УДК 519.722:303.092.52

ОЦЕНКА ВЫРАЖЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПУАССОНОВСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Тонко П.А.[1], *студент гр.253501, Сыцевич Е.Р.*[2], *студент гр.253501*

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники[1], *г. Минск, Республика Беларусь*

Научный руководитель: Анисимов В.Я. – канд. физ.-мат. наук, доцент

Аннотация: В данной работе выведены формулы, позволяющие получать энтропию пуассоновского распределения с заданной точностью с меньшими вычислительными затратами.

Ключевые слова: энтропия, распределение Пуассона, аппроксимация.

Быстрое вычисление энтропии пуассоновского распределения играет огромную роль в различных сферах, где требуется анализ больших объемов данных или выполнение вычислительно интенсивных задач. В таких случаях имеет место поиск высококачественных аппроксимаций и интегральных формул для определения энтропии.

Определение числа членов суммы, необходимых для достижения заданной точности. Формула вычисления энтропии имеет вид [1]:

$$S(x) = -\sum_{n=0}^{\infty} \rho_n(x) \ln \rho_n(x) \quad (1)$$

Пусть дана функция $f(x) = -x \ln x$. Продифференцируем эту функцию и найдем ее экстремум.

$$f'(x_0) = (-x_0 \ln x_0)' = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{e}.$$

Так как $f'(x_0 - 0) > 0$ и $f'(x_0 + 0) < 0$, $x_0 = x_{max}$ – точка максимума функции $f(x)$. Графическая интерпретация этого факта изображена на рисунке 1(а).

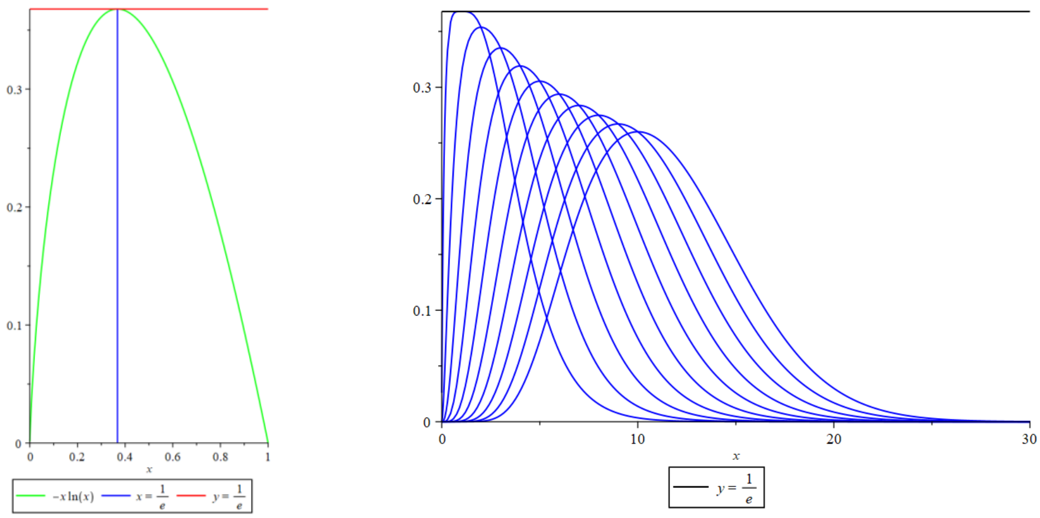

Рисунок 1 – а) график функции $f(x)$, б) графики функций $\rho_n(n)$, где $n = 1..10$

Отметим, что $f(x_{max}) = \frac{1}{e}$.

Докажем, что для $\forall x \in R_+, \forall n \in Z_+ \ \rho_n(x) \le \frac{1}{e}$.

$$\rho_n(x) = \frac{x^n e^{-x}}{n!} \Rightarrow \frac{\partial \rho_n(x)}{\partial x} = \frac{x^{n-1} e^{-x}}{(n-1)!}\left(1 - \frac{x}{n}\right) \Rightarrow \frac{\partial \rho_n(x_0)}{\partial x} = 0, x_0 = n.$$

При $\forall x < n$ $\frac{\partial \rho_n(x)}{\partial x} > 0$, а при $\forall x > n$ $\frac{\partial \rho_n(x)}{\partial x} < 0 \Rightarrow x_0 = n$ является точкой максимума для члена $\rho_n(x)$. Рассмотрим отношение $\frac{\rho_{n+1}(n+1)}{\rho_n(n)} = \frac{1}{e}(1+\frac{1}{n})^n$. Поскольку $1 + x \le e^x$ для $\forall x \ge 0$: $1 + x \le 1 + x + \frac{x^2}{2} + \ldots = e^x$, то при подстановке $x = \frac{1}{n}$ получим $1 + \frac{1}{n} \le e^{\frac{1}{n}} \Rightarrow \frac{1}{e}(1+\frac{1}{n})^n \le 1 \rho_0(0) = 0, \rho_1(1) = \frac{1}{e}, \frac{\rho_{n+1}(n+1)}{\rho_n(n)} \le 1$, следовательно, последовательность $\rho_n(n)$ монотонно убывает и для $\forall n$ и $\forall x$ $\rho_n(x) \le \rho_n(n) \le \frac{1}{e}$ (рис. 1(б)).

Пусть дан член $\rho_M(x) = \frac{x^M}{M!}e^{-x} = \varepsilon \le \frac{1}{e}$. Рассмотрим два выражения:

$$P_{n+M} = \varepsilon(\frac{x}{M})^n \text{ и } \rho_{n+M} = \frac{x^{n+M}}{(n+M)!}e^{-x} = \frac{\varepsilon\, x^n M!}{(n+M)!} = \varepsilon\, P_{n+M}\ \frac{M^n\, M!}{(n+M)!}.$$

Для $\forall n > 0$ $\rho_{n+M} < P_{n+M}$, т. к.

$$\frac{\rho_{n+M}}{P_{n+M}} = \frac{M!\, M^n}{(n+M)!} = \frac{M^n}{(M+1)(M+2)\ldots(M+n)} < 1.$$

Сравним два выражения

$$S_1(x, M) = -\sum_{n=0}^{\infty} \rho_{n+M}(x)\, ln\, \rho_{n+M}(x) \text{ и } S_2(x, M) = -\sum_{n=0}^{\infty} P_{n+M}(x)\, ln\, P_{n+M}(x) =$$

$$= -ln\, x \sum_{n=0}^{\infty} n\, P_{n+M}(x) + ln\, M \sum_{n=0}^{\infty} n\, P_{n+M}(x) - ln\, \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} P_{n+M}(x) =$$

$$= -ln \frac{x}{M} \sum_{n=0}^{\infty} n\, P_{n+M}(x) - ln\, \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} P_{n+M}(x).$$

Так как $\rho_n < P_n$, то $-\rho_n\, ln\, \rho_n < -P_n\, ln\, P_n$ и $S_1 < S_2$. Поскольку $\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{x}{M})^n = \frac{1}{1-\frac{x}{M}}$ для $\forall \frac{x}{M} < 1$ [2], имеем

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho_{n+M} = \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{x}{M})^n = \frac{\varepsilon}{1-\frac{x}{M}}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n\, \rho_{n+M} = \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} n\, (\frac{x}{M})^n = \varepsilon \frac{\frac{x}{M}}{(1-\frac{x}{M})^2}$$

$$S_2(x, M) = -\varepsilon\, ln(\frac{x}{M}) \frac{\frac{x}{M}}{(1-\frac{x}{M})^2} - \varepsilon\, ln\, \frac{\varepsilon}{1-\frac{x}{M}}.$$

Получили выражение, отражающее зависимость между значением аргумента x, номером M и числом S_2, которое ограничивает сверху остаток ряда S_1.

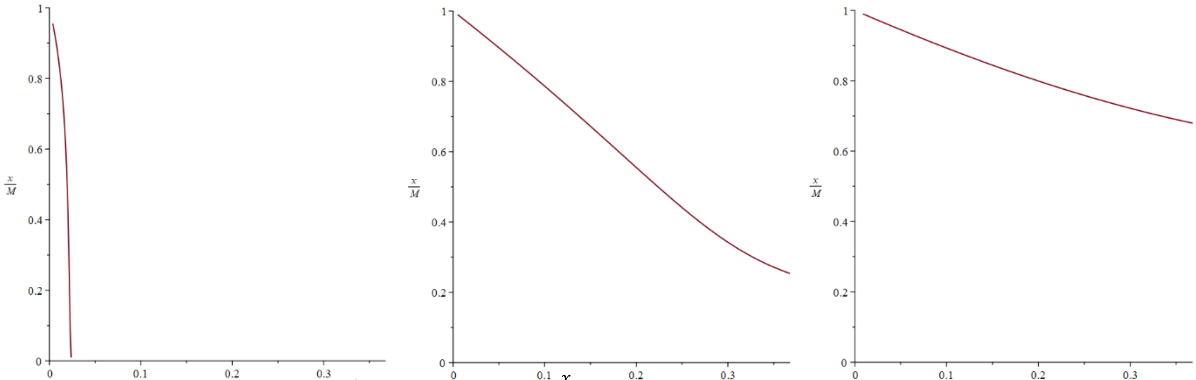

Рисунок 2 – Графики зависимости $\frac{x}{M}$ от ε при значениях S_2, равных 0.1, 0.5 и 0.9

Подставим значение $\varepsilon = \frac{x^M}{M!}e^{-x}$ в выражение для S_2 и воспользуемся бинарным поиском для нахождения числа M, такого, что $-\sum_{n=M}^{\infty} \rho_n(x)\, ln\, \rho_n(x) < \varepsilon$, по заданным значениям точки x и требуемой точности ε (см. рис. 3-4). MAX_M – верхняя граница бинарного поиска – максимальное предполагаемое значение M.

$$-\frac{x^M}{\mathrm{factorial}(M)\cdot\exp(x)}\cdot\left(\frac{x\cdot M}{(M-x)^2}\cdot(\ln(x)-\ln(M))+M\cdot\ln(x)-sum(\ln(n),n=1..M)-x-\ln\left(1-\frac{x}{M}\right)\right)$$

Рисунок 3 – Преобразованное выражение для S_2

```
MAX_M := 10000 :
FindM := proc(X, ε)
 local l, mid, r, err, res :
 l := ceil(X) : r := MAX_M :
 do
  mid := floor((l + r)/2) :
  err := CalculateS(X, mid) :
  if err ≤ ε then
   r := mid − 1 :
   res := mid :
  else
   l := mid + 1 :
  end if:
 until r < l :
 res
 end proc:
```

Рисунок 4 – Процедура для вычисления M

Используем процедуру для нахождения числа M при заданном $x = 1$ и погрешности 10^{-10}. Отметим, что требуемая точность была достигнута.

```
x_test := 1 : error_test := 10^(-10) :
FindM(x_test, error_test)
                                    15                                                  (2)
PoissonInt(x_test)
          1.30484224225625148430880001210758760587206598427520                          (3)
Poisson(x_test, (2) − 1)
          1.30484224224752659937478033789486196327217192633610                          (4)
abs((3)−(4))
          8.72488493401967421272564259989405793910000000000000 × 10^(−12)               (5)
```

Рисунок 5 – Пример использования процедуры

Энтропия пуассоновского распределения в интегральной форме. Запишем формулу, выражающую закон распределения Пуассона:

$$P_n = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!},$$

где $n \in Z_+$ и параметр $\lambda > 0$ – математическое ожидание и дисперсия распределения. Тогда энтропия этого распределения равна

$$H(\lambda) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!} ln(\frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}(n\,ln\,\lambda - \lambda - ln\,n!) = \\ = \lambda(1 - ln\,\lambda) + e^{-\lambda}\textstyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n\,ln\,n!}{n!}. \quad (2)$$

Пусть X – случайная величина с распределением Пуассона с параметром λ, тогда второй член в правой части (2) становится равным $E[ln\,X!]$. Используя формулу произведения рядов по Коши, запишем

$$E[ln\,X!] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k\lambda^k}{k!} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n ln\,n!}{n!} = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{j} \frac{(-1)^{j-k}\lambda^{j-k}}{(j-k)!} \frac{\lambda^k ln\,k!}{k!} = \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j \sum_{k=0}^{j} \frac{(-1)^{j-k} ln\,k!}{(j-k)!\;k!} =$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\lambda^j}{j!} \sum_{k=0}^{j} \binom{j}{k} (-1)^{j-k} \ln k! = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-\lambda)^j}{j!} c(j), \quad (3)$$

где

$$c(j) = \sum_{k=0}^{j} \binom{j}{k} (-1)^k \ln k!. \quad (4)$$

Получили разложение $E[\ln X!]$ в ряд Маклорена для $\forall\lambda > 0$.

После формальной подстановки $c(j) = (1 - e^t)^j$ в (3) получим $\sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda(e^t-1))^j}{j!} = e^{\lambda(e^t-1)} = M(t)$ – производящая функция моментов распределения Пуассона. Попробуем доказать, что это не совпадение и то же самое явление происходит для логарифмического математического ожидания любого (дискретного или непрерывного) распределения, определенного в неотрицательных действительных числах.

Коэффициенты логарифмической разности $c_\alpha(j)$**.** Запишем выражение для конечной разности и интерполяционную формулу Ньютона:

$$\Delta^j[f](\alpha) = \sum_{k=0}^{j} (-1)^{j-k} \binom{j}{k} f(k+\alpha),$$
$$f(x+\alpha) = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{x}{j} \Delta^j[f](\alpha) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(x)_j}{j!} \Delta^j[f](\alpha). \quad (5)$$

Формула (5) аналогична формуле разложения в степенной ряд Тейлора с заменой непрерывных производных конечными разностями и степеней x факториальными степенями $(x)_n = x * \ldots * (x-(n-1))$. При этом x не обязательно целое число.

Рассмотрим функцию $f(x) = \ln x$.

$$\Delta^j[\ln](\alpha) = \sum_{k=0}^{j} (-1)^{j-k} \binom{j}{k} \ln(k+\alpha) = \sum_{k=0}^{j} (-1)^k \binom{j}{k} \ln(k+\alpha)(-1)^{j-2k} = (-1)^{j+1} c_\alpha(j+1).$$
$$\ln(x+\alpha) = \sum_{j=0}^{\infty} \binom{x}{j} (-1)^{j+1} c_\alpha(j+1), \text{ сходится для } \forall x > -\alpha.$$

Для $\forall t > 1$ верно

$$c_\alpha(j) = \int_0^\infty \frac{(1-e^{-t})^{j-1} e^{-\alpha t}}{t} dt = -\int_0^\infty \frac{\sum_{k=0}^{j-1} (-1)^k \binom{j-1}{k} e^{-t(k+\alpha)}}{t} dt$$
$$= -\int_0^\infty \frac{\sum_{k=0}^{j-1} (-1)^k \binom{j-1}{k} (e^{-t} - e^{-t(k+\alpha)}) - \sum_{k=0}^{j-1} (-1)^k \binom{j-1}{k} e^{-t}}{t} dt =$$
$$= -\sum_{k=0}^{j-1} (-1)^k \binom{j-1}{k} \int_0^\infty \frac{e^{-t} - e^{-t(k+\alpha)}}{t} dt = -\sum_{k=0}^{j-1} (-1)^k \binom{j-1}{k} \ln(k+\alpha).$$

Отметим, что выражение для $c(j)$ в (4) совпадает с $c_1(j)$ в силу того, что функция логарифма является первой конечной разностью функции $\ln(\Gamma(x))$.

Факториальные моменты. Факториальный момент порядка r:

$$\mu_{(r)}[X] = E[(X)_r] = E[X(X-1)\ldots(X-r+1)].$$

Производящая функция факториальных моментов:

$$G(t) = E[t^X].$$

Используя это выражение, запишем следующие равенства:

$$G(t) = E[t^X] = E[e^{X\ln t}] = M(\ln t), \quad (6)$$

$$E[(t+1)^X] = \sum_{k=0}^{\infty} E[(X)_k]\frac{t^k}{k!} = M(ln(t+1)). \quad (7)$$

Для нахождения выражения для $E[ln\,X!]$ докажем следующую теорему.

Теорема. Пусть $M(t)$ – производящая функция моментов произвольного (дискретного либо непрерывного) распределения с математическим ожиданием $\mu = M'(0)$ и $\alpha > 0$ – параметр. Предположим, функция $M(t)$ аналитична около $t = 0$ и функция $Q(z){:}= M(ln(z+1))$ может быть разложена в степенной ряд:

$$Q(z) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} (j)z^j q.$$

Тогда для случайной величины X с распределением, заданным $M(t)$, справедлива следующая формула:

$$E[ln\,\Gamma(X+\alpha)] = ln\,\Gamma(\alpha) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j q(j)c_\alpha(j) = \quad (8)$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \int_0^{\infty} \left(\frac{\mu e^{-t}}{t} - \frac{e^{-\alpha t}(1-M(-t))}{t(1-e^{-t})}\right)dt = \quad (9)$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha - \int_0^1 \frac{(1-z)^{\alpha-1}}{z\, ln(1-z)}(Q(-z)+\mu z - 1)dz, \quad (10)$$

где

$$c_\alpha(j) = -\sum_{k=0}^{j-1} (-1)^k \frac{j-1}{k} ln(k+\alpha). \quad (11)$$

Доказательство. Рассмотрим функцию $f(x) = ln\,\Gamma(x)$ около точки $x = \alpha$, или, что то же самое, $f(x) = ln\,\Gamma(x+\alpha)$ около $x = 0$.

$$\Delta[f](x) = f(x+1) - f(x) = ln\frac{\Gamma(x+\alpha+1)}{(x+\alpha)} = \left[\frac{\Gamma(z+1)}{\Gamma(z)} = z\right] = ln(x+\alpha).$$

Пусть $g(x) = ln(x+\alpha)$. Тогда $\Delta^j[f](x) = \Delta^{j-1}[g](x)$.

$$\Delta^j[f](0) = \Delta^{j-1}[g](0) = -\sum_{k=0}^{j-1} (-1)^{j-k}\frac{j-1}{k} ln(k+\alpha) = (-1)^j c_\alpha(j).$$

Тогда разложение функции $Q(z) = M(ln(z+1))$ в степенной ряд около точки $z = 0$ $\sum_{j=0}^{\infty} q(j)z^j$ определяет факториальные моменты распределения.

$$E[(X)_j] = j!\,q(j);$$

$$q(0) = 1, q(1) = E[X] = \mu.$$

$$E[ln\,\Gamma(X+\alpha)] = E[ln\,\Gamma(\alpha) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{X}{j}\Delta^j[ln](0)] =$$

$$= E[ln\,\Gamma(\alpha) + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{X}{j}(-1)^j c_\alpha(j)] = ln\,\Gamma(\alpha) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j q(j)c_\alpha(j) =$$

$$= \left[c_\alpha(j) = \int_0^{\infty} \frac{(1-e^{-t})^{j-1}e^{-\alpha t}}{t}dt, \forall t > 1;\ c_\alpha(1) = -ln\,\alpha\right] =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \ ln\,\alpha + \sum_{j=2}^{\infty} (-1)^j q(j)\int_0^{\infty} \frac{(1-e^{-t})^{j-1}e^{-\alpha t}}{t}dt =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha + \int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha t}}{t(1-e^{-t})}\sum_{j=2}^{\infty} (-1)^j q(j)(1-e^{-t})^j dt =$$

$$= \left[\sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j(1-e^{-t})^j q(j) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(e^{-t}-1)^j E[(X)_j]}{j!} = E[(e^{-t})^X] = G(e^{-t})\right] =$$

$$= [G(e^{-t}) = M(ln\,e^{-t}) = Q(e^{-t}-1)] =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha + \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha t}}{t(1-e^{-t})}(Q(e^{-t}-1) - 1 - \mu(e^{-t}-1))dt =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha + \int_0^\infty \frac{e^{-\alpha t}}{t(1-e^{-t})}(M(-t) - 1 + \mu(1-e^{-t}))dt =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \int_0^\infty (\frac{(M(-t)-1)e^{-\alpha t}}{t(1-e^{-t})} + \frac{\mu e^{-\alpha t}}{t})dt = ln\,\Gamma(\alpha) + \int_0^\infty (\frac{\mu e^{-\alpha t}}{t} - \frac{(1-M(-t))e^{-\alpha t}}{t(1-e^{-t})})dt =$$

$$= \left[z = e^{-t} - 1;\ t = -ln(z+1);\ dt = -\frac{dz}{z+1} = e^{-t}dz;\ \underline{Q}(z) = Q(z) - \mu z - 1 = \sum_{j=2}^{\infty} (j) z^j q \right] =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \int_0^\infty \frac{\mu}{t}(e^{-t} - e^{-\alpha t})dt + \int_0^\infty (\frac{e^{-\alpha t}(M(-t)-1)}{t(1-e^{-t})} + \frac{\mu e^{-\alpha t}}{t})dt =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha - \int_0^1 \frac{(z+1)^{\alpha-1}}{ln(1+z)}(\frac{Q(z)-1}{z} - \mu)dz =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha - \int_0^1 \frac{(z+1)^{\alpha-1}}{ln(1+z)}(\frac{Q(z)-1-\mu z}{z})dz =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha - \int_0^1 \frac{(z+1)^{\alpha-1}\underline{Q}(z)}{z\, ln(1+z)}dz =$$

$$= ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha + \int_0^1 \frac{(1-z)^{\alpha-1}\underline{Q}(-z)}{z\, ln(1-z)}dz.$$

Доказали выражения (8)-(10).

Применим доказанную теорему для нахождения энтропии распределения Пуассона.

$$M(t) = e^{x(e^t-1)};\ Q(z) = M(ln(z+1)) = e^{xz} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{x^j z^j}{j!} = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} q(j) z^j.$$

$$E[ln\,\Gamma(X+\alpha)] = ln\,\Gamma(\alpha) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j q(j) c_\alpha(j) = [\alpha = 1;\ c_1(j) = c(j)] = \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j q(j) c(j) =$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-x)^j}{j!} c(j),$$

– выражение, полученное в самом начале.

$$E[ln\,\Gamma(X+\alpha)] = ln\,\Gamma(\alpha) + \mu\, ln\,\alpha\ - \int_0^1 \frac{(1-z)^{\alpha-1}}{z\, ln(1-z)}(Q(-z) + \mu z - 1)dz).$$

Поскольку $c(j) = c_1(j)$ и $\mu = x$, получим:

$$E[ln\,\Gamma(X+1)] = E[X!] = ln\,\Gamma(1) + \mu\, ln\, 1\ - \int_0^1 \frac{Q(-z) + xz - 1}{z\, ln(1-z)}dz =$$

$$= \int_0^1 \frac{1 - xz - e^{-xz}}{z\, ln(1-z)}dz.$$

Таким образом, энтропия распределения Пуассона может быть выражена через следующую сумму:

$$H = x\,(1 - ln\,x) + \int_0^1 \frac{1 - xz - e^{-xz}}{z\, ln(1-z)}dz.$$

Задача аппроксимации энтропии свелась к нахождению неберущегося интеграла с определенной погрешностью.

Проведем сравнение времени выполнения подсчета энтропии с точностью 10^{-5} по формулам (1) и (2) в средах Maple и Python. Количество точек, в которых вычисляется энтропия, постоянно и равно 1000. Результаты этого сравнения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Среднее время вычисления энтропии, мс

Отрезок	Maple		Python	
	Интегральное выражение	Сумма	Интегральное выражение	Сумма

[0.1, 0.5]	130.85	1.55	0.42	35.50
[1, 2]	203.64	1.84	0.56	40.97
[10, 20]	165.39	4.05	0.50	33.75
[100, 200]	141.68	22.63	0.69	123.094
[400, 500]	167.33	115.00	0.91	300.20

В обоих случаях явная зависимость между временем вычисления интегрального выражения и выбранным отрезком отсутствует. В Maple время вычисления энтропии через интегральное выражение превышает время, затраченное на вычисление через сумму. Это особенно заметно при небольшом значении аргумента. В Python же наблюдается обратная ситуация: использование интегрального выражения оказывается более целесообразным.

Можно сделать вывод, что выбор метода подсчета энтропии пуассоновского распределения и среды для вычислений должен быть основан на том, какая задача является более приоритетной: достижение более высокого уровня точности или ускорение вычислений.

Изобразим графики энтропии исходной суммы (1) и интегрального выражения (2) на рисунке 6.

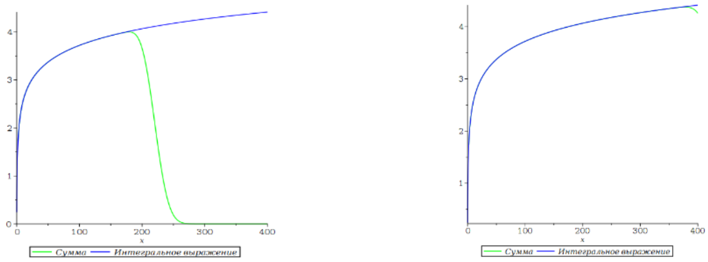

Рисунок 6 – Графики энтропии

Сумма на левом графике состоит из первых 220 членов, а на правом – 400. В формуле (1) при больших значениях аргумента необходимо брать большее число членов для достижения необходимой точности. На рисунке 6 также продемонстрировано, что при увеличении числа членов графики исходной суммы и интегрального выражения приближаются друг к другу.

В ходе исследования была получена формула, выражающая зависимость между требуемой точностью вычисления и аргументом энтропии и номером члена суммы, начиная с которого эта точность достигается, а также интегральная формула, применение которой в среде Python позволяет значительно ускорить вычисления энтропии пуассоновского распределения. Интегральная формула также позволяет получить более точное значение энтропии при больших значениях аргумента. Можно предположить, что аналогичные рассуждения могут быть применены и к другим видам распределений.

Список использованных источников:

1. R. J. Evans and J. Boersma, The entropy of a Poisson distribution (C. Robert Appledorn), SIAM Review 30 (1988), no. 2, 314–317.

2. M. ABRAMOWITZ AND I. STEGUN, eds., Handbook of Mathematical Functions,Dover, New York, 1965.

UDC 519.722:303.092.52

ESTIMATION OF THE ENTROPY EXPRESSION OF THE POISSON DISTRIBUTION

Tonko P.A.[1], Sytsevich E.R.[1]

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics[1], Minsk, Republic of Belarus

Anisimov V.Y. – PhD in Physics and Mathematics

Annotation: In this paper, formulas are derived that allow us to obtain the entropy of the Poisson distribution with a given accuracy with lower computational costs.

Keywords: entropy, Poisson distribution, approximation.