О МЕТОДЕ ТРАССИРОВКИ НА ОСНОВЕ ФИЗИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ

Д. С. Бухаров
Служба автоматизированных систем диспетчерского управления, филиал ОАО «СО ЕЭС» «Региональное диспетчерское управление энергосистемы Иркутской области»
Иркутск, Российская Федерация
E-mail: bukharovds@gmail.com

В данной работе представлено описание метода трассировки, основанного на аналогии с распространением «света» в неоднородной среде. Вычисление распространения света основано на принципах Ферма и Гюйгенса. Выполнена программная реализация и проведен вычислительный эксперимент.

Введение

Задача трассировки сохраняет свою актуальность в силу отсутствия единого подхода к ее формализации и, как следствие, проблематичности разработки универсального метода решения.

Каждая прикладная задача обладает рядом особенностей, не позволяющих применить известные методы и алгоритмы в «чистом» виде, что в свою очередь вынуждает исследователей разрабатывать специализированное математико-алгоритмическое обеспечение.

В настоящей работе предлагается рассмотреть метод, основанный на физической аналогии: имитации распространения света.

I. Суть метода

Общая идея предлагаемого метода трассировки основана на комбинации принципов Ферма и Гюйгенса [1,2]:

- «Луч света», исходящий из начальной точки (некоторого источника) достигает конечной точки, двигаясь по такому маршруту, на преодоление которого затрачивается минимум времени (принцип Ферма).
- Каждая точка, которой достигает свет, становится вторичным источником света (принцип Гюйгенса).

Учитывая данные особенности распространения света, можно построить траекторию движения луча и зафиксировать момент времени, в который он достигнет конечной точки. Далее, двигаясь в обратном направлении от одного вторичного источника к другому, можно восстановить траекторию движения, которая и будет искомым маршрутом.

Таким образом, задача трассировки сводится к построению множества вторичных источников, связанных между собой векторами, образующими некоторые отрезки искомого маршрута.

II. Построение множества вторичных источников

Пусть задана ограниченная область D (оптическая среда), в которой для каждой точки $(x, y) \in D$ определен коэффициент проницаемости среды $0 \leq f(x, y) \leq 1$. Значение $f(x, y)$ непосредственно влияет на преодолеваемое светом расстояние $\Delta s = f(x, y)\Delta t$ в единицу времени Δt.

Рассмотрим пример построения множества вторичных источников, достижимых к заданному моменту времени $t_n = t_{n-1} + \Delta t$.

Пусть проницаемость среды $f(x, y) = const$, $t_0 = 0$. Для большей наглядности зададим достаточно большой шаг по времени Δt.

Множество первичных источников обозначим K_0. Источником света может выступать либо одна точка, как в нашем случае, либо некоторая совокупность точек.

Первый шаг построения векторов и определение множества вторичных источников K_1 будем для наглядности выполнять в восьми направлениях, при этом угол между векторами α зададим равным $45°$ (рис. 1,а – множество K_1 в момент времени t_1 с первичным источником в центре области).

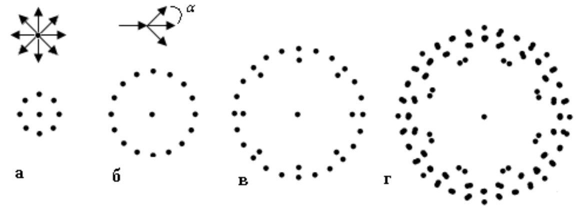

Рис. 1 – Множество точек, достигнутых лучом света

Каждый следующий вектор будем откладывать либо в том же направлении (без отклонения от заданного), либо со смещением только на угол α (рис. 1,б – множество вторичных источников K_2 в момент времени t_2).

К моменту времени t_3 можно видеть (см. рис. 1,в), что множество K_3 образует некоторое облако, а не линию.

Поскольку построение векторов выполняется с отклонением только на угол $\alpha = 45°$, то к моменту времени t_4 множество K_4 (рис. 1,г) обретает форму восьмиугольника.

Построение множества вторичных источников продолжается до тех пор, пока хотя бы один из вторичных источников не окажется внутри ϵ-окрестности конечной точки.

Изменение значения шага Δt и угла отклонения α позволяет построить маршрут с требуемой в рамках решаемой задачи точностью.

III. Вычислительный эксперимент №1

Пусть задана ограниченная область D с проницаемостью среды $f = const$, непроходимые для светова области имеют проницаемость $f = 0$ (на рис. 2 отмечены как жирные линии). Заданы координаты точек A и B, характеризующие собой соответственно начальные и конечные точки искомого маршртуа. Шаг по времени $\Delta t = 0.01$, распространение луча света выполняем в 32 направлениях.

Необходимо определить кратчайший по времени преодоления маршрут из A в B.

Будем считать маршрут найденным, если свет достигнет ϵ-окрестности конечной точки B, т. е. конец вектора, являющийся вторичным источником, окажется внутри данной окрестности, при этом $\epsilon = \Delta s/2$.

Так как $f = const$, кратчайший по времени преодоления маршрут будет равен кратчайшему по длине.

На рис. 2 представлено решение задачи. Цифрой «1» и «2» отмечены найденные кратчайшие маршруты.

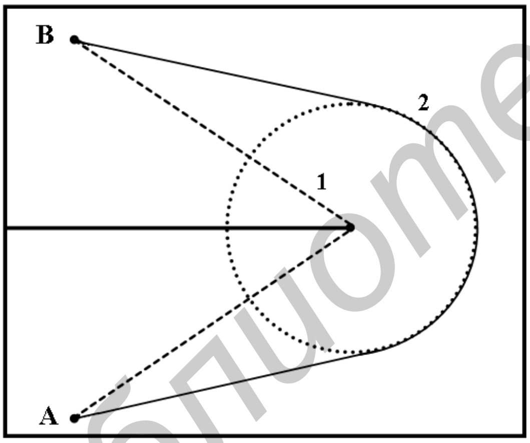

Рис. 2 – Вычислительный эксперимент №1

Маршрут 2 построен с дополнительным условием: окружностью обозначена непроходимая для света область.

IV. Вычислительный эксперимент №2

Пусть задана ограниченная область $D = \{-4 \leq x \leq 4; 4 \leq y \leq 0.4\}$ с проницаемостью среды $f(x, y) = \frac{x+y}{x+y+1}$ (см. рис. 3). Заданы координаты точек $A(4; 1.2)$ и $B(-4; 1.2)$, характеризующие собой соответственно начальные и конечные точки искомого маршртуа. Шаг по времени $\Delta t = 0.01$, распространение луча света выполняем в 32 направлениях.

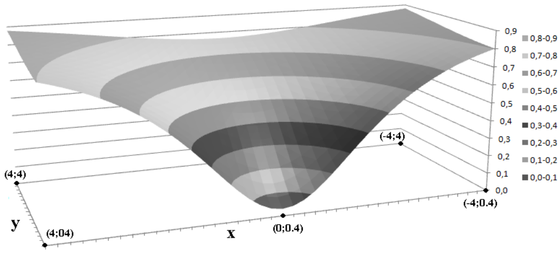

Рис. 3 – Функция проницаемости среды

Необходимо определить кратчайший по времени преодоления маршрут из A в B.

На рис. 4 представлено решение задачи: отображены линии уровня функции времени распространения света и три маршрута. Как видно из рис. 4, в области «центра воронки» (см. рис. 3) фронты уплотняются, так как в одну единицу времени преодолевается существенно меньшее расстояние.

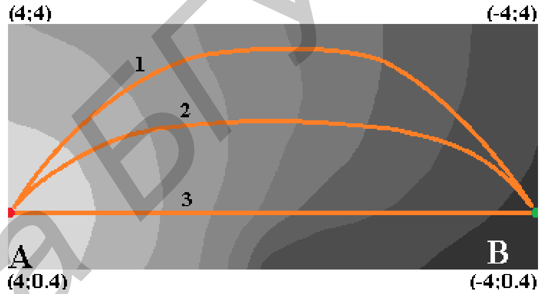

Рис. 4 – Решение задачи

Цифрой «2» отмечен кратчайший маршрут, время его преодоления составляет 61.05 условной единицы времени. По маршрутам «1» и «3» – 62.03 и 82.55 условной единицы времени соответственно.

Заключение

Представленный в данной работе метод позволяет строить кратчайший маршрут на «ландшафте» любой сложности.

Основной проблемой при построении множества вторичных источников – время, затрачиваемое на вычисления.

На каждой итерации вычисления количество вторичных источников растет геометрически, что приводит к большому количеству вычислений.

Так как задача построения множества вторичных источников обладает разделимостью по данным (обработка каждого вторичного источника может проводиться независимо), то в условиях многоядерности вычислительной техники логичным решением видится применение многопоточных вычислений.

1. Математические методы классической механики / В. И. Арнольд. – М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 408 с.
2. Вариационные принципы механики / К. Ланцош. – М.: Физматгиз, 1965. – 411 с.