Н. В. Майгула[1], Ю. Н. Марасанов[2]

Математические тесты в СДО Moodle: получение ответов к задачам линейного программирования

[1]Государственный институт экономики,финансов,права и технологий,г. Гатчина;
[2]Военно-морской политехнический институт,г. Пушкин, Россия

Аннотация. *Демонстрируется решение задачилинейного программирования в системе компьютерной математики MATLAB. В данной работе рассматривается решательориентированный подход, напрямую использующий функцию linprog.*

Ключевые слова: дистанционное обучение; тест; решение задач; задачалинейного программирования; MATLAB

Система дистанционного обучения Moodle содержит развитую подсистему тестирования. Большую часть тестов по математике составляют задачи. Их решение, как для получения эталонных ответов, так и для проверки готовых, является самой ответственной частью работы составителя тестов. Кроме того, в эпоху значительного увеличения доли дистанционного обучения в учебном процессе особо актуальным стало выполнение требований ГОСв части систематической аттестации обучаемых и создании, ведении и обновлении фондов оценочных средстви методических материалов. Для этого нужно готовить ещё больше задач, вопросов и тестов с известными ответами.

Автоматизировать работуподобного рода позволяют системы компьютерной математики. Такая автоматизация существенно повышает производительность труда преподавателя и минимизирует количество ошибок. Современные компьютерные математические системы (Maple, Mathcad, MATLAB) содержат вполне достаточное программное обеспечение для вузовской математики.

Данная работа продолжает серию публикаций (например, [1]), о применении MATLAB'а для работы с тестами и задачами в учебном процессе. Мы рассматриваем стандартную задачу линейного программирования (ЗЛП), широко распространённую в вузовских курсах математики. Решение большого количества таких задач, аналитическое или геометрическое, требует значительного времени и кропотливой работы. Подобные затраты должны давать надёжные и правильные результаты, что и гарантируется инструментами компьютерной математики. В современных версиях MATLAB'а [2] возможны несколько подходов к решению задач оптимизации: подход, ориентированный на решатель, подход, ориентированный на задачу, плюс возможность работы в «живом редакторе» LiveEditor. В настоящей публикации рассматривается базовый, решательориентированный вариант, который напрямую использует программу-функцию MATLAB'а linprog [3], специально созданную для решения ЗЛП. Эта функция уже десятки лет доступна во всех версиях MATLAB'а.

Задача линейного программирования ставится в MATLAB'е в общем виде, содержащем как ограничения-равенства, так и ограничения-неравенства (но только одного смысла «меньше или равно»):

Требуется найти такой вектор-столбец переменных задачи

$$x = [x_1; x_2; \dots; x_n],$$

которым минимизируется целевая функция (ЦФ)$f(x)$, заданная строкой своих коэффициентов

$$f = [f_1 f_2 \ \cdots f_n],$$

то есть
$$f \cdot x \ \longrightarrow \ \min, \tag{1}$$
при ограничениях
$$A \cdot x \le b,$$
$$Aeq \cdot x = beq,$$
$$lb \le x \le ub.$$

Здесь Aи Aeq – матрицы коэффициентов ограничений с nстолбцами, b, beq, lb, ub – векторы-столбцы с nстроками.

Все эти массивы, от f до ub, нужно записать в текстовый файл-сценарий (с расширением .m). После прогона этого m-файлав рабочей памяти MATLAB'а находятся все необходимые для решателя linprog данные.

Командная строка для вызова функции linprog с главными входными и выходными параметрами имеет вид:

$$[x, fval, exitflag] = linprog(f, A, b, Aeq, beq, lb, ub); \qquad (2)$$

где x – оптимальный план задачи, вектор-столбец;

fval – минимальное значение целевой функции, скаляр;

exitflag – код завершения работы linprog, целое. Главные его значения:

exitflag= 1 – получено достоверное решение;

exitflag= 0 – превышено максимальное (по умолчанию) время работы или количество итераций;

exitflag= -2 – система ограничений несовместна, область допустимых планов (ОДП) пуста;

exitflag= -3– ЦФ неограниченна на (неограниченном) ОДП.

Если какой-то из входных параметров отсутствует, на его место следует поставить квадратные скобки [], за исключением случая, когда это последний параметр в списке (см. далее Примеры 2 и 3).

Описанные результаты работы linprog выводятся в командное окно (что удобно для учебных задач) и легко могут быть скопированы в нужный документ.

Пример 1. Дана задача линейного программирования:

$$f(x_1, x_2) = -x_1 - \frac{1}{3}x_2 \longrightarrow \min$$

со всеми возможными ограничениями

$x_1 + x_2 \le 2$	$x_1 + \frac{1}{4}x_2 = \frac{1}{2}$
$x_1 + \frac{1}{4}x_2 \le 1$	$-1 \le x_1 \le 1.5$
$x_1 - x_2 \le 2$	$-0.5 \le x_2 \le 1.25$
$-\frac{1}{4}x_1 - x_2 \le 1$	
$-x_1 - x_2 \le -1$	
$-x_1 + x_2 \le 2$	

Данные этой задачи определяются, очевидно, как

```
f = [-1 -1/3];
A = [1     1;
  1   1/4;
  1    -1;
  -1/4 -1;
  -1   -1;
  -1    1
  ];
```

```
b = [2;
  1;
  2;
  1;
  -1;
  2;
  ];
```

```
Aeq = [1 1/4];
beq = 1/2;
lb = [-1;
  -0.5];
ub = [1.5;
  1.25];
```

В таком виде они и записываются в упомянутый m-файл, и при его выполнении переносятся в рабочую память. Вводим

[x, fval, exitflag] = linprog(f, A, b, Aeq, beq, lb, ub);

и получаем решение:

Optimal solution found.

x = 0.1875

1.25

fval = -0.60417

exitflag = 1

Пример 2. (Из Ефимова&Поспелова) Дана задача линейного программированиябез ограничений-неравенств:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 \longrightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_5 = 7 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 10 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_4 = 1 \end{cases}$$

$$x \geq 0$$

Её данные, очевидно,

f = [-1 -1 -1 -1 4];
Aeq = [3 1 1 0 -6;
2 1 3 3 -7;
-3 1 1 -6 0
];
	beq = [7;
	10;
	1
	];
	lb = zeros(5,1);

После записи их в m-файл и в память составляем командную строку с «пустым» вводом для ограничений-неравенстви без верхних границ переменных:

[x, fval, exitflag] = linprog(f, [],[], Aeq, beq, lb);

Получаемрезультат:

Problem is unbounded.

x = []   fval = []   exitflag = -3

Целевая функция этой задачи неограниченна!

Пример 3. Дана задача линейного программирования без ограничений-равенств:

$$f(x_1, x_2) = -3x_1 - 2x_2 \longrightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_2 \leq 3 \\ -x_1 - x_2 \leq -6 \end{cases}$$

$$x \geq 0$$

Имеем:

A = [1 2; 2 1; 0 1; -1 -1];	b = [7; 8; 3; -6];	lb = [0; 0];

После записи данных задачи в m-файл и в память составляем командную строку с «пустым» вводом для ограничений-равенств и без верхних границ переменных:

[x, fval, exitflag] = linprog(f, A, b, [], [], lb);

Результат:

No feasible solution found

Linprog stopped because no point satisfies the constraints.

x = []   fval = []   exitflag = -2

Решения нет, поскольку система ограничений несовместна. В этом легко убедиться геометрически.

Списоклитературы:

1. Майгула Н.В., Марасанов Ю.Н., Сумбатян Д.А. Математические тесты в СДО Moodle: получение ответов к задачам по рядам. XXIV международная научно-методическая конференция «Современное образование: содержание, технологии, качество»: Сб. науч. тр. – СПб.: Издательство ЛЭТИ, 2018. С. 203–207.

2. MATLAB Primer. – The MathWorks, Inc., 2023. http://www.mathworks.com/help/releases/R2023b/pdf_doc/matlab/getstart.pdf. (дата обращения 20.03.2024 г.).

3. Optimization Toolbox User's Guide. The MathWorks, Inc., 2023. (http://www.mathworks.com/help/releases/R2023b/pdf_doc/optimization/optim.pdf) (дата обращения 20.03.2024 г.).

N. Maygula[1], Yu. Marasanov[2]

Tests in Math in the Moodle System: Production of Answers for Quizzes in linear programming

[1]State Institute of Economics, Finance, Law and Technology;
[2]Naval Polytechnic Institute, Russia

Abstract. The production of answers formath quizzes is discussed. The problems inlinear programmingare solved. MATLAB linprog function is a tool.

Keywords: e-learning, test; problem solving; linear programming; MATLAB; optimization