

ОХЛАЖДЕНИЕ ТЕЛ: ЗАДАЧА О ХЛЕБЕ

Артеменко Е.А., Ременчик Е.П., студенты гр.378105

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь*

Лобанок Л.В. – старший преподаватель кафедры ВМ

Аннотация. В работе будет рассмотрена математическая постановка задачи о хлебе и ее решение с использованием методов математического анализа. Данная научная работа будет способствовать расширению знаний о процессах охлаждения тела и разработке эффективных методов их анализа и моделирования, что имеет важное значение как в научных исследованиях, так и в промышленной практике.

Ключевые слова. Охлаждение тела, задача, процесс, температура, пища, промышленность, хлеб.

Процесс охлаждения тела – это процесс, при котором температура тела снижается за счет переноса тепла в окружающую среду. Он имеет большое значение в различных областях, включая промышленность, медицину и пищевую промышленность. Неправильное охлаждение продуктов может привести к размножению бактерий и возникновению пищевых заболеваний. Пища должна быстро проходить через опасную температурную зону, чтобы уменьшить рост патогенных микроорганизмов.

Процесс охлаждения тела играет важную роль в различных областях жизни человека, включая пищевую промышленность, где поддержание оптимальной температуры продуктов является ключевым для их качества и безопасности. В данной научной работе рассматривается математическое моделирование процесса охлаждения тела на примере задачи о хлебе.

Целью исследования является разработка математической модели, которая позволит оценить скорость охлаждения свежеспеченного хлеба и его температурный профиль в зависимости от начальных условий и характеристик окружающей среды. В частности, будет проанализировано, как влияют на процесс охлаждения факторы, такие как начальная температура хлеба после выпечки, температура окружающей среды, влажность и теплопроводность хлеба.

Выдерживание продуктов в холодном или горячем состоянии является критической контрольной точкой – то есть точкой, в которой поддержание надлежащей температуры поможет обеспечить безопасность пищи. Работники пищеблока должны знать, при какой температуре следует хранить продукты, следить за процессом хранения и регистрировать температуру продуктов во время хранения.

На охлаждение продуктов влияет достаточно много факторов:

- Тип контейнеров для продуктов (пластиковые контейнеры удерживают тепло, а контейнеры из нержавеющей стали или меди отводят тепло от продуктов);
- толщина продукта (чем толще или плотнее продукт, тем медленнее он охлаждается);
- размер продуктов (крупные продукты остывают медленнее, чем мелкие);
- перемешивание (перемешивание горячих жидких продуктов помогает им быстрее остыть).

В данной работе рассматривается задача о хлебе, которая заключается в моделировании процесса охлаждения свежеспеченного хлеба после его извлечения из печи.

Полученные результаты могут быть полезны для пищевой промышленности при оптимизации процессов производства и хранения хлебобулочных изделий, а также для хозяек, которые заботятся о качестве своих кулинарных изысков. Также результаты исследования могут быть интересны для общества с точки зрения понимания физических процессов охлаждения тела и их математического моделирования.

Рассмотрим процесс охлаждения тел на конкретном примере, а именно на задаче о хлебе. По условию температура вынутого из печи хлеба в течение 20 мин падает от 100 до 60°C. Температура окружающего воздуха 25° С. Необходимо определить, через какое время от момента начала охлаждения температура хлеба понизится до 30° С.

Для решения задачи необходимо использовать дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения довольно часто применяются для математического описания природных явлений. Так, например, в биологии дифференциальные уравнения применяются для описания популяции, в физике многие законы можно описать с помощью дифференциальных уравнений. Широкое применение находят дифференциальные уравнения и в моделях экономической динамики. В данных моделях отражается не только зависимость переменных от времени, но и их взаимосвязь во времени.

Следует отметить, что высокая начальная температура хлеба после выпечки приводит к более интенсивному начальному охлаждению. По мере того как хлеб охлаждается, разница в температуре между хлебом и окружающей средой уменьшается, что замедляет скорость охлаждения. Это можно увидеть на графике (рис. 1).

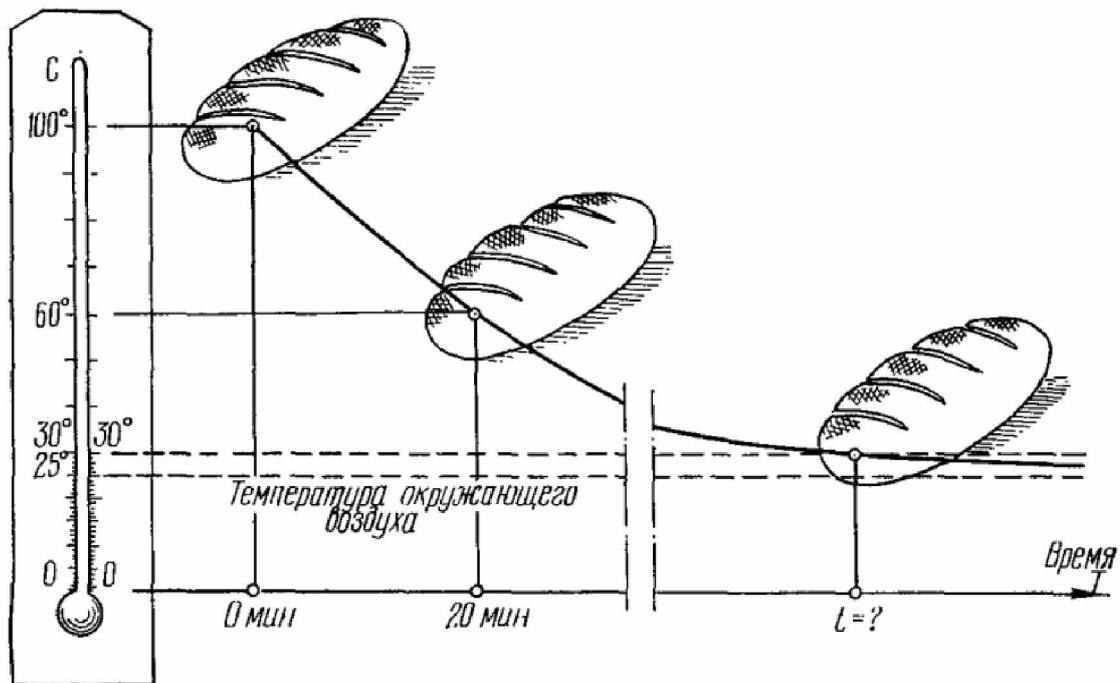


Рисунок 1 – Зависимость изменения температуры хлеба от времени

Эта задача действительно является важной в пищевой промышленности, ведь опасная зона для бактерий – это температура в диапазоне 40° (рис. 2), при которой патогенные микроорганизмы растут быстрее всего. Поэтому крайне важно вычислить промежуток времени, через который температура хлеба понизится до безопасной температуры.

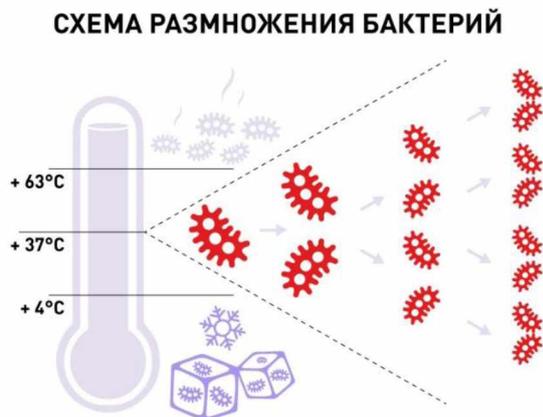


Рисунок 2 – Опасная температурная зона для бактерий

Скорость охлаждения тела представляет собой понижение температуры T в единицу времени t и выражается производной $\frac{dT}{dt}$. Закон охлаждения Ньютона — это физический закон, который описывает скорость потери тепла объектом в окружающую среду. Он гласит, что скорость потери тепла прямо пропорциональна разнице температур между объектом и его окружением. Другими словами, чем горячее объект, тем быстрее он остынет. Это процесс не является равномерным. Он подчиняется принципу экспоненциального убывания, что означает, что скорость охлаждения тела уменьшается по мере приближения его температуры к температуре окружающей среды.

При начале процесса охлаждения разница температур между телом и окружающей средой наибольшая, и скорость охлаждения максимальна. С течением времени, по мере уменьшения разницы в температурах, скорость охлаждения уменьшается. Это происходит из-за того, что с уменьшением разности температур уменьшается тепловой поток между телом и окружающей средой. Со временем разность в температурах уменьшается, и скорость охлаждения также уменьшается, пока температура тела не сравняется с температурой окружающей среды.

Дифференциальное уравнение охлаждения хлеба будет

$$\frac{dT}{dt} = k(T - t),$$

где T – температура тела, t – температура окружающего воздуха, k – коэффициент пропорциональности, $\frac{dT}{dt}$ – скорость охлаждения хлеба.

Пусть t – искомое время охлаждения. Следует разделить выражение:

$$\frac{dT}{T - t} = k dt$$

Высокая температура окружающей среды затрудняет охлаждение хлеба, поскольку тепло передается из хлеба в окружающую среду медленнее при высоких температурах. Низкая температура окружающей среды, напротив, способствует более быстрому охлаждению, поскольку разница в температуре между хлебом и окружающей средой увеличивается. По условию температура окружающего воздуха 25°C , что не является высокой температурой:

$$\frac{dT}{T - 25} = k dt$$

Ввиду того, что $\frac{dT}{T-25} = \frac{d(T-25)}{T-25}$, интегрируя, получается следующее выражение:

$$\int \frac{d(T - 25)}{T - 25} = k \int dt$$

или

$$\ln(T - 25) = kt + \ln C$$

Следующим шагом будет потенцирование — действие обратное логарифмированию по некоторому основанию, то есть возведение в степень с этим основанием. Потенцируем обе части последнего равенства:

$$e^{\ln(T-25)} = e^{kt + \ln C} = e^{kt} * e^{\ln C}$$

Так как $e^{\ln C} = C$, то $T - 25 = Ce^{kt}$.

Произвольную постоянную C можно выразить из начального условия: при $t = 0$ мин $T = 100^\circ\text{C}$, т.е. необходимо подставить в уравнения эти значения. Отсюда получается:

$$100 - 25 = Ce^{k*0} = C \text{ или } C = 75.$$

Величину e^k необходимо определить, исходя из данного дополнительного условия: при $t = 20$ мин $T = 60^\circ\text{C}$. Получаем

$$60 - 25 = 75(e^k)^{20}$$

И

$$e^k = \left(\frac{35}{75}\right)^{\frac{1}{20}} = \left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{1}{20}}$$

Уравнение охлаждения хлеба в условиях задачи примет вид:

$$T = 75\left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{t}{20}} + 25$$

Теперь следует использовать это уравнение для определения искомого t при температуре хлеба $T = 30^\circ\text{C}$:

$$30 - 25 = 5 = 75\left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{t}{20}} \text{ или } \frac{1}{15} = \left(\frac{7}{15}\right)^{\frac{t}{20}}$$

Окончательно,

$$t = \frac{-20 \ln 15}{\ln 7 - \ln 15} \approx \frac{-20 * 2,7081}{-0,7622} \approx 71 \text{ мин.}$$

Для полного понимания затраченного времени нужно перевести 71 минуту в часы. Итак, после одного часа одиннадцати минут хлеб охлаждается до температуры 30°C .

Важно отметить, что в данной задаче не учитываются размеры тела, что является одним из ограничений модели. Толщина продукта или расстояние до его центра играют большую роль в том, насколько быстро он остывает, так большие объекты могут сохранять тепло дольше, чем маленькие. Кроме того, форма и состав материала также могут влиять на скорость охлаждения. Важную роль играет и плотность еды: чем плотнее продукт, тем медленнее он будет остывать. Соответственно, чем выше теплопроводность, тем быстрее передается тепло, а значит, быстрее остывает вещество. Влияет и агрегатное состояние пищи: жидкости обычно обладают наибольшей теплоемкостью среди фаз. Также огромную роль играет тара, в которой охлаждается продукт, например, нержавеющая сталь передает тепло от продуктов быстрее, чем пластик.

В задаче не учитывалась влажность окружающей среды, однако она влияет на процесс охлаждения хлеба. При более высокой влажности окружающей среды испарение влаги с поверхности хлеба замедляется, что может замедлить охлаждение. Но влажная окружающая среда может помочь сохранить влагу в хлебе, делая его более мягким и свежим.

Указанные выше факторы взаимодействуют и могут оказывать комплексное влияние на процесс охлаждения тел. Например, высокая начальная температура и высокая температура окружающей среды могут совместно замедлить охлаждение, особенно при высокой влажности.

Решение данной задачи можно взять за основу и корректировать под необходимые условия, например, можно решать эту задачу при других температурах, а также есть возможность приблизительно оценить время охлаждения любого продукта, но в таком случае придется учитывать состав и консистенцию пищи. Если время остывания продукта окажется слишком большим, то рекомендуется использовать различные методы по быстрому охлаждению тел: разделять еду на более мелкие куски, перемешивать во время остывания, остужать на водяной или ледяной бане, использовать специальную камеру для охлаждения. Однако не следует дуть на еду, как это делают многие, ведь под действием исходящего пара на продукты питания попадает огромное количество вредоносных бактерий, которые размножаются с невероятной скоростью на теплой еде. В последующем все эти бактерии проникают с пищей обратно во внутрь и вызывают такие болезни, как гастрит и язва желудка.

Учет таких факторов, как форма и состав материала, может потребовать более сложных моделей охлаждения, которые будут учитывать геометрические и физические характеристики тела. Тем не менее, даже простые модели, подобные рассмотренной в данной работе, могут быть полезными для первоначальной оценки процесса охлаждения и позволять получить общее представление о его характеристиках. Хотя модель может быть упрощенной, она все же представляет интерес и может дать полезные результаты для практического применения.

В данной работе была рассмотрена задача о хлебе как пример процесса охлаждения тела. Математическое моделирование этого процесса позволяет оценить время охлаждения хлеба и его температуру в зависимости от начальных условий и характеристик окружающей среды. Полученные результаты могут быть полезны как для пищевой промышленности, так и для общего понимания процессов охлаждения тел. Проведена оценка скорости охлаждения свежеспеченного хлеба и его температурный профиль в различных условиях.

Эти результаты имеют практическое применение для оптимизации производства и хранения хлебобулочных изделий, а также помогают любителям кулинарии в поддержании качества и безопасности их кулинарных творений. Они также расширяют понимание физических процессов охлаждения тела и помогают разрабатывать эффективные методы их анализа и моделирования.

Хотя модель может быть упрощенной и не учитывать все факторы, такие как размеры и форма тела, она все равно представляет интерес и может быть полезна для начальной оценки процесса охлаждения. Дальнейшие исследования могут включать более сложные модели, чтобы получить более точные предсказания и улучшить знания в этой области.

Список использованных источников:

1. Пономарев, К.К. Составление дифференциальных уравнений: учеб. пособие / К.К.Пономарев – Минск: Изд-во «Вышэйшая школа», 1973. – 560 с.
2. Закон охлаждения Ньютона [Электронные ресурсы] – Режим доступа: <https://www.geeksforgeeks.org/newtons-law-of-cooling/> - Дата доступа: 07.04.2024
3. Кривые охлаждения [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://isaacphysics.org/concepts/cc_cooling_curves?stage=all – Дата доступа: 07.04.2024
4. Безопасность пищевых продуктов [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://extension.umn.edu/food-service-industry/what-risk-cooling-hot-food> - Дата доступа: 07.04.2024

UDC

COOLING OF BODIES. A TASK ABOUT BREAD

Artemenko E.A., Remenchyk E.P

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronic, Minsk, Republic of Belarus

Lobanok L. V. - senior lecturer

Annotation. The work will consider the mathematical formulation of the problem about bread and its solution using the methods of mathematical analysis. This scientific work will contribute to the expansion of knowledge about body cooling processes and the development of effective methods of their analysis and modeling, which is important both in scientific research and in industrial practice.

Keywords. Body cooling, problem, process, temperature, food, industry, bread.