

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИГРОВОЙ СИТУАЦИИ В КОМПЬЮТЕРНОЙ ИГРЕ «DOTA 2»

Высоцкий Н.А.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск,
Республика Беларусь

Князюк Н.В. – канд. физ.-мат. наук, доцент.

В данной работе исследуется математическая модель игровой ситуации в компьютерной игре «DOTA 2».

Описание игровой ситуации. Рассмотрим ситуацию из популярной компьютерной игры "Dota 2" [1]. Для победы в сражении персонаж "Enigma" [2] применяет свои способности "Midnight Pulse" и "Black hole" на вражеском персонаже. Способность "Black hole" наносит сопернику урон, прямо пропорциональный времени сражения. Его не сложно рассчитать в отличие от урона, наносимого сопернику способностью "Midnight Pulse". Описание способности "Midnight Pulse": наполняет местность темным резонансом, который наносит врагу каждую секунду урон в размере 20 (ед.) магического урона (это постоянная доля урона) и 10% доли его текущего запаса здоровья. Необходимо рассчитать запас здоровья, оставшийся у врага, после пребывания в радиусе действия способности "Midnight Pulse" в течение t секунд. Также необходимо определить промежуток времени, за который враг потеряет весь запас свой здоровья.

Математическая модель. Пусть t – время, k – доля от запаса здоровья ($k = 0,1$), $h(t)$ – запас здоровья врага (цели) в момент времени t , $h(t + \Delta t)$ – запас здоровья цели спустя Δt секунд ($\Delta t \rightarrow 0$).

Составим уравнение, описывающее зависимость количества здоровья цели от времени.

$$h(t + \Delta t) = h(t) - \Delta t \cdot 20 - \Delta t \cdot k \cdot h(t)$$

$$h(t + \Delta t) - h(t) = -\Delta t \cdot (20 + k \cdot h(t))$$

Разделим обе части уравнения на Δt и перейдем к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$. Тогда, учитывая определение производной, получим:

$$h'(t) = -k \cdot h(t) - 20$$

$$h'(t) + k \cdot h(t) = -20.$$

Данное уравнение будем считать идеальным, так как у цели отсутствует сопротивление к урону и регенерация здоровья.

Решим полученное линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.

$$h'(t)e^{kt} + k \cdot h(t)e^{kt} = -20e^{kt}$$

$$(h(t)e^{kt})' = -20e^{kt}$$

$$h(t)e^{kt} = -20 \int e^{kt} dt$$

$$h(t) = -\frac{20}{k} + Ce^{-kt},$$

где C – произвольная постоянная.

Зададим начальное условие и рассмотрим задачу Коши для рассматриваемого дифференциального уравнения. Пусть в начальный момент времени ($t = 0$) функция $h(t)$ принимает значение h_{max} , т.е. $h(0) = h_{max}$ (первоначальный уровень здоровья цели). Тогда

$$C = h_{max} + \frac{20}{k}.$$

Решение задачи Коши имеет вид:

$$h(t) = \frac{-20}{k} + \left(h_{max} + \frac{20}{k} \right) e^{-kt}.$$

Мы получили функцию, описывающую уровень здоровья цели после ее пребывания в радиусе действия способности "Midnight Pulse" персонажа "Enigma" в течение t секунд в случае отсутствия у цели сопротивления к урону и регенерации здоровья.

Реалистичное уравнение. Чтобы полученные выше результаты можно было применить в игре, введем следующие параметры:

- 1) сопротивление к магическому урону m ($m < 1$);
- 2) регенерация уровня здоровья в секунду r ($r > 0$);
- 3) фактическая доля от урона заклинанием n ($n = 1 - m$).

Тогда дифференциальное уравнение примет вид:

$$h'(t) = -n(20 + kh(t)) + r$$

$$h'(t) + nkh(t) = -20n + r.$$

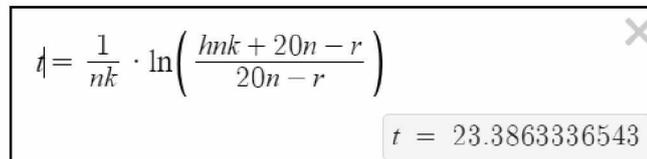
Решая полученное линейное дифференциальное уравнение первого порядка, а также учитывая начальное условие $h(0) = h_{max}$, получим функцию $h(t)$:

$$h(t) = \frac{-20}{k} + \frac{r}{nk} + \left(h_{max} + \frac{20}{k} - \frac{r}{nk} \right) e^{-nkt}.$$

Время t , за которое цель потеряет все здоровье под действием "Midnight Pulse", т.е. ($h(t) = 0$), равно:

$$t = \frac{1}{nk} \cdot \ln \frac{h_{max}nk + 20n - r}{20n - r}.$$

Эксперимент. Пусть начальный уровень здоровья цели $h_{max} = 494$, регенерация $r = 2$, доля от урона заклинанием $n = 0.59$. Вычислим время, за которое "Enigma" победит врага. Вычисление проведем с помощью графического калькулятора Desmos. Получим $t = 23.3863336543$ сек.



$$t = \frac{1}{nk} \cdot \ln \left(\frac{h_{max}nk + 20n - r}{20n - r} \right)$$

$t = 23.3863336543$

В игре имеется журнал сражения, который фиксирует все действия, совершенные в промежутке до 120 секунд. По данным журнала, уровень здоровья цели опустился до нуля за $t_{ingame} = 23$ сек.

47:00.766] Enigma наносит Crystal Maiden 20 урона, используя Midnight Pulse (494->474).
47:23.766] Enigma убивает Crystal Maiden

Измерив реальное время t_{ingame} в игре и проведя аналитические вычисления (t), мы получили, что $t \approx t_{ingame}$ с погрешностью в 0,386 сек. Погрешность в вычислениях возможна из-за дискретности вычислений урона самой игрой, так как, если бы игра считывала все игровые процессы непрерывно, то это бы очень сильно сказалось на ее производительности.

Список использованных источников:

1. Wikipedia.org [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Dota_2 - дата доступа: 27.03.2024.
2. Dota2.com [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.dota2.com/hero/enigma> - дата доступа: 27.03.2024.
3. Desmos.com [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.desmos.com/calculator> - дата доступа: 29.03.2024.