

АЛГОРИТМ РАЗВОРОТА МОБИЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ

Игнатюк Н.С.

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
г. Минск, Республика Беларусь*

Научный руководитель: Татур М.М. – д. т. н., профессор, профессор кафедры ЭВМ

Аннотация. В статье представлена математическая модель управления мобильной платформой при выполнении разворота, в которой основное внимание уделяется оптимизации ее траектории и экономии времени. Модель включает кинематические уравнения и формулы для описания движения платформы. Проводится моделирование, чтобы проиллюстрировать влияние различных параметров на траекторию движения платформы. Показано, что путь удлиняется, когда конечная точка расположена за платформой. Для решения этой проблемы вводится алгоритм разворота, что приводит к более эффективной траектории и сокращению времени достижения конечной точки. Далее в статье рассматривается оптимизация алгоритма разворота с помощью метода простого перебора, определяющего пределы оптимальных параметров.

Ключевые слова: математическая модель, алгоритм управления поворотом, оптимизация траектории, алгоритм разворота, оптимизация параметров, метод простого перебора

Введение. В области динамики мобильных платформ поиск оптимальной траектории и сокращение времени ее прохождения является фундаментальной задачей. В этой статье рассматривается комплексная математическая модель, объясняющая сложную взаимосвязь параметров в кинематических уравнениях, управляющих движением мобильной платформы. В качестве ключевого параметра рассматривается положение переднего колеса, исследуется его влияние на характер траектории, когда конечная точка расположена за платформой. Представляя оригинальный алгоритм разворота в качестве решения, в статье систематически описываются условия его активации и последующие эффекты на движение платформы. С использованием имитационного моделирования и перебора вариантов технических решений достигнут эффект оптимизации движения мобильной платформы.

Основная часть. На рисунке 1 представлена кинематическая схема изменения положения мобильной платформы [1] за счет поворота передних колес.

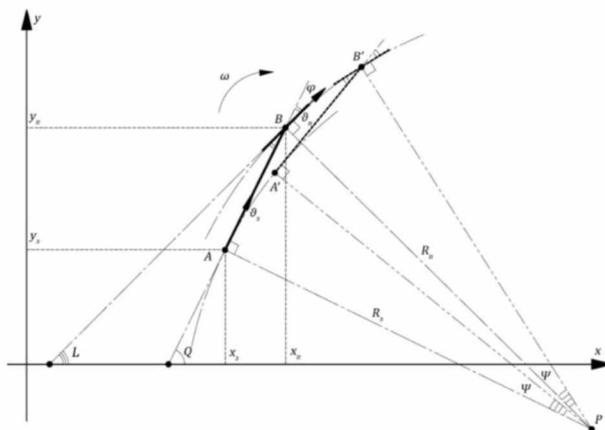


Рисунок 1 – Кинематическая схема движения платформы

Математическая модель мобильной платформы (формула 1) [1, 2]:

$$\begin{cases} x_{\Pi} = x_{\Pi 0} + v_{\Pi} \cos(\mathcal{L} + \Psi)\Delta t \\ y_{\Pi} = y_{\Pi 0} + v_{\Pi} \sin(\mathcal{L} + \Psi)\Delta t \\ x_3 = x_{\Pi} - L \cos(\pm Q + \Psi) \\ y_3 = y_{\Pi} - L \sin(\pm Q + \Psi) \end{cases} \quad (1)$$

где: $\Psi = \frac{v_3 \tan \varphi}{L} \Delta t$ – угол изменения положения платформы; $L = (x_{\Pi 0} - x_{30})^2 + (y_{\Pi 0} - y_{30})^2$ – колесная база платформы (отрезок AB); $x_{\Pi 0}$ и $y_{\Pi 0}$ – первоначальные координаты переднего колеса; x_{30} и y_{30} – первоначальные координаты заднего колеса; $v_{\Pi} = \frac{v_3}{\cos \varphi}$ – скорость переднего колеса; $v_3 = v = v_0$ – скорость заднего колеса; $\mathcal{L} = \pm Q + \varphi$ – угол между направлением переднего колеса и осью OX ; $Q = \arccos\left(\frac{x_{\Pi 0} - x_{30}}{L}\right)$ – угол наклона платформы; $Q = \begin{cases} +Q, & \text{если } y_{\Pi 0} \geq y_{30} \\ -Q, & \text{если } y_{\Pi 0} < y_{30} \end{cases}$ [1, 2].

Угол поворота переднего колеса рассчитывается по формуле 2:

$$\varphi = k_{\text{пов}} \omega_p \Delta t + \varphi_0, \quad (2)$$

где: $k_{\text{пов}}$ – коэффициент направления вращения ротора (определяет направление изменения угла φ); ω_p – угловая скорость вращения ротора (скорость изменения угла φ); φ_0 – первоначальный угол поворота переднего колеса относительно платформы [1, 2, 3].

Постановка проблемы. При нахождении конечной точки относительно корпуса мобильной платформы сзади, наблюдается вытянутая траектория движения мобильной платформы, которая увеличивает время достижения конечной точки. В качестве примера промоделируем движение мобильной платформы с начальными условиями: $x_{\Pi 0} = 1$, $y_{\Pi 0} = 1$, $x_{30} = 0$, $y_{30} = 0$, $x_{\text{кон}} = -25$, $y_{\text{кон}} = -20$, $v_0 = 35$, $\omega_p = \frac{\pi}{4}$, $\varphi_0 = -\frac{\pi}{6}$.

В качестве алгоритма поворота переднего колеса будем использовать алгоритм, основанный на расчёте координат конечной точки K после поворота и смещения осей на угол \mathcal{L} и x_{Π} соответственно, где коэффициент $k_{\text{пов}}$ будет изменяться следующим образом (формула 3) [3]:

$$k_{\text{пов}} = \begin{cases} y''_{\text{кон}} > 0 \text{ или } y'_{\text{кон}} = 0 \wedge x''_{\text{кон}} < 0, \text{ то } k_{\text{пов}} = 1 \\ y''_{\text{кон}} < 0, \text{ то } k_{\text{пов}} = -1 \\ y''_{\text{кон}} = 0, \text{ то } k_{\text{пов}} = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

где: $y''_{\text{кон}} = -(x_{\text{кон}} - x_{\Pi}) * \sin \mathcal{L} + (y_{\text{кон}} - y_{\Pi}) * \cos \mathcal{L}$ – значение $y_{\text{кон}}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на x_{Π} и y_{Π} , а также поворот на угол \mathcal{L}); $x''_{\text{кон}} = (x_{\text{кон}} - x_{\Pi}) * \cos \mathcal{L} + (y_{\text{кон}} - y_{\Pi}) * \sin \mathcal{L}$ – значение $x_{\text{кон}}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на x_{Π} и y_{Π} , а также поворот на угол \mathcal{L}).

Для более корректной работы алгоритма поворота переднего колеса включим алгоритм управления скоростью (формула 4):

$$v = \begin{cases} v_0, & \text{если } k_{\text{упр}} \geq 0,9 * m_{\text{пред}} \\ 0,5 * v_0, & \text{если } 0,9 * m_{\text{пред}} > k_{\text{упр}} \geq 0,7 * m_{\text{пред}}, \\ 1, & \text{если } 0,7 * m_{\text{пред}} > k_{\text{упр}} \end{cases} \quad (4)$$

где: $m_{\text{пред}}$ – верхнее значение общего влияния, $k_{\text{упр}}$ – коэффициент общего влияния.

Результаты моделирования представлены на рисунке 2.

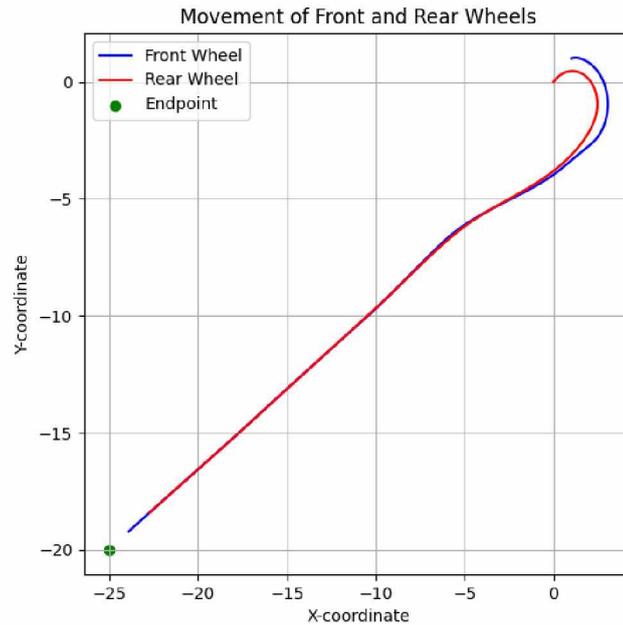


Рисунок 2 – Результаты моделирования

Алгоритм разворота. В качестве решения данной проблемы и оптимизации траектории движения мобильной платформы можно воспользоваться алгоритмом разворота. Активация алгоритма будет происходить при условии (формула 5):

$$|Q_{\text{кон}}| \geq \frac{17 * \pi}{18}, \quad (5)$$

где: $Q_{\text{кон}} = \arccos \frac{x'_{\text{кон}}}{S'}$ – угол между конечной точкой и осью Ox после преобразования системы координат (смещение начала системы координат на $x_{\text{п}}$ и $y_{\text{п}}$, а также поворот на угол Q); $x'_{\text{кон}} = (x_{\text{кон}} - x_{\text{п}}) * \cos Q + (y_{\text{кон}} - y_{\text{п}}) * \sin Q$ – значение $x_{\text{кон}}$ после преобразования координат (смещение начала системы координат на $x_{\text{п}}$ и $y_{\text{п}}$, а также поворот на угол Q); $S' = \sqrt{x'^2_{\text{кон}} + y'^2_{\text{кон}}}$ – расстояние от переднего колеса до конечной точки после преобразования системы координат (смещение начала системы координат на $x_{\text{п}}$ и $y_{\text{п}}$, а также поворот на угол Q).

При активации скорость передвижения мобильной платформы становится $v_{\text{обр}} = -2$. Алгоритм поворота переднего колеса при этом меняется на следующий (формула 6):

$$k_{\text{пов}} = \begin{cases} \varphi \geq 0, \text{ то } k_{\text{пов}} = 1 \\ \varphi < 0, \text{ то } k_{\text{пов}} = -1 \end{cases} \quad (6)$$

Завершение работы алгоритма разворота будет происходить при условии (формула 7):

$$|Q_{\text{кон}}| \leq \frac{\pi}{72}, \quad (7)$$

Результаты моделирования движения мобильной платформы при использовании алгоритма разворота при тех же начальных условиях, что и в примере в начале статьи, представлены на рисунке 3.

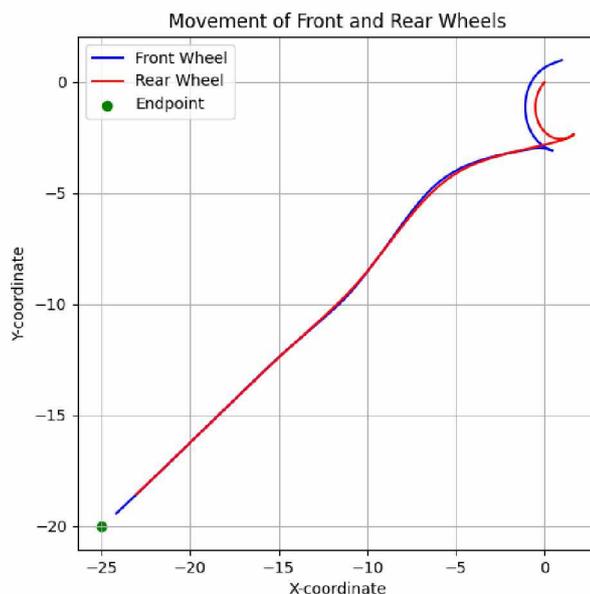


Рисунок 3 – Траектория движения мобильной платформы с алгоритмом разворота

В результате время, необходимое мобильной платформе для достижения конечной точки, сокращено с 6,47 секунды (до использования алгоритма регулирования скорости) до 4,24 секунд.

Оптимизация алгоритма разворота. В качестве параметра оптимизации (в данном случае уменьшения) выберем время, потраченное мобильной платформой на достижение конечной точки. В качестве параметров оптимизации выберем условие срабатывания алгоритма разворота и условие его прекращения.

В ходе моделирования было выявлено, что значение угла φ влияет на время, потраченное мобильной платформой на достижение конечной точки. В ходе моделирования была выявлена закономерность: при одинаковых знаках углов $Q_{\text{кон}}$ и φ время, потраченное мобильной платформой на достижение конечной точки, увеличивается.

Методом простого перебора [4] были выявлены верхний и нижний пределы срабатывания алгоритма разворота: верхний предел $-\pi$, если $\varphi \leq 0$, и $-\frac{2\pi}{9}$, если $\varphi > 0$; нижний предел $-\frac{2\pi}{9}$, если $\varphi \leq 0$, и $-\pi$, если $\varphi > 0$. Также был найден оптимальный предел прекращения работы алгоритма: $\frac{\pi}{140}$, если $\varphi > 0$, и $-\frac{\pi}{140}$, если $\varphi \leq 0$.

Методом простого перебора [4] также были выявлены пределы срабатывания алгоритма разворота для параметра φ : $\varphi \geq \frac{\pi}{15}$, или $\varphi \leq -\frac{\pi}{15}$.

В результате алгоритм разворота срабатывает при следующих условиях (формула 8):

$$\varphi \leq -\frac{\pi}{15} \wedge \frac{2\pi}{9} \leq Q_{\text{кон}} \leq \pi$$

$$\vee$$

$$\varphi \geq \frac{\pi}{15} \wedge -\frac{2\pi}{9} \geq Q_{\text{кон}} \geq -\pi \quad (8)$$

Таким образом, после оптимизации параметров, время необходимое мобильной платформе для достижения конечной точки, сокращено с 4,24 секунд до 4,17 секунд.

Заключение. Внедрение специально разработанного алгоритма разворота оказалось полезным для устранения проблемы удлиненной траектории, что привело к существенному

сокращению времени, необходимого платформе для достижения своей конечной точки. Процесс оптимизации, основанный на методе простого перебора, позволил точно настроить параметры алгоритма, что еще больше повысило его эффективность. Усовершенствованная модель и алгоритм не только способствуют более упорядоченному и эффективному перемещению, но и подчеркивают важность тщательного математического моделирования для развития автономных систем.

Список литературы

1. Ihnatsiuk M., Tatur M. Construction of a mathematical model of the movement of a four-wheeled mobile robot // ACeSYRI. Proceedings of the workshops on ACeSYRI 2023. – Žilina, Slovakia: EDIS, 2023. – 25-31 p.
2. Игнатюк Н.С. Модифицированная математическая модель расчета координат мобильной платформы // Состояние и перспективы развития современной науки и образования: сборник статей VII Международной научно-практической конференции (25 января 2024 г.). — Петрозаводск: МЦНП «НОВАЯ НАУКА», 2024. — 367-372 с.
3. Игнатюк Н.С. Моделирование алгоритмов управления движением мобильной платформы // Беларусь-Китай: контуры инновационно-технологического сотрудничества: сборник материалов научно-практической конференции // сост. М. А. Войтешинок. — Минск: БНТУ, 2023. — 112-113 с.
4. Рейзлин В.И. Численные методы оптимизации: учебное пособие / В.И. Рейзлин; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск: Изд-во Национального исследовательского Томского политехнического университета, 2013 – 105 с.

UDC 001.891.573

THE ALGORITHM OF THE MOBILE PLATFORM REVERSAL

Ignatyuk N.S.

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Tatur M.M. – Dr. of Sci. (Tech.), Professor, Professor of the Computer Department

Annotation. The article presents a mathematical model for managing a mobile platform when performing a U-turn, which focuses on optimizing its trajectory and saving time. The model includes kinematic equations and formulas to describe the motion of the platform. A simulation is carried out to illustrate the effect of various parameters on the trajectory of the platform. It is shown that the path lengthens when the endpoint is located behind the platform. To solve this problem, a reversal algorithm is introduced, which leads to a more efficient trajectory and a shorter time to reach the end point. Next, the article discusses the optimization of the reversal algorithm using a simple iteration method that determines the limits of optimal parameters.

Keywords: mathematical model, rotation control algorithm, trajectory optimization, reversal algorithm, parameter optimization, simple iteration method.