnI^{13}_{m,n,i,j} - n\nu_{m,i}I^{11}_{m,n,i,j}\right)\right) +\\
&+\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)\left(F^2_{m,n}(z)\left(m\mu_{n,j}I^6_{m,n,i,j} + n\nu_{m,i}I^7_{m,n,i,j} - \nu_{m,i}\mu_{n,j}I^{14}_{m,n,i,j}\right)\right) = \frac{Q^1_{m,i}}{\varepsilon_0\omega};
\end{aligned}$$

$$Q_{m,i}^{1}=\frac{I_0}{K}\sum_{k=1}^{K}e^{\left(m\varphi_k-\theta_k\right)\mathrm{i}}\left(\begin{aligned}&\rho_k\left(\nu_{m,i}J_{m+1}\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)-m\frac{J_m\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\right)b\left(\varphi_k,z\right)\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial z}+\\&+\frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}}\left(\nu_{m,i}J_{m+1}\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)-m\frac{J_m\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\right)\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial\varphi}+\\&+\left(\nu_{m,i}J_{m+1}\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)-m\frac{J_m\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\right)\frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}}\left(\frac{\left(1-b\left(\varphi_k,z\right)\right)}{\left(b\left(\varphi_k,z\right)\right)^2}\left(\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial\varphi}\right)^2-b\left(\varphi_k,z\right)\right)+\\&+\mathrm{i}m\frac{J_m\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\left(\frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}}\left(\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{b\left(\varphi_k,z\right)}-1\right)\right)+\frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}}b\left(\varphi_k,z\right)\right);\end{aligned}\right)$$

$$2\pi\left(\frac{d\dot{B}_{m,i}^{\mathrm{M}}\left(z\right)}{\varepsilon_0\omega dz}+\mathrm{i}\dot{A}_{m,i}^{\mathrm{M}}\left(z\right)\right)h_{m,i}+\frac{2\pi}{\varepsilon_0\omega}\dot{D}_{m,i}\left(z\right)\mu_{m,i}^2I_{m,i}^{22}+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{C}_{n,j}\left(z\right)F_{m,n}^{6}mI_{m,n,i,j}^{24}\left(z\right)+$$
$$+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}_{n,j}^{\mathrm{M}}\left(z\right)F_{m,n}^{2}\left(z\right)\left(m\mu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{20}-n\mu_{m,i}I_{m,n,i,j}^{21}\right)-$$
$$-\ \mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}_{n,j}^{\mathrm{M}}\left(z\right)mn\left(F_{m,n}^{1}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{18}+F_{m,n}^{3}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{22}\right)+$$
$$+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}_{n,j}^{\mathrm{E}}\left(z\right)m\left(F_{m,n}^{1}\left(z\right)\left(\nu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{16}-nI_{m,n,i,j}^{19}\right)+F_{m,n}^{3}\left(z\right)\left(\nu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{23}-nI_{m,n,i,j}^{24}\right)\right)+$$
$$+\ \mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}_{n,j}^{\mathrm{E}}\left(z\right)F_{m,n}^{2}\left(z\right)\left(n\mu_{m,i}I_{m,n,i,j}^{17}+m\nu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{16}-\mu_{m,i}\nu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{25}\right)=\frac{Q_{m,i}^{2}}{\varepsilon_0\omega};$$

$$Q_{m,i}^{2}=\frac{I_0}{K}\sum_{k=1}^{K}e^{\left(m\varphi_k-\theta_k\right)\mathrm{i}}\left(\begin{aligned}&\left(\mu_{m,i}J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\rho_k\right)-m\frac{J_m\left(\mu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\right)\left(\frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}}\left(\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial\varphi}\left(\frac{1}{b\left(\varphi_k,z\right)}-1\right)\right)+\frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}}b\left(\varphi_k,z\right)\right)+\\&+\ \mathrm{i}m\frac{J_m\left(\mu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\frac{\beta_{r,k}}{\beta_{z,k}}\left(\left(\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial\varphi}\right)^2\frac{\left(b\left(\varphi_k,z\right)-1\right)}{\left(b\left(\varphi_k,z\right)\right)^2}+b\left(\varphi_k,z\right)\right)-\\&-\ \mathrm{i}m\frac{\beta_{\varphi,k}}{\beta_{z,k}}\frac{J_m\left(\mu_{m,i}\rho_k\right)}{\rho_k}\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial\varphi}-\mathrm{i}mJ_m\left(\mu_{m,i}\rho_k\right)b\left(\varphi_k,z\right)\frac{\partial b\left(\varphi_k,z\right)}{\partial z};\end{aligned}\right)$$

$$\frac{2\pi}{\varepsilon_0\omega}\dot{B}_{m,i}^{\mathrm{E}}\left(z\right)e_{m,i}-\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{C}_{n,j}\left(z\right)F_{m,n}^{5}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{12}-$$
$$-\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}_{n,j}^{\mathrm{M}}\left(z\right)nF_{m,n}^{6}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{13}+\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{A}_{n,j}^{\mathrm{E}}\left(z\right)F_{m,n}^{6}\left(z\right)\left(nI_{m,n,i,j}^{12}-\nu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{9}\right)=\frac{Q_{m,i}^{3}}{\varepsilon_0\omega};$$

$$Q_{m,i}^{3}=\frac{I_0}{K}\sum_{k=1}^{K}e^{\left(m\varphi_k-\theta_k\right)\mathrm{i}}J_m\left(\nu_{m,i}\rho_k\right)\left(b\left(\varphi_k,z\right)\right)^2;$$

$$-2\pi\left(\frac{d\dot{A}_{m,i}^{\mathrm{E}}\left(z\right)}{\mu_0\omega dz}+\mathrm{i}\dot{B}_{m,i}^{\mathrm{E}}\left(z\right)\right)e_{m,i}-\frac{2\pi}{\mu_0\omega}\nu_{m,i}^2I_{m,i}^{12}\dot{C}_{m,i}\left(z\right)+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{D}_{n,j}\left(z\right)mF_{m,n}^{6}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{13}+$$
$$+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}_{n,j}^{\mathrm{E}}\left(z\right)F_{m,n}^{2}\left(z\right)\left(n\nu_{m,i}I_{m,n,i,j}^{3}-m\nu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{2}\right)+\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}_{n,j}^{\mathrm{E}}\left(z\right)mn\left(F_{m,n}^{1}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{5}+F_{m,n}^{3}\left(z\right)I_{m,n,i,j}^{12}\right)+$$
$$+\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}_{n,j}^{\mathrm{M}}\left(z\right)m\left(F_{m,n}^{1}\left(z\right)\left(\mu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{6}-nI_{m,n,i,j}^{4}\right)+F_{m,n}^{3}\left(z\right)\left(\mu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{26}-nI_{m,n,i,j}^{13}\right)\right)+$$
$$+\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}_{n,j}^{\mathrm{M}}\left(z\right)F_{m,n}^{2}\left(z\right)\left(n\nu_{m,i}I_{m,n,i,j}^{7}+m\mu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{6}-\nu_{m,i}\mu_{n,j}I_{m,n,i,j}^{14}\right)=-\frac{W_{m,i}^{1}}{\mu_0\omega};$$

$$W^1_{m,i} = W^0_\sigma \left(\begin{aligned} &\left(mJ_m\left(\nu_{m,i}\right) - \nu_{m,i}J_{m+1}\left(\nu_{m,i}\right)\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(\left(F^7_{m,n}(z) + F^{10}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)\left(nJ_n\left(\nu_{n,j}\right) - \nu_{n,j}J_{n+1}\left(\nu_{n,j}\right)\right)\right) + \\ &+\left(mJ_m\left(\nu_{m,i}\right) - \nu_{m,i}J_{m+1}\left(\nu_{m,i}\right)\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(\left(F^7_{m,n}(z) - F^8_{m,n}(z) + F^9_{m,n}(z) + F^{10}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{D}_{n,j}(z)J_n\left(\mu_{n,j}\right)\right) + \\ &+\mathrm{i}\left(mJ_m\left(\nu_{m,i}\right) - \nu_{m,i}J_{m+1}\left(\nu_{m,i}\right)\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(n\left(F^7_{m,n}(z) + F^{10}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)J_n\left(\mu_{n,j}\right)\right); \end{aligned} \right.$$

$$\begin{gathered} -2\pi\left(\frac{d\dot{A}^{\mathrm{M}}_{m,i}(z)}{\mu_0\omega dz} + \mathrm{i}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{m,i}(z)\right)h_{m,i} + \mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{D}_{n,j}(z)F^6_{m,n}(z)\left(\mu_{m,i}I^{30}_{m,n,i,j} - mI^{22}_{m,n,i,j}\right) + \\ +\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)\left(\begin{aligned} &F^1_{m,n}(z)\left(mnI^{18}_{m,n,i,j} + \mu_{m,i}\mu_{n,j}I^{15}_{m,n,i,j} - m\mu_{n,j}I^{20}_{m,n,i,j} - n\mu_{m,i}I^{21}_{m,n,i,j}\right) + \\ &+F^3_{m,n}(z)\left(mnI^{22}_{m,n,i,j} + \mu_{m,i}\mu_{n,j}I^{27}_{m,n,i,j} - m\mu_{n,j}I^{29}_{m,n,i,j} - n\mu_{m,i}I^{30}_{m,n,i,j}\right) \end{aligned}\right) + \\ +\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)F^2_{m,n}(z)\left(m\mu_{n,j}I^{20}_{m,n,i,j} - n\mu_{m,i}I^{21}_{m,n,i,j}\right) + \\ +\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)\left(F^1_{m,n}(z)\left(mnI^{19}_{m,n,i,j} - n\mu_{m,i}I^{17}_{m,n,i,j}\right) + F^3_{m,n}(z)\left(mnI^{24}_{m,n,i,j} - n\mu_{m,i}I^{28}_{m,n,i,j}\right)\right) + \\ +\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)F^2_{m,n}(z)\left(m\nu_{n,j}I^{16}_{m,n,i,j} + n\mu_{m,i}I^{17}_{m,n,i,j} - \mu_{m,i}\nu_{n,j}I^{25}_{m,n,i,j}\right) = \frac{W^2_{m,i}}{\mu_0\omega}; \end{gathered}$$

$$W^2_{m,i} = W^0_\sigma \left(\begin{aligned} &mJ_m\left(\mu_{m,i}\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(n\left(F^7_{m,n}(z) + F^{10}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)J_n\left(\mu_{n,j}\right)\right) + \\ &+\mathrm{i}mJ_m\left(\mu_{m,i}\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(\left(F^8_{m,n}(z) - F^7_{m,n}(z) - F^9_{m,n}(z) - F^{10}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{D}_{n,j}(z)J_n\left(\mu_{n,j}\right)\right) + \\ &+\mathrm{i}mJ_m\left(\mu_{m,i}\right)\left(\sum_{n=-N}^{N}\left(F^7_{m,n}(z) + F^{10}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)\left(\nu_{n,j}J_{n+1}\left(\nu_{n,j}\right) - nJ_n\left(\nu_{n,j}\right)\right)\right); \end{aligned} \right.$$

$$\begin{gathered} -\frac{2\pi}{\mu_0\omega}\dot{A}^{\mathrm{M}}_{m,i}(z)h_{m,i} + \mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{D}_{n,j}(z)F^5_{m,n}(z)I^{22}_{m,n,i,j} + \\ +\mathrm{i}\sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)F^6_{m,n}(z)\left(\mu_{n,j}I^{29}_{m,n,i,j} - nI^{22}_{m,n,i,j}\right) - \sum_{n=-N}^{N}\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)nF^6_{m,n}(z)I^{24}_{m,n,i,j} = -\frac{W^3_{m,i}}{\mu_0\omega}; \end{gathered}$$

$$W^3_{m,i} = W^0_\sigma \left(\begin{aligned} &J_m\left(\mu_{m,i}\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(\left(F^7_{m,n}(z) + F^9_{m,n}(z) + F^{10}_{m,n}(z) - F^{11}_{m,n}(z)\right)\sum_{j=1}^{J}\dot{D}_{n,j}(z)J_n\left(\mu_{n,j}\right)\right) + \\ &+J_m\left(\mu_{m,i}\right)\sum_{n=-N}^{N}\left(F^8_{m,n}(z)\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{E}}_{n,j}(z)\left(\nu_{n,j}J_{n+1}\left(\nu_{n,j}\right) - nJ_n\left(\nu_{n,j}\right)\right)\right) - \\ &-\mathrm{i}J_m\left(\mu_{m,i}\right)\left(\sum_{n=-N}^{N}nF^6_{m,n}(z)\sum_{j=1}^{J}\dot{B}^{\mathrm{M}}_{n,j}(z)J_n\left(\mu_{n,j}\right)\right), \end{aligned} \right.$$

где k – номер крупной частицы; $\beta_{r,k}, \beta_{\varphi,k}, \beta_{z,k}$ – соответственно $\frac{\upsilon_{r,k}}{c}, \frac{\upsilon_{\varphi,k}}{c}, \frac{\upsilon_{z,k}}{c}$ в исходной системе координат r, φ, z; c – скорость света в пустоте; I_0 – ток пучка.

$$F_{m,n}^{1}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{e^{(n-m)\varphi i}}{\left(b(\varphi,z)\right)^2}\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2 d\varphi;\quad F_{m,n}^{2}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{e^{(n-m)\varphi i}}{b(\varphi,z)}\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}d\varphi;$$

$$F_{m,n}^{3}(z)=\int_0^{2\pi}e^{(n-m)\varphi i}\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2 d\varphi;\quad F_{m,n}^{4}(z)=\int_0^{2\pi}e^{(n-m)\varphi i}\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}d\varphi;$$

$$F_{m,n}^{5}(z)=\int_0^{2\pi}e^{(n-m)\varphi i}\left(b(\varphi,z)\right)^2 d\varphi;\quad F_{m,n}^{6}(z)=\int_0^{2\pi}e^{(n-m)\varphi i}b(\varphi,z)\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}d\varphi;$$

$$F_{m,n}^{7}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{e^{(n-m)\varphi i}d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2+\left(b(\varphi,z)\right)^2\left(1+\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^{8}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{e^{(n-m)\varphi i}\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2+\left(b(\varphi,z)\right)^2\left(1+\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^{9}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{e^{(n-m)\varphi i}\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2 d\varphi}{\left(b(\varphi,z)\right)^2\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2+\left(b(\varphi,z)\right)^2\left(1+\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^{10}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2 e^{(n-m)\varphi i}d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2+\left(b(\varphi,z)\right)^2\left(1+\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$F_{m,n}^{11}(z)=\int_0^{2\pi}\frac{\left(b(\varphi,z)\right)^2\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2 e^{(n-m)\varphi i}d\varphi}{\sqrt{\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial\varphi}\right)^2+\left(b(\varphi,z)\right)^2\left(1+\left(\frac{\partial b(\varphi,z)}{\partial z}\right)^2\right)}};$$

$$I_{m,n,i,j}^{1}=\int_0^1\rho J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{2}=\int_0^1 J_m(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,i}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{3}=\int_0^1 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{4}=\int_0^1\frac{J_m(\nu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho)}{\rho}d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{5}=\int_0^1\frac{J_m(\nu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho)}{\rho}d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{6}=\int_0^1 J_m(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,i}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{7}=\int_0^1 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{8}=\int_0^1\rho^3 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{9}=\int_0^1\rho^2 J_m(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{10}=\int_0^1\rho^2 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{11}=\int_0^1\rho^2 J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{12}=\int_0^1\rho J_m(\nu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{13}=\int_0^1\rho J_m(\nu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{14}=\int_0^1\rho J_{m+1}(\nu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{15}=\int_0^1\rho J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\mu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{16}=\int_0^1 J_m(\mu_{m,i}\rho)J_{n+1}(\nu_{n,i}\rho)d\rho;$$

$$I_{m,n,i,j}^{17}=\int_0^1 J_{m+1}(\mu_{m,i}\rho)J_n(\nu_{n,j}\rho)d\rho;\quad I_{m,n,i,j}^{18}=\int_0^1\frac{J_m(\mu_{m,i}\rho)J_n(\mu_{n,j}\rho)}{\rho}d\rho;$$

$$I^{19}_{m,n,i,j}=\int_0^1\frac{J_m\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_n\left(\nu_{n,j}\rho\right)}{\rho}d\rho;\;\; I^{20}_{m,n,i,j}=\int_0^1 J_m\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_{n+1}\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;$$

$$I^{21}_{m,n,i,j}=\int_0^1 J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_n\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;\;\; I^{22}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho J_m\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_n\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;$$

$$I^{23}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho^2 J_m\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_{n+1}\left(\nu_{n,j}\rho\right)d\rho;\;\; I^{24}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho J_m\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_n\left(\nu_{n,j}\rho\right)d\rho;$$

$$I^{25}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_{n+1}\left(\nu_{n,j}\rho\right)d\rho;\;\; I^{26}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho^2 J_m\left(\nu_{m,i}\rho\right)J_{n+1}\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;$$

$$I^{27}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho^3 J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_{n+1}\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;\;\; I^{28}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho^2 J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_n\left(\nu_{n,j}\rho\right)d\rho;$$

$$I^{29}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho^2 J_m\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_{n+1}\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;\;\; I^{30}_{m,n,i,j}=\int_0^1 \rho^2 J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\rho\right)J_n\left(\mu_{n,j}\rho\right)d\rho;$$

$$e_{m,i}=\left(m\nu_{m,i}I^2_{m,m,i,i}+m\nu_{m,i}I^3_{m,m,i,i}-2m^2I^5_{m,m,i,i}-\nu^2_{m,i}I^1_{m,m,i,i}\right)=-\nu^2_{m,i}I^{12}_{m,m,i,i}=-0{,}5\nu^2_{m,i}J^2_{m+1}\left(\nu_{m,i}\right);$$

$$h_{m,i}=\left(m\mu_{m,i}I^{20}_{m,m,i,i}+m\mu_{m,i}I^{21}_{m,m,i,i}-2m^2I^{18}_{m,m,i,i}-\mu^2_{m,i}I^{15}_{m,m,i,i}\right)=-\mu^2_{m,i}I^{22}_{m,m,i,i}=$$

$$=m\mu_{m,i}J_m\left(\mu_{m,i}\right)J_{m+1}\left(\mu_{m,i}\right)-0{,}5\mu^2_{m,i}\left(J^2_m\left(\mu_{m,i}\right)+J^2_{m+1}\left(\mu_{m+1,i}\right)\right).$$

Заключение

1. Общая теория возбуждения продольно-азимутально нерегулярных волноводов, развитая в статье, позволяет проводить моделирование и оптимизацию ряда СВЧ и КВЧ-устройств (электронных приборов, фильтров и антенных устройств), что существенным образом дополняет возможности их машинного моделирования.

2. Полученные уравнения возбуждения вместе со стандартными граничными условиями на регулярных концах волновода [3, 16, 17] решают поставленную задачу.

Список литературы

1. Никольский, В. В. Электродинамика и распространение радиоволн / В. В. Никольский, Т. И. Никольская. М.: Наука, 1989.
2. Вольман, В. И. Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. М.: Связь, 1971.
3. Кураев, А. А. Электродинамика и распространение радиоволн / А. А. Кураев, Т. Л. Попкова, А. К. Синицын. Минск: Бестпринт, 2004.
4. Альтман, Дж. Устройства СВЧ / Дж. Альтман. М.: Мир, 1968.
5. Тараненко, З. И. Замедляющие системы / З. И. Тараненко, Я. К. Трохименко. Киев: Киев. политех. ин-т им. Игоря Сикорского, 1965.
6. Нефедов, Е. И. Электродинамика периодических структур / Е. И. Нефедов, А. Н. Сивов. М.: Наука, 1977.
7. Илларионов, Ю. А. Расчет гофрированных и частично заполненных волноводов / Ю. А. Илларионов, С. Б. Раевский, В. Я. Сморгонский. М.: Сов. радио, 1980.
8. Юрцев, О. А. Спиральные антенны / О. А. Юрцев, А. В. Рунов, А. Н. Казарин. М.: Сов. радио, 1974.
9. Юрцев, О. А. Антенны и техника сверхвысоких частот в БГУИР / О. А. Юрцев, Н. М. Наумович // Доклады БГУИР. 2014. № 2. С. 87–95.
10. Релятивистский карсинотрон с длиной волны 3 см и длительностью импульса 0,4 мкс / Н. И. Зайцев [и др.] // Письма в Журнал технической физики. 1981. Т. 7, № 14.
11. Кравченко, В. Ф. Гирорезонансные приборы: принцип действия, нелинейная теория, достижения и перспективы / В. Ф. Кравченко А. А. Кураев // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2006. № 9. С. 13–60.
12. Карцев, В. П. Приключение великих уравнений / В. П. Карцев. М.: Знание, 1971.
13. Ильинский, А. С. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями / А. С. Ильинский, Г. Я. Слепян. М.: Изд-во Москов. госуд. ун-та им. М. В. Ломоносова, 1983.
14. Кураев, А. А. Возбуждение произвольно нерегулярных волноводов с круглым сечением / А. А. Кураев // Известия Академии наук БССР. Серия физико-технических наук. 1979. С. 121–127.
15. Кураев, А. А. Мощные приборы СВЧ. Методы анализа и оптимизации параметров / А. А. Кураев. М.: Радио и связь, 1986.
16. Кураев, А. А. Влияние конечной проводимости металлических стенок на характеристики мощных релятивистских приборов СВЧ с нерегулярными электродинамическими системами / А. А. Кураев, А. К. Синицын // Доклады БГУИР. 2006. № 3. С. 82–92.
17. Кураев, А. А. Мощные электронные приборы СВЧ и КВЧ со специальными видами взаимодействия / А. А Кураев, В. В. Матвеенко. Минск: Бестпринт, 2022.

References

1. Nikolsky V. V., Nikolskaya T. I. (1989) *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Moscow, Nauka Publ. (in Russian).
2. Volman V. I., Pimenov Yu. V. (1971) *Technical Electrodynamics*. Moscow, Svyaz Publ. (in Russian).
3. Kurayev A. A., Popkova T. L., Sinitsyn A. K. (2004) *Electrodynamics and Propagation of Radio Waves*. Minsk, Bestprint Publ. (in Russian).
4. Altman J. (1968) *Microwave Devices*. Moscow, Mir Publ. (in Russian).
5. Taranenko Z. I., Trokhimenko Ya. K. (1965) *Slowing Down Systems*. Kyiv, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute Publ. (in Russian).
6. Nefedov E. I., Sivov A. N. (1977) *Electrodynamics of Periodic Structures*. Moscow, Nauka Publ. (in Russian).
7. Illarionov Yu. A., Raevsky S. B., Smorgonsky V. Ya. (1980) *Calculation of Corrugated and Partially Filled Waveguides*. Moscow, Sovetskoe Radio Publ. (in Russian).
8. Yurtsev O. A., Runov A. V., Kazarin A. N. (1974) *Spiral Antennas*. Moscow, Sovetskoe Radio Publ. (in Russian).
9. Yurtsev O. A., Naumovich N. M. (2014) Antennas and Microwave Technology at BSUIR. *Doklady BGUIR*. (2), 87–95 (in Russian).
10. Zaitsev N. I., Kovalev N. F., Korablev G. S., Kulagin I. S. (1981) Relativistic Carsinotron with a Wavelength of 3 cm and a Pulse Duration of 0.4 μs. *Letters to the Journal of Technical Physics*. 7 (14) (in Russian).
11. Kravchenko V. F., Kurayev A. A. (2006) Gyroresonance Devices: Principle of Operation, Nonlinear Theory, Achievements and Prospects. *Foreign Radioelectronics. Advances in Modern Radio Electronics*. (9), 13–60 (in Russian).
12. Kartsev V. P. (1971) *Adventure of the Great Equations*. Moscow, Znanie Publ. (in Russian).
13. Il'insky A. S., Slepyan G. Ya. (1983) *Oscillations and Waves in Electrodynamic Systems with Losses*. Moscow, Lomonosov Moscow State University Publ. (in Russian).
14. Kurayev A. A. (1979) Excitation of Arbitrarily Irregular Waveguides with a Circular Cross Section. *News of the Academy of Sciences of the BSSR. Physical and Technical Sciences Series.* 121–127 (in Russian).
15. Kurayev A. A. (1986) *Powerful Microwave Devices. Methods of Analysis and Optimization of Parameters*. Moscow, Radio and Svyaz Publ. (in Russian).
16. Kurayev A. A., Sinitsyn A. K. (2006) Influence of Finite Conductivity of Metal Walls on the Characteristics of High-Power Relativistic Microwave Devices with Irregular Electrodynamic Systems. *Doklady BGUIR*. (3), 82–92 (in Russian).
17. Kurayev A. A., Matveyenka V. V. (2022) *Powerful Electronic Microwave and EHF Devices with Special Types of Interaction*. Minsk, Bestprint Publ. (in Russian).

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Кураев А. А., д-р физ.-мат. наук, проф., проф. каф. информационных радиотехнологий, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Матвеенко В. В., канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. вычислительных методов и программирования, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Information about the authors

Kurayev A. A., Dr. of Sci. (Phys. and Math.), Professor, Professor at the Information Radiotechnologies Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Matveyenka V. V., Cand. of Sci., Associate Professor, Associate Professor at the Computational Methods and Programming Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Адрес для корреспонденции

220013, Республика Беларусь,
г. Минск, ул. П. Бровки, 6
Белорусский государственный университет
информатики и радиоэлектроники
Тел.: +375 17 293-89-56
E-mail: kurayev@bsuir.by
Кураев Александр Александрович

Address for correspondence

220013, Republic of Belarus,
Minsk, P. Brovki St., 6
Belarusian State University
of Informatics and Radioelectronics
Tel.: +375 17 293-89-56
E-mail: kurayev@bsuir.by
Kurayev Alexander Alexandrovich