

СЛОЖЕНИЕ ДВУХ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Лазаревич М. Д., Ковалева К. В.

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
г. Минск, Республика Беларусь

Савилова Ю. И. – канд. техн. наук

Аннотация: Нахождение траектории результирующего движения тела, участвующего в двух взаимно перпендикулярных (горизонтальном и вертикальном) колебательных движениях. Определение частоты горизонтальных колебаний по фигурам Лиссажу. Практические применения сложения двух перпендикулярных колебаний.

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Колебательные процессы широко распространены в природе и технике, например качание маятника часов, переменный электрический ток. Различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями. Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания — колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по закону синуса (косинуса)[1].

Любое движение можно представить как сумму двух или более движений, имеющих разные направления. Под сложением колебаний понимают нахождение закона движения тела, участвующего одновременно в нескольких колебательных процессах.

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей Ox и Oy . В общем случае такие колебания описываются различными амплитудами A_x и A_y , различными частотами ω_x и ω_y , различными начальными фазами φ_x и φ_y , соответственно. Результирующее движение является двумерным. Для простоты начало отсчета выбирается так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю[2].

$$x = A_x \cos(\omega x t + \varphi_x); \quad (1)$$

$$y = A_y \cos(\omega y t + \varphi_y). \quad (2)$$

Система уравнений (1) и (2) представляет собой уравнение кривой, являющейся результатом сложения этих колебаний, заданной в параметрической форме. Уравнение траектории движения, которое можно записать, исключив из уравнений колебаний параметр t , будет описывать результирующее движение и в общем случае представлять собой уравнение эллипса. При некоторых частных условиях указанная форма может вырождаться в отрезок прямой либо в окружность[3]. Если частоты складываемых колебаний не одинаковы, но кратны друг другу, то траектория результирующего движения имеет вид сложных замкнутых кривых, называемых фигурами Лиссажу.

Вид фигур зависит от соотношения между периодами (частотами), фазами и амплитудами обоих колебаний. Если периоды обоих колебаний близки, то разность фаз линейно изменяется, вследствие чего наблюдаемый эллипс всё время деформируется. Если отношение периодов является рациональным числом, то через определенный промежуток времени, равный наименьшему общему кратному периодов, движущаяся точка вернется в исходное положение, образуя замкнутые траектории. Это связано с тем, что разность фаз периодически возвращается к исходному значению. Если отношение периодов иррациональное число, то порождаются незамкнутые траектории[4]. Чем ближе к единице рациональная дробь, выражающая отношение частот колебаний, тем сложнее оказывается фигура Лиссажу[5].

Фигуры Лиссажу нашли широкое применение в ряде научных областей и инженерии. Они используются в телекоммуникационных системах для анализа качественных параметров сигналов, в астрономии — для анализа спектров звезд и определения их свойств, в электронике — для проверки параметров генераторов сигналов, в сигнальной обработке — для анализа спектра сигналов и выявления частотных компонентов, в медицине — для изучения электрической активности головного мозга, сердца и других органов.

Список использованных источников:

1. *Колебания и волны : лаб. практикум по курсу «Физика» / М. В. Буй К60 [и др.] ; М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. — Гомель : БелГУТ, 2019. — 80 с.*
2. *Д. Н. Краснов Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний (фигуры Лиссажу): учеб. пособие / Д. Н. Краснов. — М.: Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. — 18 с.*
3. *Курс общей физики. Механика и молекулярная физика: Лабор. практикум. / С. К. Гнатов, М. В. Горшенина, С. Н. Косинова, А. Е. Лукья-нов, Д. В. Харитонов, А. П. Чуриков; Самар. гос. техн. ун-т. Самара. 2003. — 140с.*
4. *Справочник по радиоэлектронным устройствам. В 2 томах / Под ред. Д. П. Линде. — М.: Энергия, 1978. — 60 с.*
5. *Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике. — М.: Наука, 1981. — 58 с.*