

УДК 004.942

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ МОБИЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ



Н.С. Игнатюк

Магистрант второго курса
факультета компьютерного
проектирования БГУИР
nikitaignatuk20@gmail.com

Н.С. Игнатюк

Окончил Белорусский национальный технический университет. На данный момент обучается на втором курсе магистратуры факультета компьютерного проектирования Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. Область научных интересов связана с разработкой математических моделей и алгоритмов управления движением мобильной платформы.

Аннотация. В статье представлена математическая модель управления движением мобильной платформы. Модель включает формулы для расчета положения платформы и поворота передних колес, позволяющие представить траекторию движения платформы в конкретных условиях.

Разработан алгоритм управления скоростью. Используя графические представления и формулы, в статье исследуются коэффициенты, влияющие на скорость, что дает представление о управлении скоростью вращения задних колес и платформы в целом. Затем происходит процесс выбора скоростного режима, основанным на коэффициентах влияния. Статья завершается иллюстрацией результата моделирования движения мобильной платформы.

Ключевые слова: математическая модель, алгоритм управления поворотом, оптимизация траектории, алгоритм управления скоростью, коэффициенты влияния.

Введение. В сфере автономных систем и робототехники управление мобильными платформами стало ключевой областью внимания, охватывающей широкий спектр приложений от робототехники до транспорта. Эффективная автоматизация этих платформ требует сложных математических моделей и алгоритмов, которые управляют их поведением и реакцией на изменяющиеся условия. В этом контексте использование математических моделей играет решающую роль в представлении кинематики и динамики мобильных платформ. Эти модели в сочетании с алгоритмами позволяют точно контролировать такие параметры, как скорость мобильной платформы и угол поворота рулевого колеса.

В данной статье представлена математическая модель мобильной платформы и алгоритмы управления параметрами математической модели: угол поворота переднего колеса и скорость заднего колеса.

Математическая модель. На рисунке 1 представлена схема изменения положения мобильной платформы [1].

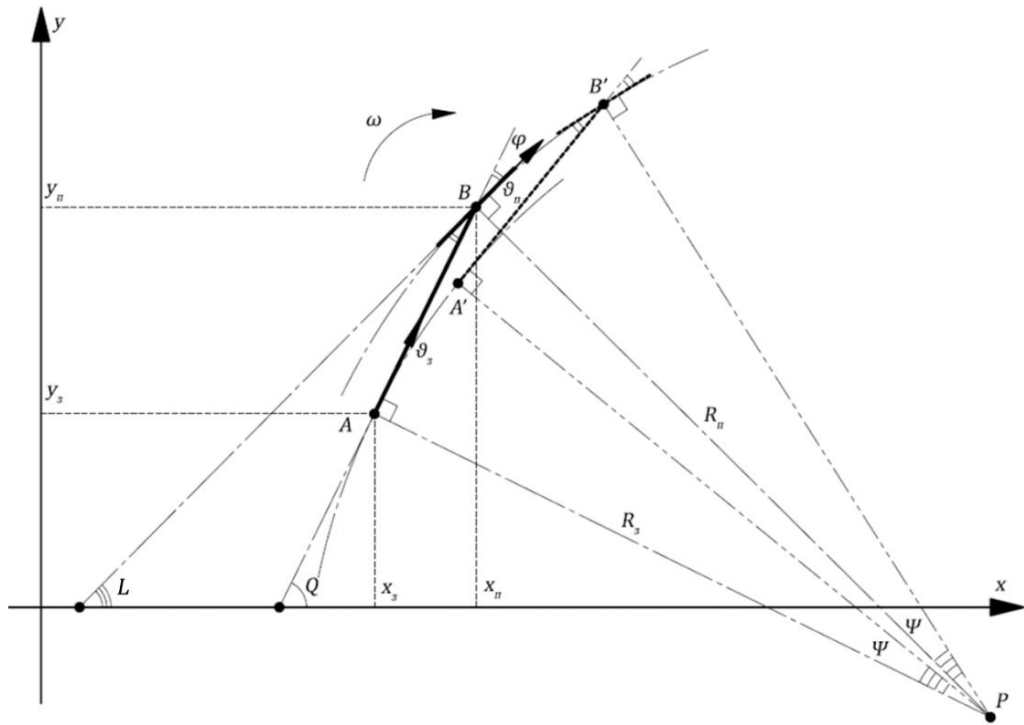


Рисунок 1. Кинематическая схема движения платформы

Математическая модель мобильной платформы (формула 1) [1, 2]:

$$\begin{cases} x_n = x_{n0} + v_n \cos(\mathcal{L} + \Psi) \Delta t \\ y_n = y_{n0} + v_n \sin(\mathcal{L} + \Psi) \Delta t \\ x_3 = x_n - L \cos(\pm Q + \Psi) \\ y_3 = y_n - L \sin(\pm Q + \Psi) \end{cases} \quad (1)$$

где: $\Psi = \frac{\vartheta_3 \tan \varphi}{L} \Delta t$ – угол изменения положения платформы, $L = \sqrt{(x_{n0} - x_{30})^2 + (y_{n0} - y_{30})^2}$ – колесная база платформы (отрезок AB), x_{n0} и y_{n0} – первоначальные координаты переднего колеса, x_{30} и y_{30} – первоначальные координаты заднего колеса, $\vartheta_n = \frac{\vartheta_3}{\cos \varphi}$ – скорость переднего колеса, $\vartheta_3 = \vartheta = \vartheta_0$ – скорость заднего колеса, $\mathcal{L} = \pm Q + \varphi$ – угол между направлением переднего колеса и осью OX , $Q = \arccos\left(\frac{x_{n0} - x_{30}}{L}\right)$ – угол наклона платформы, $Q = \begin{cases} +Q, & \text{если } y_{n0} \geq y_{30} \\ -Q, & \text{если } y_{n0} < y_{30} \end{cases}$ [1, 2].

Угол поворота переднего колеса рассчитывается по формуле 2:

$$\varphi = k_{пов} \omega_p \Delta t + \varphi_0 \quad (2)$$

где: $k_{пов}$ – коэффициент направления вращения ротора (определяет направление изменения угла φ), ω_p – угловая скорость вращения ротора (скорость изменения угла φ), φ_0 – первоначальный угол поворота переднего колеса относительно платформы [1, 2, 3].

Алгоритм поворота и постановка проблемы. При движении мобильной платформы со скоростями заднего колеса >9 м/с и при различных алгоритмах поворота переднего колеса наблюдается неадекватная траектория движения. В качестве примера возьмём начальные условия: $x_{п0} = 1$, $y_{п0} = 1$, $x_{з0} = 0$, $y_{з0} = 0$, $x_{кон} = -40$, $y_{кон} = 20$, $\vartheta_0 = 35$, $\omega_p = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_0 = -\frac{\pi}{4}$. В качестве алгоритма поворота переднего колеса будем использовать алгоритм, основанный на расчёте координат конечной точки K после поворота и смещения осей на угол \mathcal{L} и $x_{п}$ соответственно, где коэффициент $k_{пов}$ будет изменяться следующим образом (формула 3) [3]:

$$k_{пов} = \begin{cases} y''_{кон} > 0 \text{ или } y'_{кон} = 0 \wedge x''_{кон} < 0, \text{ то } k_{пов} = 1 \\ y''_{кон} < 0, \text{ то } k_{пов} = -1 \\ y''_{кон} = 0, \text{ то } k_{пов} = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

где: $y''_{кон} = -(x_{кон} - x_{п}) * \sin \mathcal{L} + (y_{кон} - y_{п}) * \cos \mathcal{L}$ – значение $y_{кон}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на $x_{п}$ и $y_{п}$, а также поворот на угол \mathcal{L}), $x''_{кон} = (x_{кон} - x_{п}) * \cos \mathcal{L} + (y_{кон} - y_{п}) * \sin \mathcal{L}$ – значение $x_{кон}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на $x_{п}$ и $y_{п}$, а также поворот на угол \mathcal{L}).

Траектория движения мобильной платформы в данном примере выглядит следующим образом (рисунок 2):

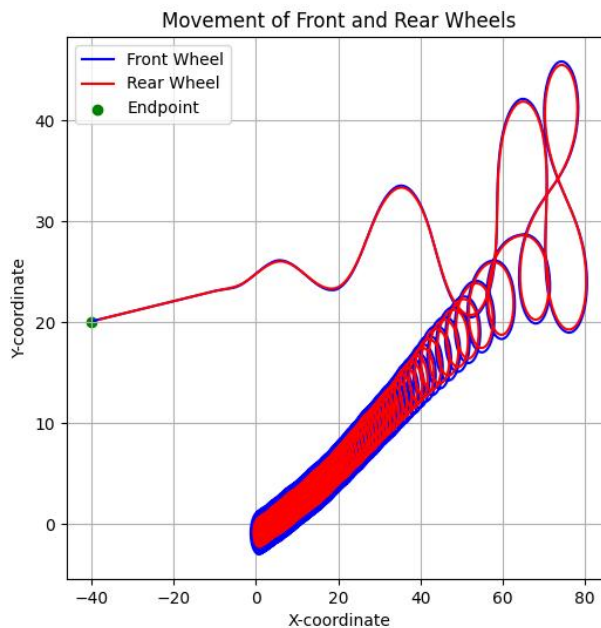


Рисунок 2. Траектория движения мобильной платформы при скорости вращения заднего колеса 35 м/с

Алгоритм управления скоростью. Для решения данной проблемы можно ввести алгоритм управления скоростью, который будет регулировать скорость заднего колеса. Скорость будет зависеть от значения трёх переменных: $\mathcal{L}_{\text{кон}}$ – угол между конечной точкой и передним колесом в системе координат переднего колеса, $Q_{\text{кон}}$ – угол между конечной точкой и передним колесом в системе координат колесной базы мобильной платформы, φ – угол поворота переднего колеса относительно колесной базы. Влияние данных переменных будем считать линейным. Формула построения прямой по двум точкам (формула 4) [4, с. 31-34]:

$$\frac{x_f - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_f - y_1}{y_2 - y_1} \quad (4)$$

После преобразования получаем (формула 5) [4, с. 31-34]:

$$y_f = \frac{(x_f - x_1) * (y_2 - y_1)}{x_2 - x_1} + y_1 \quad (5)$$

Таким образом мы получаем формулу для расчёта коэффициента влияния трёх переменных:

1 $k_{\mathcal{L}}$. На оси Oy устанавливаем значения от $y_{\mathcal{L}1} = 0,1$ до $y_{\mathcal{L}2} = 1,0$ (множители влияния данного коэффициента), на оси Ox – значения от $x_{\mathcal{L}1} = \pi$ (модуль максимального значения угла \mathcal{L}) до $x_{\mathcal{L}2} = 0$. Значение $x_{\mathcal{L}f}$ соответствует модулю фактического значения угла $\mathcal{L}_{\text{кон}}$, который рассчитывается по формуле 6:

$$|\mathcal{L}_{\text{кон}}| = \left| \arccos \frac{x''_{\text{кон}}}{S''} \right|, \quad (6)$$

где: $S'' = \sqrt{x''_{\text{кон}} + y''_{\text{кон}}}$ – расстояние от переднего колеса до конечной точки после преобразования системы координат (смещение начала системы координат на $x_{\mathcal{L}}$ и $y_{\mathcal{L}}$, а также поворот на угол \mathcal{L}).

Таким образом формула для нахождения коэффициента $k_{\mathcal{L}}$ имеет следующий вид (формула 7):

$$k_{\mathcal{L}} = \frac{(|\mathcal{L}_{\text{кон}}| - x_{\mathcal{L}1}) * (y_{\mathcal{L}2} - y_{\mathcal{L}1})}{x_{\mathcal{L}2} - x_{\mathcal{L}1}} + y_{\mathcal{L}1}. \quad (7)$$

Графическое представление нахождения коэффициента $k_{\mathcal{L}}$ представлено на рисунке 3.

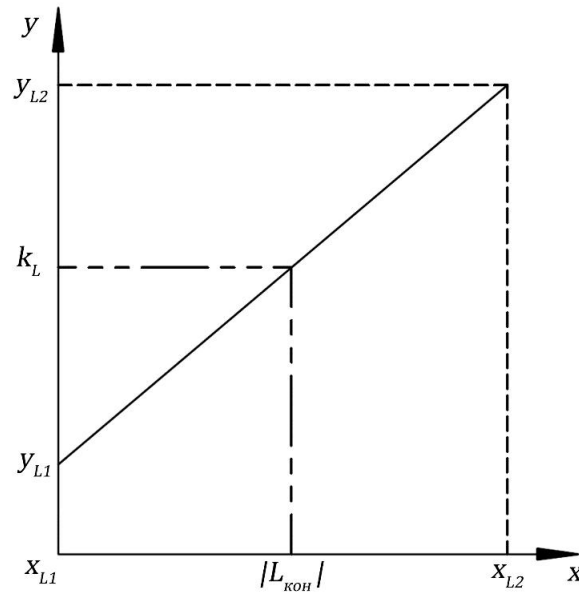


Рисунок 3. Графическое представление нахождения коэффициента k_L

2 k_Q . На оси Oy устанавливаем значения от $y_{Q1} = 0,1$ до $y_{Q2} = 1,0$ (множители влияния данного коэффициента), на оси Ox – значения от $x_{Q1} = \pi$ ((модуль максимального значения угла Q) до $x_{Q2} = 0$. Значение x_{Qf} соответствует модулю фактического значения угла $Q_{кон}$, который рассчитывается по формуле 8:

$$|Q_{кон}| = \left| \arccos \frac{x'_{кон}}{S'} \right|, \quad (8)$$

где: $x'_{кон} = (x_{кон} - x_{п}) * \cos Q + (y_{кон} - y_{п}) * \sin Q$ – значение $x_{кон}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на $x_{п}$ и $y_{п}$, а также поворот на угол Q); $S' = \sqrt{x'^2_{кон} + y'^2_{кон}}$ – расстояние от переднего колеса до конечной точки после преобразования системы координат (смещение начала системы координат на $x_{п}$ и $y_{п}$, а также поворот на угол Q); $y'_{кон} = -(x_{кон} - x_{п}) * \sin Q + (y_{кон} - y_{п}) * \cos Q$ – значение $y_{кон}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на $x_{п}$ и $y_{п}$, а также поворот на угол Q).

Таким образом формула для нахождения коэффициента k_L имеет следующий вид (формула 9):

$$k_Q = \frac{(|Q_{кон}| - x_{Q1}) * (y_{Q2} - y_{Q1})}{x_{Q2} - x_{Q1}} + y_{Q1}. \quad (9)$$

Графическое представление нахождения коэффициента k_Q представлено на рисунке 4.

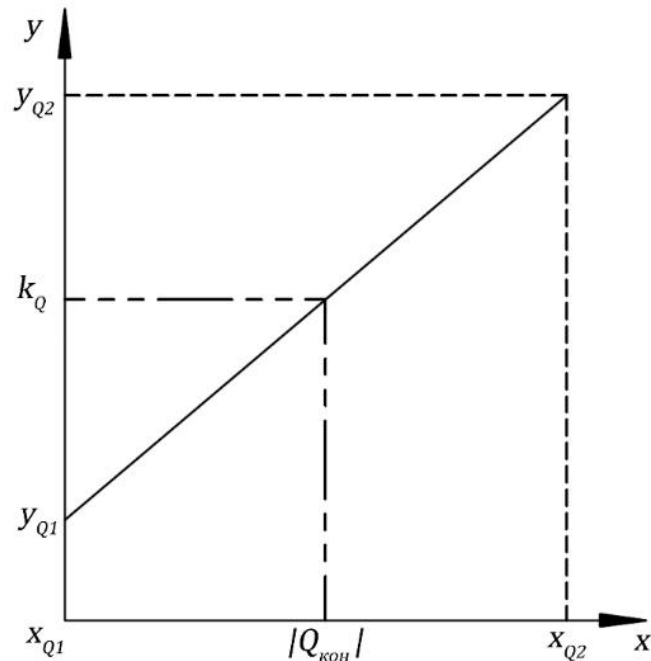


Рисунок 4. Графическое представление нахождения коэффициента k_Q

3 k_φ . На оси Oy устанавливаем значения от $y_{\varphi 1} = 0,1$ до $y_{\varphi 2} = 1,0$ (множители влияния данного коэффициента), на оси Ox – значения от $x_{\varphi 1} = \frac{\pi}{4}$ (модуль максимального значения угла φ) до $x_{\varphi 2} = 0$. Значение x_φ соответствует модулю фактического значения угла $|\varphi|$.

Таким образом формула для нахождения коэффициента k_L имеет следующий вид (формула 10):

$$k_\varphi = \frac{(|\varphi| - x_{\varphi 1}) * (y_{\varphi 2} - y_{\varphi 1})}{x_{\varphi 2} - x_{\varphi 1}} + y_{\varphi 1}. \quad (10)$$

Графическое представление нахождения коэффициента k_φ представлено на рисунке 5.

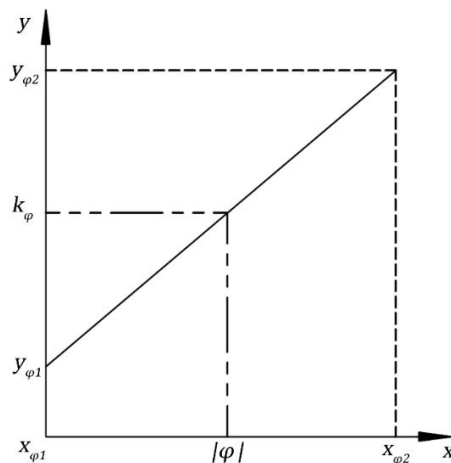


Рисунок 5. Графическое представление нахождения коэффициента k_φ

После расчёта всех коэффициентов влияния находим коэффициент общего влияния (общий коэффициент управления скоростью) (формула 11):

$$k_{упр} = k_L * k_Q * k_\vartheta. \quad (11)$$

Мобильная платформа имеет три режима скорости: $\vartheta = \vartheta_0$ – максимальная скорость движения мобильной платформы, $\vartheta = 0,5 * \vartheta_0$ – движения мобильной платформы со скоростью в двое меньше от максимальной, $\vartheta = 1$ – движения мобильной платформы с минимальной скоростью 1 м/с.

Выбор скорости движения будет соответствовать следующему алгоритму (формула 12):

$$\vartheta = \begin{cases} \vartheta_0, & \text{если } k_{упр} \geq 0,9 * m_{пред} \\ 0,5 * \vartheta_0, & \text{если } 0,9 * m_{пред} > k_{упр} \geq 0,6 * m_{пред} \\ 1, & \text{если } 0,6 * m_{пред} > k_{упр} \end{cases} \quad (12)$$

где: $m_{пред} = y_{L2} * y_{Q2} * y_{\vartheta 2}$ – верхнее значение общего влияния.

Результаты моделирования движения мобильной платформы при использовании алгоритма управления скоростью при тех же начальных условиях, что и в примере в начале статьи, представлены на рисунке 6.

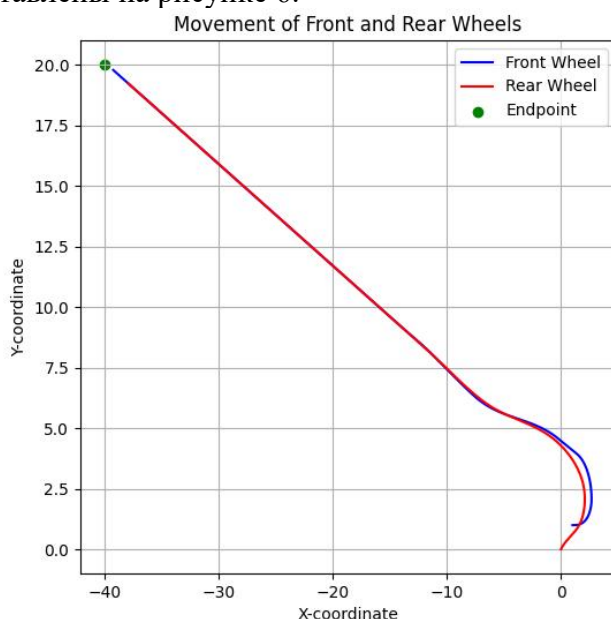


Рисунок 6. Траектория движения мобильной платформы с алгоритмом управления скоростью

Заключение. При сравнении траекторий мобильной платформы без реализации алгоритма управления скоростью и при его включении становится очевидным, что алгоритм управления скоростью оптимизирует траекторию мобильной платформы и решает проблему неадекватности траектории, возникающей при высоких скоростях. Время, необходимое мобильной платформе для достижения конечной точки, значительно

сокращено с 31,24 секунды (до использования алгоритма регулирования скорости) до 6,79 секунд.

Алгоритм управления скоростью не только решает специфическую проблему неровностей траектории, но и привносит динамический элемент в систему управления. Этот динамический аспект позволяет осуществлять корректировку в режиме реального времени на основе различных влияющих факторов, способствуя повышению адаптивности и быстродействия.

Список литературы

[1] Ihnatsiuk M., Tatur M. Construction of a mathematical model of the movement of a four-wheeled mobile robot // ACeSYRI. Proceedings of the workshops on ACeSYRI 2023. – Žilina, Slovakia: EDIS, 2023. – 25-31 p.

[2] Игнатюк Н.С. Модифицированная математическая модель расчета координат мобильной платформы // Состояние и перспективы развития современной науки и образования: сборник статей VII Международной научно-практической конференции (25 января 2024 г.). — Петрозаводск: МЦНП «НОВАЯ НАУКА», 2024. — 367-372 с.

[3] Игнатюк Н.С. Моделирование алгоритмов управления движением мобильной платформы // Беларусь-Китай: контуры инновационно-технологического сотрудничества: сборник материалов научно-практической конференции // сост. М. А. Войтешонок. – Минск: БНТУ, 2023. – 112-113 с.

[4] Гусак А.А. Высшая математика. В 2-х т. Т. 1.: Учеб. для студентов вузов. – 2-е изд., испр. – Минск: ТетраСистемс, 2000. – 544 с.

Авторский вклад

Игнатюк Никита Сергеевич – построение математической модели мобильной платформы, разработка и проверка алгоритмов управления движением мобильной платформы, постановка проблемы и предложение способа оптимизации траектории мобильной платформы путём внедрения алгоритма управления скоростью, анализ результатов, формирование структуры статьи.

THE ALGORITHM FOR CONTROLLING THE SPEED OF THE MOBILE PLATFORM

N.S. Ignatyuk

*Second-year undergraduate
student of the Faculty of Computer
Engineering of BSUIR*

Annotation. The article presents a mathematical model for controlling the movement of a mobile platform. The model includes formulas for calculating the position of the platform and the rotation of the front wheels, allowing you to imagine the trajectory of the platform in specific conditions.

A speed control algorithm has been developed. Using graphical representations and formulas, the article examines the coefficients affecting speed, which gives an idea of the control of the rotation speed of the rear wheels and the platform as a whole. Then there is a process of selecting the speed limit based on the coefficients of influence. The article concludes with an illustration of the result of modeling the movement of the mobile platform.

Keywords: mathematical model, turn control algorithm, trajectory optimization, speed control algorithm, influence coefficients.