http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-30-3-57-60

Оригинальная статья
Original paper

Краткое сообщение

УДК 378.147.31

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИК ПРЕПОДАВАНИЯ БАЗОВЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

А. Н. ВЫБОРНОВ, Ж. Г. ВЕГЕРА

МИРЭА – Российский технологический университет (г. Москва, Российская Федерация)

Поступила в редакцию 25.03.2024

Аннотация. Предложены инновации в курсах математического анализа, линейной алгебры и дискретной математики, читаемых на первом году обучения. Новшества направлены на совершенствование методик преподавания базовых математических дисциплин в высшей школе.

Ключевые слова: методика преподавания, математический анализ, линейная алгебра, дискретная математика.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Для цитирования. Выборнов, А. Н. Совершенствование методик преподавания базовых математических дисциплин в высшей школе / А. Н. Выборнов, Ж. Г. Вегера // Цифровая трансформация. 2024. Т. 30, № 3. С. 57–60. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-30-3-57-60.

ENHANCEMENT OF TEACHING METHODS OF MAIN MATHEMATICAL DISCIPLINES IN HIGHER SCHOOL

ALEXANDER N. VYBORNOV, ZHANNA G. VEGERA

MIREA – Russian Technological University (Moscow, Russian Federation)

Submitted 25.03.2024

Abstract. Innovations are proposed in the courses of mathematical analysis, linear algebra and discrete mathematics taught in the first year of study. Innovations are aimed at improving methods of teaching basic mathematical disciplines in higher education.

Keywords: teaching methods, mathematical analysis, linear algebra, discrete mathematics.

Conflict of interests. The authors declare no conflict of interests.

For citation. Vybornov A. N., Vegera Zh. G. (2024) Enhancement of Teaching Methods of Main Mathematical Disciplines in Higher School. *Digital Transformation.* 30 (3), 57–60. http://dx.doi.org/10.35596/1729-7648-2024-30-3-57-60 (in Russian).

Базовые математические дисциплины, такие как математический анализ, высшая и линейная алгебра, аналитическая геометрия, а в последнее время и дискретная математика, преподаются на первом году обучения. Они должны служить фундаментом для изучения более прикладных математических дисциплин – дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики, а также других предметов, использующих математику в своем построении. Инновации в этих базовых курсах предложены в [1–4].

В курсе математического анализа в начальной его части при изложении теории пределов функции одной переменной возникает необходимость дать много определений и хотя бы сформулировать большое количество утверждений и теорем, обосновывающих процедуры вычисления пределов, которые используются на практических занятиях. Следует отметить, что практически во всех популярных учебниках изложение теории пределов неполно. В них обнаруживается использование утверждений, которые не были до этого хотя бы сформулированы.

Для исправления такого существенного недостатка авторы статьи предлагают следующий подход. Определение предела функции настолько общее, что оно накрывает (с избытком) все необходимые для полного изложения 24 определения (предел в конечной точке, на бесконечности, односторонние пределы, пределы, равные конечному числу, бесконечности, плюс и минус бесконечности). Предлагается пополнить числовую прямую одной дополнительной «точкой» – бесконечностью $\hat{\mathbb{R}} = \mathbb{R} \cup \{\infty\}$.

Далее определяются окрестность конечной точки $x \in \mathbb{R}$ как интервал, содержащий эту точку, и односторонние окрестности как полуинтервалы $(a, x]$ и $[x, b)$. При этом $(a, x]$ будем называть окрестностью x^-, а $[x, b)$ – окрестностью x^+. Для добавленной точки ∞ окрестность – это множество $(-\infty, a) \cup (b, +\infty) \cup \{\infty\} = \hat{\mathbb{R}} \setminus [a, b]$. Односторонние окрестности точки ∞ – это множества $(-\infty, a) \cup \{\infty\}$ (назовем его окрестностью ∞^-) и $(b, +\infty) \cup \{\infty\}$ (назовем его окрестностью ∞^+).

Определим проколотую окрестность $\dot{O}(a)$ (в том числе для односторонних окрестностей), убрав из окрестности точку, окрестность которой рассматривается. Общее определение предела функции выглядит так: пусть c – это число x_0, или x_0^-, или x_0^+, или ∞, или ∞^-, или ∞^+. Рассмотрим функцию $f(x)$, определенную в бесконечном числе точек любой окрестности c. Пусть L – число x_0, или x_0^-, или x_0^+, или ∞, или ∞^-, или ∞^+. Тогда предел функции $L = \lim\limits_{x \to c} f(x)$, если $\forall$ окрестности L (обозначаем $U(L)$) $\exists$ окрестность c (обозначаем $O(c)$) такая, что $f(\dot{O}(c)) \subseteq U(L)$. Предложенное определение предела накрывает все 24 необходимых определения традиционных курсов и даже несколько шире (добавляются еще 12 случаев): в рассматриваемом случае предел может быть равен 5^- и 5^+.

Затем в курсе рассматриваются теоремы о пределах суммы, разности, произведения, частного и степени. Неопределенностями назовем случаи, когда эти теоремы не дают определенного ответа. В предлагаемом в статье варианте это понятие шире традиционного. При изучении правила де Лопиталя для раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$ обязательно рассматривается пример Штольца, показывающий важность требования не обращения в нуль производной знаменателя.

Заметим, что при рассмотрении так называемых замечательных пределов $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ и $\lim \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ приводимые во многих курсах доказательства первого из этих пределов таковыми не являются. Этот предел уже заложен в существовании радианной меры угла, вытекает из факта спрямляемости (наличия конечной длины) дуги окружности и сводится к факту существования константы π.

В линейной алгебре и аналитической геометрии предложены и внедрены в учебный процесс ряд инноваций [1]. Рассматривается метод x-пересчета для решения систем линейных уравнений, позволяющий «беречь» целые числа при реализации гауссовых исключений при точном решении системы линейных уравнений. Правило x-пересчета может быть также использовано при вычислении определителей и обращении матриц. Этот простой и удобный прием внедрен в учебный процесс, что повысило эффективность освоения учебного материала студентами. При изложении теории линейных операторов, билинейных функций и квадратичных форм активно используются матрицы, элементами которых являются векторы. Это позволяет более кратко, ясно и изящно доказывать многие теоремы.

В курсе дискретной математики предложены и используются в учебной практике многочисленные инновации [2–4]. Большое внимание в этом курсе уделяется комбинаторике – центральному разделу курса. При изучении основных комбинаторных чисел, не имеющих простых формул для их вычисления (таких, как числа Стирлинга 1-го и 2-го рода, числа Лаха [5] – для которых есть простая формула, числа разбиения натурального числа), предлагается опираться на двумерные рекуррентные соотношения, которым удовлетворяют данные числа. Это позволяет удобно вычислять комбинаторные числа, заполняя двумерные таблицы. Заполнение двумерной таблицы напоминает действие клеточного автомата [6]. Используя двумерную индукцию, можно доказывать утверждения о свойствах эти чисел. В последние годы подход получения комбинаторных чисел путем заполнения двумерной таблицы эффективно применяется для других комбинаторных чисел [7, 8]. Для комбинаторных чисел, формулы для вычисления которых обычно доказываются с помощью искусственных приемов (таких, как числа сочетаний с повторениями, числа Каталана [9]), предлагаются доказательства, использующие прямые комбинаторные рассуждения [3].

В теории булевых функций предложен и внедрен в учебную практику удобный и простой критерий линейности булевой функции, позволяющий почти мгновенно определять наличие или отсутствие свойства линейности у булевой функции любого числа переменных, заданной вектором своих значений [3]. Также использован наглядный удобный способ выявления свойства монотонности у булевой функции трех переменных. При рассмотрении таких функций используется бинарный куб [2]. В [2, 4] рассмотрен новый способ построения полинома Жегалкина, который быстрее популярного способа В. П. Супруна [10] (часто неверно называемого методом треугольника Паскаля). Алгебраическая нормальная форма булевой функции (полином Жегалкина) находит широкое применение в приложениях [11].

Заключение

Рассмотренные в статье инновации используются в практике преподавания базовых математических дисциплин. Это позволяет повышать эффективность освоения материала студентами младших курсов инженерных специальностей.

Список литературы

1. Выборнов, А. Н. Элементы высшей алгебры / А. Н. Выборнов, Ж. Г. Вегера. М.: МИРЭА – Рос. технол. ун-т, 2023.
2. Дискретная математика / А. Н. Выборнов, Е. А. Ветренко. М.: МИРЭА – Рос. технол. ун-т, 2023.
3. Vybornov, A. N. Some Innovations in Section “Combinatorics” of Discrete Mathematics Course / A. N. Vybornov // 3rd International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education. 2023. P. 174–177.
4. Vybornov, A. N. Innovations in the “Boolean Functions” Section of the Discrete Mathematics Course / A. N. Vybornov, A. A. Rusakov // Proceedings-2023, TELE 2023. 2023. P. 170–173.
5. Lah, Ivo. A New Kind of Numbers and Its Application in the Actuarial Mathematics / Lah Ivo // Boletim do Instituto dos Actuários Portugueses. 1954. No 9. P. 7–15.
6. Shapiro, L. W. A Catalan Triangle / L. W. Shapiro // Discrete Mathematics. 1976. Vol. 14, No 1. P. 83–90.
7. Kaneko, M. The Akiyama-Tanigawa Algorithm for Bernoulli Numbers / M. Kaneko // Journal of Integer Sequences. 2000. Vol. 12, No 29.
8. Chen, K. W. Algorithms for Bernoulli Numbers and Euler Numbers / K. W. Chen // Journal of Integer Sequences. 2001. Vol. 4.
9. Rukavicka, J. On Generalized Dyck Paths / J. Rukavicka // Electronic Journal of Combinatorics. 2011.
10. Suprun, V. P. The Tabular Method of Polynomial Decomposition of Boolean Functions / V. P. Suprun // Kibernetika. 1987. No 1. P. 116–117.
11. Fernandez-Davila, J. Zhegalkin Polynomial SAT Solver / J. F. Davila // Editorial Académica Española Jan. 2019.

References

1. Vybornov A. N., Vegera Zh. G. (2023) *Elements of Algebra*. Moscow, MIREA – Russian Technological University (in Russian).
2. Vybornov A. N., Vetrenko E. A. (2023) *Discrete Mathematics*. Moscow, MIREA – Russian Technological University (in Russian).
3. Vybornov A. N. (2023) Some Innovations in Section “Combinatorics” of Discrete Mathematics Course. *3rd International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education*. 174–177.
4. Vybornov A. N., Rusakov A. A. (2023) Innovations in the “Boolean Functions” Section of the Discrete Mathematics Course. *3rd International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education*. 170–173.

5. Lah Ivo (1954) A New Kind of Numbers and Its Application in the Actuarial Mathematics. *Boletim do Instituto dos Actuários Portugueses*. (9), 7–15.
6. Shapiro L. W. (1976) A Catalan Triangle. *Discrete Mathematics*. 14 (1), 83–90.
7. Kaneko M. (2000) The Akiyama-Tanigawa Algorithm for Bernoulli Numbers. *Journal of Integer Sequences*. 12 (29).
8. Chen K. W. (2001) Algorithms for Bernoulli Numbers and Euler Numbers. *Journal of Integer Sequences*. 4.
9. Rukavicka J. (2011) On Generalized Dyck Paths. *Electronic Journal of Combinatorics*.
10. Suprun V. P. (1987) The Tabular Method of Polynomial Decomposition of Boolean Functions. *Kibernetika*. (1), 116–117.
11. Fernandez-Davila J. (2019) Zhegalkin Polynomial SAT Solver. *Editorial Académica Española Jan*.

Вклад авторов / Authors' contribution

Авторы внесли равный вклад в написание статьи / The authors contributed equally to the writing of the article.

Сведения об авторах

Выборнов А. Н., канд. физ.-мат. наук, доц., доц. каф. высшей математики Института кибербезопасности и цифровых технологий, МИРЭА – Российский технологический университет

Вегера Ж. Г., канд. физ.-мат. наук, доц., зав. каф. высшей математики Института кибербезопасности и цифровых технологий, МИРЭА – Российский технологический университет

Information about the authors

Vybornov A. N., Cand. of Sci., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher Mathematics of the Institute of Cyber Safety and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University

Vegera Zh. G., Cand. of Sci., Associate Professor, Head of the Department of Higher Mathematics of the Institute of Cyber Safety and Digital Technologies, MIREA – Russian Technological University

Адрес для корреспонденции

107996, Российская Федерация,
г. Москва, ул. Стромынка, 20
МИРЭА – Российский
технологический университет
Тел.: +7 985 272-55-08
E-mail: vegera@mirea.ru
Вегера Жанна Геннадьевна

Address for correspondence

107996, Russian Federation,
Moscow, Stromynka St., 20
MIREA – Russian
Technological University
Tel.: +7 985 272-55-08
E-mail: vegera@mirea.ru
Vegera Zhanna Gennadievna