

УДК 519.813

29. МЕТОД МАТЕМАТИЧЕСКОГО БИЛЬЯРДА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ НА ПЕРЕЛИВАНИЕ

*Исайкина А. Л., студент гр.373901, Каштелян Д. А., студент гр.373901, Русина Н.В.,
аспирант*

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники¹
г. Минск, Республика Беларусь*

Ефремов А.А. – канд. экон. наук, доцент каф. ЭИ

Аннотация. В данной статье рассматриваются вопросы математического бильярда, его свойства, а также решение задач методом математического бильярда. В ходе выполнения данной работы также применен метод логических рассуждений и выявлен рациональный способ решения алгебраических задач на переливание жидкостей.

Ключевые слова. Математический бильярд, закон отражения, траектории движения шара, задачи на переливание.

Теоретическая часть

Математический бильярд является отраслью математики, которая изучает движение шаров на плоскости под воздействием простейших физических законов. Он представляет собой модель игры в бильярд, но в отличие от реальной игры, в которой важны навыки игрока, математический бильярд изучает математические и физические законы, определяющие движение шаров. Целью данной работы является изучение основных понятий и моделей, а также рассмотрение практических применений математического бильярда в физике.

Известно, что математики и физики получают огромное удовольствие от игры в бильярд. Ведь траекторию шара, отскакивающего от бортов бильярдного стола, можно рассчитать совершенно строго. В условиях сотен занимательных задач фигурирует упругий шар, находящийся внутри самых разнообразных фигур и многократно отражающийся от их границ.

История математического бильярда насчитывает множество веков и открытий. Одним из ранних вкладов в развитие этого направления было исследование французского математика Жозефа Луи Лагранжа в XVIII веке. Он изучал динамику движения шаров на плоскости и ввел понятие "игры с точкой" — предшественника математического бильярда. В последующие годы исследования в этой области продолжались, и современный математический бильярд стал активно развиваться в XX веке с появлением компьютерных моделей и новых методов анализа.

Математический бильярд привлекает тем, что он вариативен, то есть бильярдная плоскость представляет собой не только классический прямоугольник, но и эллипс, круг и другое. Каждая из плоскостей интересна своими свойствами, отличительными особенностями.

Математический бильярд — это специальная область математики, которая изучает движение шаров на плоскости. В отличие от обычной игры в бильярд, где важна мастерство игрока, математический бильярд рассматривает движение шаров с точки зрения математических и физических законов. Например, математический бильярд состоит из некоторой области и точки, которая прямолинейно и с постоянной скоростью, движется внутри этой области. Достигнув границы, точка отражается от нее по закону геометрической оптики: угол падения равен углу отражения. После отражения вновь продолжается движение по прямой до следующего соударения с границей (см. Рис. 1).

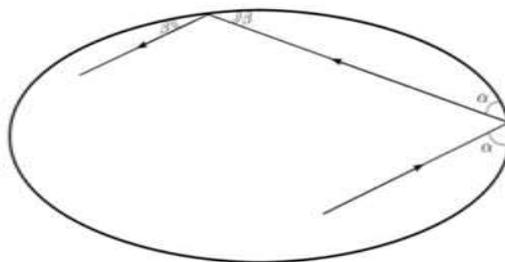


Рисунок 1 — Бильярдное отражение

В отличие от игрового бильярдного стола, который всегда имеет форму прямоугольника, стол математического бильярда может быть произвольной криволинейной формы. Математические бильярды обладают замечательными свойствами. Траекторию бильярдного шара определяют: начальный вектор шара и начальное положение шара.

Логические или нечисловые задачи составляют обширный класс занимательных задач. Математический бильярд нашёл занимательный интерес в решении логических задачах на переливания жидкостей. Поэтому существует гипотеза, что метод бильярда упрощает и упорядочивает решения таких задач.

Суть метода заключается в представлении последовательности переливаний аналогично движению бильярдного шарика по столу особой конструкции с размерами, соответствующими объемам первоначально пустых сосудов. Нарисовав на клетчатой бумаге исходную конфигурацию, необходимо проследить возможные движения шарика в соответствии с законом «угол падения равен углу отражения» и попадание им в требуемые точки по условию задачи. Задачи на переливание жидкостей

можно очень легко решать, вычерчивая бильярдную траекторию шара, отражающегося от бортов стола, имеющего форму параллелограмма.

Практическая часть

Имеются два сосуда — трехлитровый и пятилитровый. Нужно, пользуясь этими сосудами, получить 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 8 литров воды. Также имеется 2 условия: у всех сосудов отсутствуют деления, вдобавок нельзя использовать никакие хитрости. В нашем распоряжении водопроводный кран и раковина, куда можно выливать воду.

Такую задачу несложно решить обычным способом — методом логических рассуждений. Тогда решение будет следующим:

- наполнить водой сосуд с объемом 5 литров;
- из сосуда с объемом 5 литров перелить 3 литра в меньший;
- из сосуда с объемом 3 литра выльем всю воду;
- из сосуда с большим объемом перельём 2 литра воды в меньший;
- нальём воду в первый сосуд, теперь получается так, что в одном 5 литров воды, а в другом 2 литра;
- выльем из первого сосуда 1 литр воды в другой, получим что второй сосуд будет наполнен полностью, а в первом останется необходимое количество воды составляет ровно 4 литра.

Мы получим ответ, воспользовавшись методом логических рассуждений, но при наличии сосудов с большим объемом или большего количества сосудов будет всё сложнее и сложнее использовать этот метод.

В рассматриваемой задаче стороны параллелограмма должны иметь длины 3 и 5 единиц. По горизонтали будем откладывать количество воды в литрах в 5-литровом сосуде, а по вертикали — в 3-литровом сосуде. На всем параллелограмме нанесена сетка из одинаковых равносторонних треугольников (см. Рис. 2). Представим, что это вымышленный бильярдный стол, а шарик находится в точке с координатами (0,0). И скользит он по отрезкам, которые представлены на рисунке.

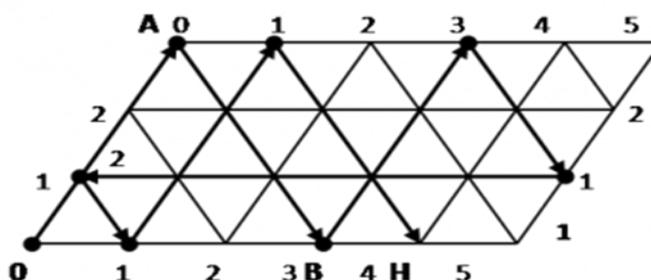


Рисунок 2 — Параллелограмм с нанесённой сеткой из одинаковых равносторонних треугольников

Бильярдный шар может перемещаться только вдоль прямых, образующих сетку на параллелограмме. После удара о стороны параллелограмма шар отражается и продолжает движение вдоль выходящего из точки борта, где произошло соударение. При этом каждая точка параллелограмма, в которой происходит соударение, полностью характеризует, сколько воды находится в каждом из сосудов.

Пусть шар находится в левом нижнем углу и после удара начнет перемещаться вверх вдоль левой боковой стороны параллелограмма до тех пор, пока не достигнет верхней стороны в точке А. Это означает, что мы полностью наполнили водой малый сосуд. Отразившись упруго, шар покатится вправо вниз и ударится о нижний борт в точке В, координаты которой 3 по горизонтали и 0 по вертикали. Это означает, что в большом сосуде 3 литра воды, а в малом сосуде воды нет, то есть мы перелили воду из малого сосуда в большой сосуд.

Проследившая дальнейший путь шара, и записывая все этапы его движения в виде отдельной таблицы (см. Табл.1), в конце концов, мы попадаем в точку Н, которая соответствует состоянию, когда малый сосуд пуст, а в большом сосуде 4 литра воды. Таким образом, получен ответ и указана последовательность переливаний, позволяющих отмерить 4 литра воды. Все 8 переливаний изображены схематически в таблице.

Является ли это решение самым коротким? Нет, существует второй путь, когда воду сначала наливают в пятилитровый сосуд. Если на диаграмме шар из точки О покатится вправо по нижней стороне параллелограмма и затем, отразившись от правой боковой стороны, в точку 2 на верхней стороне параллелограмма, то получим более короткое решение задачи. Можно показать, что полученное решение с 6 переливаниями уже является самым коротким.

Таблица 1 — Этапы движения шара

	О	А	В						Н
М	0	3	0	3	1	1	0	3	0
Б	6	0	3	3	5	0	1	1	4

В целях выяснения того, имеет ли смысл применять математический бильярд для решения задач на логику, мы рассмотрели типовую задачу на переливание. В ходе выполнения работы выяснилось, что он позволяет получить единый подход к решению задач. Также мы смогли рассмотреть поведение бильярдного шара не в классической, прямоугольной плоскости, а в параллелограммной. На практике при решении задачи рассмотрели одно из свойств прямоугольного математического бильярда.

Заключение

В результате проделанной работы на тему «Математический бильярд» можно сделать вывод, что бильярд имеет многовековую историю и быстро завоевал популярность у многих людей разных профессий и возрастов. Современная теория бильярдов является одним из актуальных направлений математической физики. Проблемы существования периодических траекторий, исследования динамических и геометрических свойств продолжают интенсивно обсуждаться сегодня, поэтому игра послужила источником серьезных научных исследований по механики и математики.

В работе было подробно рассмотрено применение «Метода бильярда» к решению задач на переливание. Выяснено, что данный подход позволяет быстро оценить, все ли объёмы можно получить, т. е. во всех ли точках бильярдного стола мы сможем оказаться или же получение каких-то объемов невозможно. Этот метод дает единообразный и систематический подход к решению задач на переливания.

Таким образом, гипотеза о том, что метод бильярда значительно упрощает и упорядочивает решение задач на переливания, полностью подтвердилась.

При использовании метода бильярда имеется возможность составления задач о переливаниях различного уровня сложности, рассмотрения возможных подходов к решению задач подобного типа.

Кроме этого, исследование различных возможностей, возникающих при использовании сосудов различных объемов, с помощью метода «бильярдного шара» чрезвычайно увлекательно.

Рассматриваемая задача часто встречается на олимпиадах по математике и информатике различного уровня, а решение способствует культурному и интеллектуальному развитию, помогает развитию памяти, внимания, логического мышления, любознательности и творческих способностей. И, несомненно, данная работа будет отличным примером, для желающих научиться решать данные задачи.

Список использованных источников:

1. *School-science.ru: Математический бильярд.*
2. *Конференция "Старт в инновации", теория математического бильярда.*
3. *Infourok.ru: Индивидуальный проект «Математический бильярд».*
4. *NSU.ru: Проект — Математические бильярды.*