ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
ФИЗИКА
Том 219, № 1
апрель, 2024

 В. В. Цегельник*

О СВОЙСТВАХ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДВУХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, АССОЦИИРОВАННОЙ С МОДЕЛЬЮ ДЖОЗЕФСОНА

Исследованы аналитические свойства решений системы двух нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка с произвольным параметром l, ассоциированной с сильно шунтированной моделью Джозефсона. Получена редукция указанной системы к системе дифференциальных уравнений, которая эквивалентна пятому уравнению Пенлеве с наборами параметров

$$\left(\frac{(1-l)^2}{8}, -\frac{(1-l)^2}{8}, 0, -2\right), \ \left(\frac{l^2}{8}, -\frac{l^2}{8}, 0, -2\right).$$

Показано, что решение третьего уравнения Пенлеве с набором параметров $(-2l, 2l-2, 1, -1)$ представимо в виде отношения двух дробно-линейных преобразований решений пятого уравнения Пенлеве (с набором параметров в последовательности, указанной выше), связанных преобразованием Беклунда.

Ключевые слова: третье уравнение Пенлеве, пятое уравнение Пенлеве, преобразование Беклунда, модель Джозефсона.

DOI: https://doi.org/10.4213/tmf10642

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе Еругина [1], в которой изучались свойства решений шести уравнений Пенлеве (рассматриваемых в настоящее время в качестве нелинейных аналогов специальных функций), был поставлен ряд новых задач. В частности, была поставлена под сомнение неприводимость уравнений Пенлеве в том смысле, что не все решения указанных уравнений являются новыми трансцендентными функциями. А именно, было высказано предположение, что среди уравнений Пенлеве есть такие, которые могут быть выражены через решения друг друга. Данный факт подтверждается в работе [2], в которой установлена связь между решениями третьего уравнения Пенлеве

$$w'' = \frac{w'^2}{w} - \frac{w'}{z} + \frac{1}{z}(\alpha w^2 + \beta) + \gamma w^3 + \frac{\delta}{w} \tag{1}$$

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь. E-mail: tsegvv@bsuir.by

Конфликт интересов. Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Н. П. Еругин, “Аналитическая теория и проблемы вещественной теории дифференциальных уравнений, связанные с первым методом и методами аналитической теории”, *Дифференц. уравнения*, **3**:11 (1967), 1821–1863.

[2] В. И. Громак, “К теории уравнений Пенлеве”, *Дифференц. уравнения*, **11**:2 (1975), 373–376.

[3] В. И. Громак, “О приводимости уравнений Пенлеве”, *Дифференц. уравнения*, **20**:10 (1984), 1674–1683.

[4] В. М. Бухштабер, С. И. Тертычный, “Семейство явных решений уравнения резистивной модели перехода Джозефсона”, *ТМФ*, **176**:2 (2013), 163–188.

[5] В. М. Бухштабер, А. А. Глуцюк, “Собственные функции монодромии уравнений Гойна и границы зон фазового захвата в модели сильношунтированного эффекта Джозефсона”, *Порядок и хаос в динамических системах*, Сборник статей. К 80-летию со дня рождения академика Дмитрия Викторовича Аносова, Труды МИАН, **297**, МАИК “Наука/Интерпериодика”, М., 2017, 62–104.

[6] Ю. П. Бибило, А. А. Глуцюк, “О семействах перемычек в модели сильно шунтированного джозефсоновского перехода”, *УМН*, **76**:2 (2021), 179–180.

[7] Y. Bibilo, A. A. Glutsyuk, “On families of constrictions in model of overdamped Josephson junstion and Painlevé 3 equation”, *Nonlinearity*, **35**:10 (2022), 5427–5480.

[8] Э. Л. Айнс, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, ОНТИ, Харьков, 1939.

[9] В. И. Громак, “О решениях пятого уравнения Пенлеве”, *Дифференц. уравнения*, **12**:4 (1976), 740–742.

[10] M. Jimbo, “Monodromy problem and the boundary condition for some Painlevé equations”, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.*, **18**:3 (1982), 1137–1161.

[11] V. I. Gromak, I. Laine, S. Shimomura, *Painlevé Differential Equations in the Complex Plane*, De Gruyter Studies in Mathematics, **28**, Walter de Gruyter, Berlin, 2002.

[12] В. В. Цегельник, *Некоторые аналитические свойства и приложения решений уравнений Пенлеве-типа*, Издательский центр БГУ, Минск, 2007.

[13] A. E. Milne, P. A. Clarkson, A. P. Bassom, “Bäcklund transformations and solution hierarchies for the third Painlevé equation”, *Stud. Appl. Math.*, **98**:2 (1997), 139–194.

[14] V. E. Adler, “Nonlinear chains and Painlevé equations”, *Phys. D*, **73**:4 (1994), 335–351.

Поступила в редакцию 15.11.2023,
после доработки 29.12.2023,
принята к публикации 31.12.2023